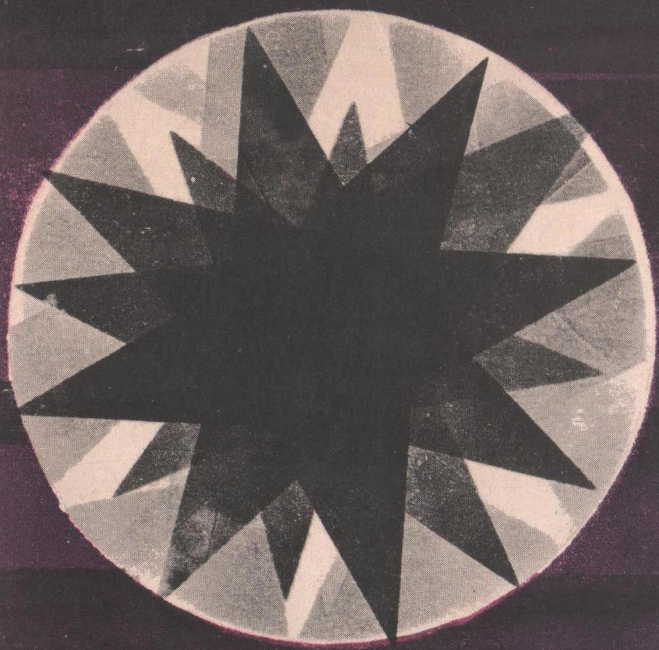


Sterrenkunde



Sterrenkunde 3

Sterrenkunde

IN VIER DELEN

samengesteld onder leiding van PROF. DR. C. DE JAGER

met medewerking van

PROF. DR. G. B. VAN ALBADA | DR. A. D. FOKKER JR.

DR. W. DE GRAAFF | DR. G. VAN HERK

DR. M. KUPERUS | PROF. DR. M. G. J. MINNAERT

IR. J. VAN NIEUWKOOP | PROF. DR. L. PLAUT

DR. E. RAIMOND | DR. J. J. RAIMOND JR. †

DRS. J. ROSENBERG | PROF. DR. A. H. WAPSTRA

DR. C. ZWAAN

WETENSCHAPPELIJKE UITGEVERIJ AMSTERDAM

Sterrenkunde

DERDE DEEL

DE ZICHTBARE BUITENKANT VAN DE STERREN

HET ONZICHTBARE BINNENSTE

DE 'LEVENSLOOP' VAN DE STERREN

1969 WETENSCHAPPELIJKE UITGEVERIJ AMSTERDAM

Dit werk is tot stand gekomen met steun van de
Stichting Leids Kerkhoven–Bosscha Fonds
ter bevordering van de sterrenkunde.

Typografie en omslag: Wim J. Koster.

Inhoudsopgave

II Het onzichtbare binnenste

Prof. dr. G. B. van Albada

I De zichtbare buitenkant van de sterren

PROF. DR. G. B. VAN ALBADA *Sterrenkundig Instituut der Universiteit van Amsterdam*

I.1 DE STERREN ZIJN ZONNEN

Is er groter contrast denkbaar: de zon, die het leven op aarde beheerst, en de bescheiden lichtpuntjes die stralen aan de nachtelijke hemel, zo klein en onbetekenend, dat ook de allerhelderste in het eerste ochtendlicht schijnt te vervluchtigen? Kepler zag de zon als een unicum, onbetwist heerser en middelpunt van het heelal, het sterrenheir als een soort lijfwacht rondom het zonnestelsel gegroepeerd. En toch had zijn oudere tijdgenoot, de pantheïst Giordano Bruno, reeds gesproken van de zonnen die, omcirkeld door bewoonde planeten, in eindeloze menigten hun banen beschrijven door de oneindige ruimte. Kepler was stellig niet de enige die voor Bruno's 'ontzettende filosofie' terugschrok. Toch drong langzamerhand het besef door, dat de sterren zonnen zijn en dat onze zon geen uitzonderingspositie inneemt. Bij Newton en bij Christiaan Huygens was dit niet langer een punt van twijfel.

Huygens heeft getracht de afstand van Sirius te vinden door ster en zon fotometrisch te vergelijken: een bijna onmogelijke opgave, daar zon en ster nooit samen aan de hemel worden gezien, zodat Venus of de maan als tussenstap moet worden gebruikt. Het is dan ook begrijpelijk, dat Huygens er niet in slaagde het verhoudingsgetal – meer dan tien miljard – zuiver te bepalen. Toch bleek uit zijn meting duidelijk op welke enorme afstanden de sterren zich moeten bevinden, als zij inderdaad zonnen zijn Ook bleek nu, waarom pogingen de parallax van een ster te meten, hadden gefaald.

I.1.1 *Parallax*

De parallax van een ster (afb. 1) is de halve grote as van het ellipsje dat de ster aan de hemel schijnt te beschrijven, als gevolg van de beweging van de aarde om de zon. Het is tevens de hoek waaronder een sterbewoner de straal van de aardbaan zou zien. Wanneer we er de nadruk op willen leggen dat de parallax rechtstreeks is gemeten, spreken we van de 'trigonometrische parallax'. Een ster met een parallax van één boogseconde zou 206 265 Astronomische Eenheden (zie deel 2, I.1.2) van ons zijn verwijderd. Deze afstand wordt aangeduid als 'parsec' (pc) en is een in de astronomie veel gebruikte afstandsmaat. Een pc is ruim dertig biljoen (3×10^{13}) km. Het licht heeft iets meer dan $3\frac{1}{4}$ jaar nodig om deze afstand af te leggen. Dus 1 pc = $3\frac{1}{4}$ lichtjaar (ruim).

Hoe groter de afstand (r) van een ster, des te kleiner is zijn parallax:

$$r = 1/p'' \qquad (1{,}1)$$

als r in pc, p'' = parallax in boogseconden. De grootste bekende parallax bedraagt 0",76 (α Centauri en Proxima).

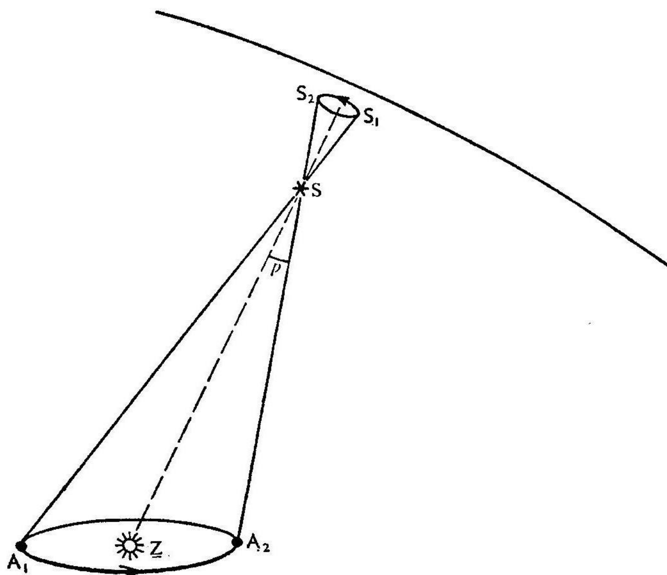
De eerste bruikbare parallaxbepaling is verricht in 1838 door de wis- en sterrenkundige F. W. Bessel. Ook nu nog is het meten van een parallax een moeilijke opgave. Men moet erop bedacht zijn, dat een fout van 0",01 dikwijls voorkomt, en een fout van 0",02 of zelfs 0",03 tot de mogelijkheden behoort. Voor sterren die niet meer dan 20 pc van ons zijn verwijderd, kunnen de parallaxen voor tal van doeleinden worden gebruikt. Maar ook dan moet de nodige reserve in acht worden genomen.

I.1.2 *Schijnbare magnitude*

De schijnbare lichtsterkte van een ster wordt uitgedrukt in magnituden. De magnitudeschaal is afkomstig van Hipparchus (midden tweede eeuw v. C.), die hem toepaste in zijn stercatalogus, waarvan wij een drie eeuwen jongere versie (Ptolemaeus) kennen. Het moderne maatsysteem is zo ingericht, dat Hipparchus' schaal hier nog redelijk in past. Een verschil van één magnitude komt (per definitie) overeen met een verhouding in de lichtsterkte van $\sqrt[5]{100}$ = 2,51188... Vijf magnituden komen dan overeen met een factor $(\sqrt[5]{100})^5$ = 100 in de lichtsterkte. De magnitudeschaal is dus logaritmisch, en de helderste sterren hebben het (algebraïsch) laagste magnitudegetal. Dit alles wordt weergegeven door de formule:

$$m = -2\tfrac{1}{2} \log (S/S_0) \qquad (1{,}2)$$

waarin S de van de ster afkomstige energiestroom is, die de eenheid van oppervlak op aarde passeert, en S_0 een willekeurig gekozen standaard. Vergelijking (1,2) laat ook niet-gehele en negatieve waarden van m toe. Zo voor Sirius: $m = -1{,}43$. Voor de zon is $m = -26{,}86$ op dezelfde



Afb. 1 De parallax. Uit de richtingsverandering waarnemer-ster (en van de bewegende aarde) kan de afstand van de ster worden gevonden.

schaal! Het nulpunt van de schaal is aangepast aan de gegevens van Hipparchus en Ptolemaeus.

Onze magnitudeschaal geeft alleen de schijnbare lichtsterkte van de sterren weer. Als de afstand bekend is, kan men ook de werkelijke lichtsterkte vinden.

I.1.3 *Absolute magnitude*

Duiden we de afstand van de ster aan door r, dan maakt de straling, die de aarde bereikt, deel uit van een stralingsfront met oppervlakte $4\pi r^2$. Is L de totale lichtsterkte van de ster, dan is:

$$L = 4\pi r^2 S \qquad (1,3)$$

(Merk op, dat L en S niet dezelfde fysische dimensie hebben!)

Wij kunnen nu L uitdrukken in de schaal van de zogenoemde 'absolute magnituden' (M):

$$M = -2\tfrac{1}{2} \log (L/L_0) \qquad (1,4)$$

I.1.4 *Afstandsmodulus*

Door (1,1) tot en met (1,4) te combineren, krijgen wij een uitdrukking voor de 'afstandsmodulus' ($m - M$):

$$m - M = 5 \log r - 5 = -5 \log p'' - 5 \qquad (1,5)$$

(r in pc; p'' in boogseconden).

De formule bevat een willekeurige constante, waarvoor hier —5 is gekozen; deze keuze sluit aan bij de (onpraktische) internationale afspraak, M te definiëren als de schijnbare magnitude, gezien van een afstand van 10 pc. Wij zien, dat $m - M$ inderdaad kan worden beschouwd als een (logaritmische) maat voor de afstand van de ster. Anderzijds, wanneer men alleen m en p kent (beide door directe meting), kan met de formule (1,5) M worden berekend. Voor Sirius en voor de zon vindt men respectievelijk $M = +1{,}5$ en $M = +4{,}7$. Sirius straalt dus bijna twintig maal zo veel licht uit als onze zon.

De tabel op blz. 16 en 17 geeft een overzicht van de sterren binnen een afstand van veertien lichtjaren.

I.1.5 *Kleur en kleurindex*

Wie de sterrenhemel met enige aandacht bestudeert, zal opmerken dat de sterren verschillen in kleur. Zo zijn Sirius en Wega blauwachtig-witte sterren, Capella is geelachtig, Arcturus en Betelgeuze zijn rood.

Men kan de kleur van een ster in getalmaat uitdrukken door een 'visuele' en een 'fotografische' magnitude (respectievelijk m_v en m_{pg}) met elkaar te vergelijken. Zo vond men $m_v = +0{,}11$ voor Rigel en $+0{,}4$ voor Betelgeuze, $m_{pg} = +0{,}06$ en $+2{,}25$ voor dezelfde sterren. Rode straling werkt bijna niet in op de normale fotografische emulsies, terwijl het menselijk oog niet erg gevoelig is voor blauw licht.

Definieert men een 'kleurindex' (C.I.) door:

$$\text{C.I.} = m_{pg} - m_v \qquad (1,6)$$

dan vindt men C.I. $= -0{,}05$ voor Rigel en $+1{,}85$ voor Betelgeuze. De rode sterren hebben dus de grootste kleurindex. Capella heeft C.I. $= +0{,}81$; de zon $+0{,}62$.

I.1.6 *Radiometrische en bolometrische magnituden*

Wij hebben nu gesproken over de visuele en de fotografische magnitude van een ster, maar noch het oog, noch de fotografische plaat registreert álle straling, en dan zeker niet met honderd percent efficiëntie. In de keuze van deze magnituden steekt dus veel willekeur. Wij zouden de voorkeur geven aan een maat voor de totale hoeveelheid energie, die door de ster wordt uitgestraald. Pettit en Nicholson hebben al in de jaren twintig getracht een zo groot mogelijk deel van de totale uitgestraalde energie te meten met behulp van een thermo-element (zie deel 1, II.4.2). Helaas kan men de totale sterstraling niet door directe meting bepalen, omdat men moet corrigeren voor de atmosferische en de interstellaire extinctie (absorptie plus verstrooiing), die sterk afhangt van de golflengte. Het

verre ultraviolet blijft zelfs geheel onbereikbaar. Maar wél kan het belangrijkste gedeelte van de infrarode straling worden gemeten. Uit het totaal van alle straling die wordt doorgelaten door de aardse atmosfeer volgt dan de 'radiometrische magnitude'. Brengt men nog een correctie aan voor de straling in het verre ultraviolet en in het infrarood, dan komt men tot de 'bolometrische magnitude', die nu de totale uitgestraalde energie behoort aan te geven.

De overgang van radiometrische naar bolometrische magnitude kon tot voor kort alleen worden bepaald door theoretische beschouwingen. Dit werd bezwaarlijk voor de sterren met een zeer hoge temperatuur, waar de straling in het verre ultraviolet verreweg het belangrijkst is. Door metingen vanuit raketten en satellieten kan men tegenwoordig een heel eind verder in het ultraviolet doordringen. Maar hier stelt de interstellaire extinctie nieuwe grenzen!

Men kan natuurlijk niet voor elke ster afzonderlijk de bolometrische magnitude bepalen, maar men kan wél een empirische schaal vastleggen voor B.C. (bolometrische correctie) $= m_v - m_{bol}$, als functie van een of meer direct gemeten grootheden. Gelukkig kunnen wij ons daarmee een heel eind redden.

log T_{eff}	*B.C.*	*H.I.*	*log T_{eff}*	*B.C.*	*H.I.*
5,0	7	0,0	4,0	0,40	0,0
4,8	5,4	0,0	3,8	0,00	0,2
4,6	3,9	0,0	3,6	0,73	1,0
4,4	2,7	0,0	3,4	3,1	3,1
4,2	1,5	0,0	3,2	7	7

H.I. is de 'heat index' $= m_v - m_{rad}$

1.2 WAT IS DE TEMPERATUUR VAN EEN STERATMOSFEER?

De sterren mogen dan zonnen zijn, de waarnemer ziet alleen lichtpuntjes (beeldbedervende effecten buiten beschouwing gelaten). Ook de grootste telescopen kunnen hier niets aan veranderen. Gelukkig vinden wij, in onze poging aan de sterren hun geheimen te ontworstelen, een machtige bondgenoot in de spectrograaf.

ster	*spectrum*	*schijnbare magnitude* m_v
Zon	G2V	—26,8
α Centauri A	G2V	— 0,01
α Centauri B	dK5	1,4
α Centauri C	M5e	10,7
Barnards ster A	M5V	9,5
Barnards ster B	?	?
Wolf 359	dM6e	13,7
Lalande 21185 A	M2V	7,5
Lalande 21185 B	?	?
Luyten 726-8 A	dM6e	12,4
Luyten 726-8 B	dM6e	12,9
Sirius A	A1V	— 1,47
Sirius B	Da5	8,7
Ross 154	dM4e	10,6
Ross 248	dM6e	12,2
ε Eridani	K2V	3,7
Ross 128	dM5	11,1
Luyten 789-6	dM6e	12,6
61 Cygni A	K5V	5,2
61 Cygni B	K7V	6,0
61 Cygni C	?	?
Procyon A	F5I-V	0,34
Procyon B	Df	10,8
ε Indi	K5V	4,7
Struve 2398 A	dM4	8,9
Struve 2398 B	dM5	9,7
Groombridge 34 A	M1V	8,1
Groombridge 34 B	M6V	11,6
τ Ceti	G8Vp	3,5
CD —36° 15693	M2V	7,4
BD + 5° 1668	dM4	9,8
CD —39° 14192	M0V	6,7
CD —45° 1841	M0	8,8
Kruger 60 A	dM3	9,8
Kruger 60 B	dM4e	11,4
Ross 614 A	dM4e	11,1
Ross 614 B	?	14,8
BD —12° 4523	M5	10,0
Van Maanen 2	Df3	12,4

parallax p''	afstand in lichtjaren r (lj)	absolute magnitude M_v	lichtsterkte zon = 1 $L/L_\odot$	opmerking
–	0,000016	4,8	1,0	
0,751	4,4	4,4	1,49	
0,751	4,4	5,8	0,41	
0,762	4,3	15,1	0,000077	(Proxima)
0,545	6,0	13,2	0,00043	'hardloper'
0,545	6,0	?	?	donkere begeleider
0,427	7,6	16,8	0,000016	
0,398	8,2	10,5	0,0054	
0,398	8,2	?	?	donkere begeleider
0,385	8,5	15,2	0,000069	
0,385	8,5	15,9	0,000037	UV Ceti, 'flare' ster
0,375	8,7	1,4	23	
0,375	8,7	11,5	0,0020	witte dwerg
0,351	9,3	13,3	0,00040	'flare' ster
0,316	10,3	14,7	0,00011	
0,303	10,8	6,1	0,29	
0,298	10,9	13,5	0,00033	
0,298	10,9	14,9	0,000087	
0,292	11,2	7,5	0,082	
0,292	11,2	8,3	0,038	
0,292	11,2	?	?	donkere begeleider
0,287	11,4	2,6	7,4	
0,287	11,4	13,1	0,00048	witte dwerg
0,285	11,4	7,0	0,13	
0,280	11,6	11,1	0,0029	
0,280	11,6	11,9	0,0014	
0,278	11,7	10,3	0,0064	SB
0,278	11,7	13,3	0,00041	
0,275	11,9	5,7	0,44	
0,273	11,9	5,6	0,012	
0,263	12,4	11,9	0,0014	
0,255	12,8	8,8	0,025	
0,251	13,0	10,8	0,0040	subdwerg
0,249	13,1	11,8	0,0016	
0,249	13,1	13,4	0,00036	'flare' ster
0,248	13,1	13,1	0,00048	
0,248	13,1	16,8	0,000016	
0,244	13,4	11,9	0,0014	SB
0,236	13,8	14,2	0,00017	witte dwerg

Toelichting: SB — spectroscopische dubbelster; spectrumtype Da, Df — witte dwerg met de kleur van een A- respectievelijk F-spectrum.

1.2.1 *Stralingswetten*

Het astronomisch onderzoek berust bijna uitsluitend op het waarnemen van elektromagnetische straling. Het spreekt dan ook vanzelf dat de fysische wetten die de voortbrenging en de eigenschappen van deze straling beschrijven, niet geheel onbesproken kunnen blijven.

De thermodynamica leert ons, dat een geïsoleerd fysisch systeem zich ontwikkelt naar een evenwichtstoestand (die we als 'thermisch evenwicht', T.E., zullen aanduiden), waar de temperatuur in alle punten van het systeem dezelfde waarde heeft. Bij deze toestand behoort ook een bepaald stralingsveld, waarvan energiedichtheid en spectrale samenstelling volledig zijn bepaald door de temperatuur (T), en dus onafhankelijk zijn van de fysische eigenschappen van de materie die in dit systeem is opgesloten. Zonder deze temperatuurvereffening zou een kringproces, zoals in afb. 2 is aangeduid, leiden tot een perpetuüm mobile.

Stelt men de energiedichtheid van het thermisch stralingsveld in het golflengtegebied tussen λ en $\lambda + d\lambda$ op $u(\lambda,T)\,d\lambda$, dan komt men tot de eis:

$$a(m,\lambda,T) \times u(\lambda,T) = \varepsilon\,(m,\lambda,T) \quad \text{(wet van Kirchhoff)}, \qquad (2,1)$$

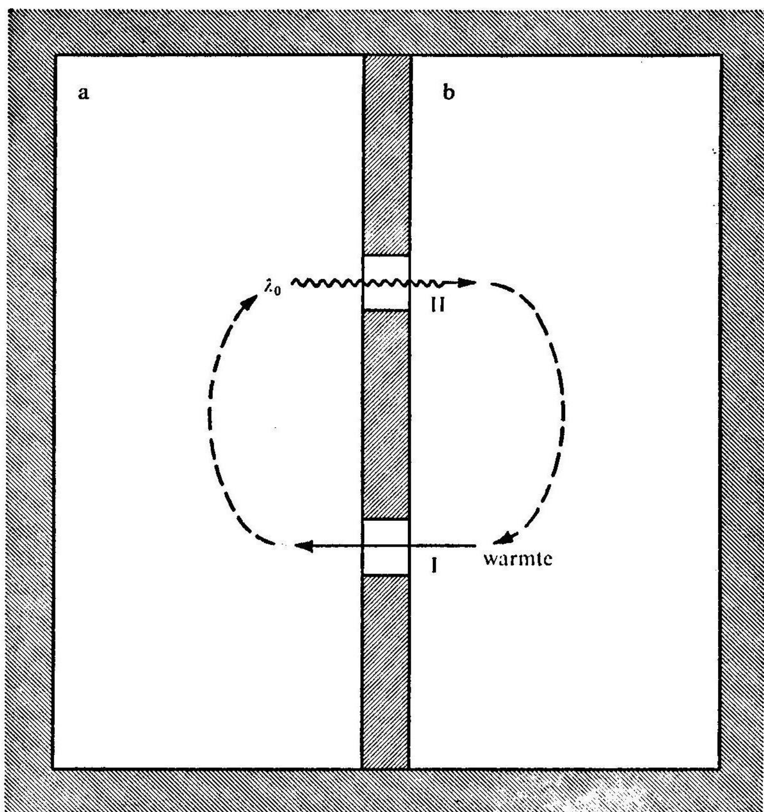
waarin het linkerlid de hoeveelheid geabsorbeerde straling (per eenheid van tijd en van volume) aangeeft, het rechterlid de daarbij passende emissie. De symbolische variabele m duidt aan, dat absorptie en emissie mede afhangen van de aard van de aanwezige materie. De wet van Kirchhoff drukt dan uit, dat de verhouding a/ε niet afhangt van bijzondere eigenschappen van de materie. De functie $u(\lambda,T)$ heeft universele geldigheid en kan theoretisch worden berekend. Dit is gedaan door Planck, naar wie de functie is genoemd; zie afb. 3.

Een lichaam dat alle straling die er op valt absorbeert ($a = 1$), noemt men zwart. De wet van Kirchhoff leert, dat het lichaam dan Planckse straling emitteert. Op deze eigenschap berust de Engelse term 'black body radiation', in het Nederlands slordig vertaald als 'zwarte straling'.

1.2.2 *Het continue spectrum*

Een sterspectrum vertoont zich aan ons als een kleurenband, doorsneden door donkere en/of heldere lijnen. Het spectrum strekt zich uit tot ver buiten het optische gebied, tot in het domein van de gammastraling enerzijds, van de radiostraling anderzijds.

De lichtverdeling in het continuüm stemt niet overeen met de functie van Planck, voor welke temperatuur dan ook. Dat is te begrijpen. Tussen de verschillende fotosferische lagen – dat wil zeggen: alle lagen die een merkbare bijdrage leveren in de naar buiten tredende straling – bestaan grote temperatuurverschillen. Ook blijkt dat de algemene ligging van de

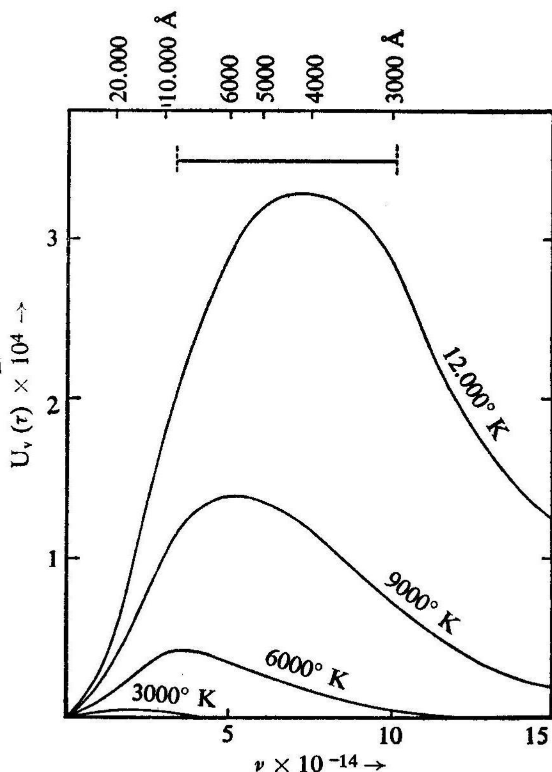


Afb. 2 Temperatuurvereffening tussen a en b door diathermaan venster **I.** Zou bij thermodynamisch evenwicht de dichtheid van straling λ_0 in a groter zijn dan in b, dan zou men met venster II en een kleurfilter een eeuwigdurende kringstroom in stand kunnen houden (perpetuüm mobile van de tweede soort).

contribuerende lagen niet voor elke λ dezelfde is. In golflengtegebieden waar de absorptie groot is, kijkt men minder diep. Bij elke golflengte λ krijgt men dus een mengsel van straling uit verschillende lagen, terwijl bovendien de ligging van het fotometrisch zwaartepunt van de contribuerende lagen afhangt van de golflengte waarbij men waarneemt.

I.2.3 *Temperaturen uit continuüm*

De principiële onmogelijkheid om de straling van een ster in verband te



Afb. 3 Energieverdeling zwartlichaamstraling volgens Planck als functie van de frequentie voor diverse temperaturen.

brengen met één enkele scherp bepaalde temperatuur, heeft ertoe geleid, dat men verschillende formele temperatuurschalen heeft ingevoerd, die zijn gedefinieerd door nauwkeurige specificatie van de gebruikte gegevens en door de wijze waarop deze worden gecombineerd. We vatten kort samen:

a Effectieve temperatuur.

Definitie: de effectieve temperatuur van een ster is de temperatuur van een Planckse straler van dezelfde afmetingen als de ster en gelijke bolometrische lichtsterkte. Merk op, dat in deze definitie de ster zelf niet als Planckse straler wordt beschouwd.

We brengen deze definitie in mathematische vorm door te schrijven:

$$L_{bol} = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4 \qquad (2,2)$$

Hier is R de straal van de ster, T_{eff} de (feitelijk door deze formule gedefinieerde) effectieve temperatuur, σ de constante van Stefan-Boltzmann. Bepaling van T_{eff} via (2,2) is alleen mogelijk als behalve L ook R bekend is. Rechtstreekse bepaling van R is slechts bij een klein aantal sterren mogelijk. Men kan ook gebruik maken van de schijnbare straal van de ster, dus van R/r, waarin r de afstand van de ster voorstelt. Deel (2,2) door $4\pi r^2$, dan volgt na gebruik van (1,3):

$$S_{bol} = (R/r)^2 \sigma T_{eff}^4 \qquad (2,3)$$

Maar ook R/r kan slechts voor een klein aantal objecten rechtstreeks worden bepaald (zie deel 3, I.6).

De effectieve temperatuur is verreweg de belangrijkste temperatuurparameter voor steratmosferen, maar de bepaling ervan is meestal zeer moeilijk.

b Stralingstemperaturen, (T_s).

De bepaling van T_s loopt parallel aan die van T_{eff}, maar men gebruikt alleen de straling in een enkel, matig groot deel van het spectrum. In de plaats van σT_{eff}^4 treedt nu de functie van Planck. Verder geldt alles wat bij de bepaling van T_{eff} is gezegd.

c Kleurtemperaturen, (T_c).

Men meet de uitstraling in twee beperkte golflengtegebieden, bepaalt hun verhouding en tracht deze door doelmatige keuze van T_c in overeenstemming te brengen met de overeenkomstige verhouding, afgeleid uit de functie van Planck. Hier is voorafgaande kennis van R en van R/r overbodig, zodat men voor bijna elke ster een T_c kan bepalen. Helaas is de interpretatie van de uitkomsten minder eenvoudig. Zowel theoretische als waarnemingstechnische moeilijkheden zijn hier heel groot. Een al te letterlijke toepassing van deze methode kan in sommige gevallen leiden tot een negatieve T_c!

Enige directe betekenis kan men aan de kleurtemperaturen eigenlijk niet hechten. Maar wel kan de T_c-schaal met behulp van een aantal goed bestudeerde objecten aan de T_{eff}-schaal worden geijkt. Daardoor krijgen dan ook de T_c-bepalingen van de talrijke andere objecten betekenis (deel 3, I.6).

I.2.4 *Een belangrijke en actuele strijdvraag: hypothese Lokaal Thermisch Evenwicht (LTE)*

Tot nu toe hebben wij de moeilijkheid van temperatuurbepalingen uitsluitend toegeschreven aan de vermenging van straling afkomstig uit verschillende atmosferische niveaus. Aan elk niveau op zichzelf hebben we een wel bepaalde temperatuur toegekend. Dit kan, als men de hypothese

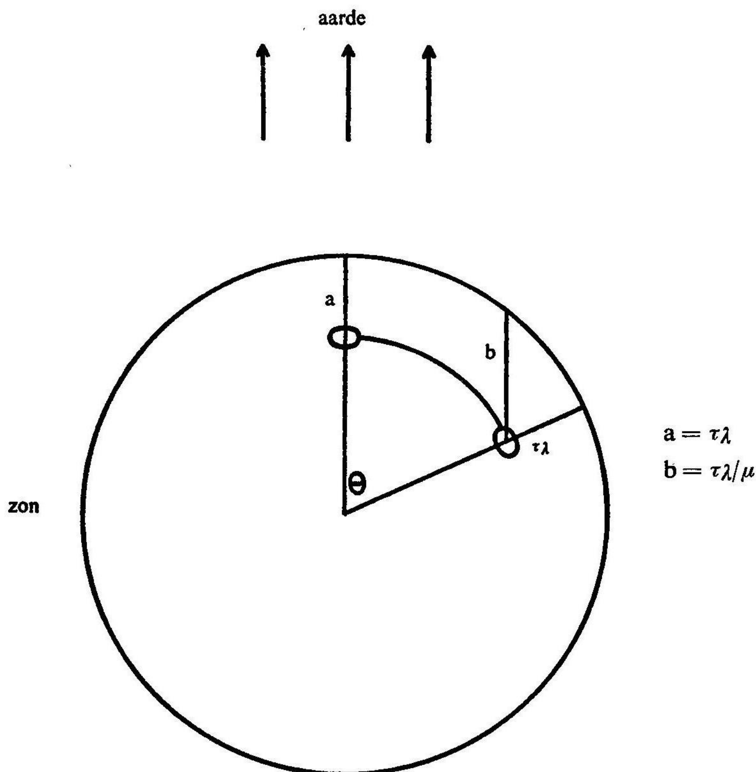
van lokaal thermisch evenwicht (LTE) aanvaardt. Deze hypothese houdt in, dat de toestand in een volume-element van voldoende kleine afmetingen kan worden beschreven met behulp van de formules voor thermisch evenwicht bij een, speciaal voor dit volume-element, doelmatig gekozen temperatuur. LTE omvat ook het 'gedetailleerd evenwicht', waarbij ieder deelproces A → B even vaak plaatsvindt als het omgekeerde proces B → A.

Er moet worden vooropgesteld, dat de hypothese van LTE niet exact van toepassing kán zijn. Want LTE kan slechts bestaan in een systeem dat volledig is geïsoleerd van de buitenwereld en dus niet eens kan worden waargenomen! Diep in de ster is LTE een uitstekende benadering. In de fotosferische lagen is dit niet zo zeker, want deze lagen worden juist gekenmerkt door de omstandigheid dat een aanzienlijk deel van de daar gevormde straling rechtstreeks naar buiten treedt. Dit neemt niet weg dat voor de oplossing van sommige concrete problemen LTE – eventueel na toepassing van enkele correcties – als voldoende benadering zou kunnen gelden. De vraag is van belang, omdat door het aanvaarden van LTE, en dus ook van het gedetailleerd evenwicht, de oplossing van de problemen uitermate wordt vereenvoudigd. In werkelijkheid kan men de vraag, of men in een concreet geval al of niet van LTE mag uitgaan, pas beantwoorden als men de oplossing voor het geval van niet-LTE althans in grote trekken kan overzien. Het valt dan ook niet te verwonderen, dat de grens van toepasbaarheid van LTE een onderwerp vormt van grote onzekerheid en strijd; zie ook deel 2, II (LTE in zon).

I.2.5 *Empirische bepaling van $\varkappa(\lambda)$ bij de zon*

Chalonge en Kourganoff hebben – een oude suggestie van Lundblad volgend – een ingenieuze methode ontwikkeld om de veelsoortigheid van mogelijke temperatuurbepalingen bij de zon te benutten voor een nader onderzoek van de coëfficiënt van continue absorptie $\varkappa_\lambda$. Hun methode kan alleen worden toegepast op de zon, omdat zij berust op metingen van de randverzwakking (zie deel 2, II.4.1).

De fotosfeer van de zon is geen scherp gedefinieerd oppervlak, maar omvat alle lagen vanwaaruit een merkbare hoeveelheid straling uit het visuele spectrumgebied de waarnemer bereikt. Wij kunnen de fotosferische lagen van elkaar scheiden met behulp van de 'monochromatische' optische diepte, τ_λ, kort geschreven: τ. Per definitie zal van een door niveau τ verticaal opstijgende stralingsstroom een fractie $e^{-\tau}$ de oppervlakte van de zon bereiken. Voor een onder hoek θ met de verticaal opstijgende stralingsstroom is de effectieve optische diepte gelijk aan τ/μ, $\mu = \cos\,\theta$ (afb. 4). Wat de afhankelijkheid van de golflengte betreft, is τ_λ evenredig aan $\varkappa_\lambda$.

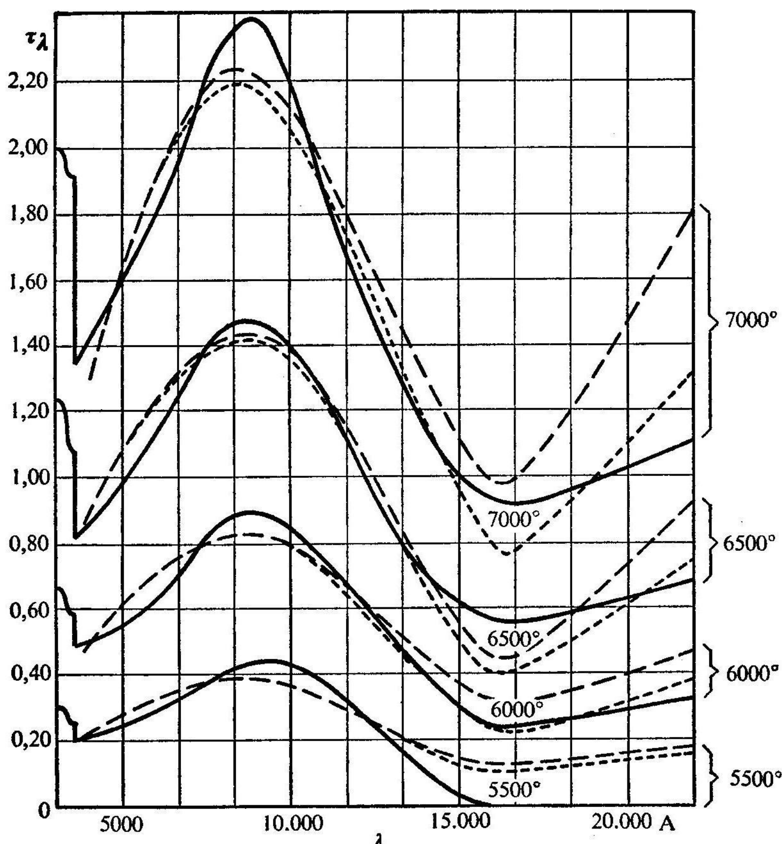


Afb. 4 Effectieve optische diepte, afhankelijk van positie op zonneschijf.

Wij moeten nu beschikken over een groot aantal nauwkeurige metingen van de monochromatische oppervlaktehelderheid voor allerlei golflengten (λ) in diverse punten van de zonneschijf (gespecificeerd door μ).

Uit de waargenomen oppervlaktehelderheid van een punt van de zonneschijf voor een waardepaar (λ,μ) berekenen we T_s. Wij maken nu twee vereenvoudigde veronderstellingen. Ten eerste: men kan de straling (λ,μ) afkomstig denken uit één representatief fotosferisch niveau, gekenmerkt door optische diepte $\tau_\lambda = \mu$, zodat de optische weglengte $\tau_\lambda/\mu = 1$. Ten tweede: voor zover betreft de produktie van het spectrale continuüm, aanvaarden we LTE.

Wij maken – in navolging van Chalonge en Kourganoff – een diagram (afb. 5), waarin de gemeten waarden van T_s kunnen worden aangeduid. Abscis en ordinaat zijn respectievelijk λ en τ_λ, met $\tau_\lambda = \mu$. Waarden voor



Afb. 5 Bepaling van $\varkappa_\lambda$ volgens Chalonge en Kourganoff. De verticale schaal geeft $\tau_\lambda = f(T) \times \varkappa_\lambda$. Getrokken curven geven empirische resultaten; de gestreepte en gestippelde curven geven de theoretische absorptie door H^- (uitgaande van twee iets verschillende waarden van de totale absorptie).

$\tau_\lambda > 1$ volgen uit een meer gedetailleerde analyse van de waarnemingsgegevens. Volgen wij een van de lijnen $T_s =$ cons., dan blijven wij op een (geometrisch) constant niveau in de fotosfeer. Dit is een gevolg van onze veronderstelling omtrent LTE. Dan is τ_λ evenredig aan $\varkappa_\lambda$. Het rijzen en dalen van de lijnen in de figuur weerspiegelt het rijzen en dalen van $\varkappa_\lambda$. Wij hebben hier een (benaderde) empirische bepaling van de golflengteafhankelijkheid van $\varkappa_\lambda$.

Wij zullen later zien, hoe goed de empirisch bepaalde $\varkappa_\lambda$ met de theoretisch berekende absorptie overeenstemt. Hoewel deze directe controle alleen mogelijk is bij de zon, versterkt het goede resultaat ons vertrouwen in de toepassing van de theorie op andere sterren.

I.3 HET SPECTRUM: FYSISCHE GRONDSLAGEN

I.3.1 *Het springend elektron*

Bij alle absorptie- en emissieprocessen van elektromagnetische straling zijn elektronen betrokken, die bewegen in diverse banen binnen of buiten het atoom (of ion).

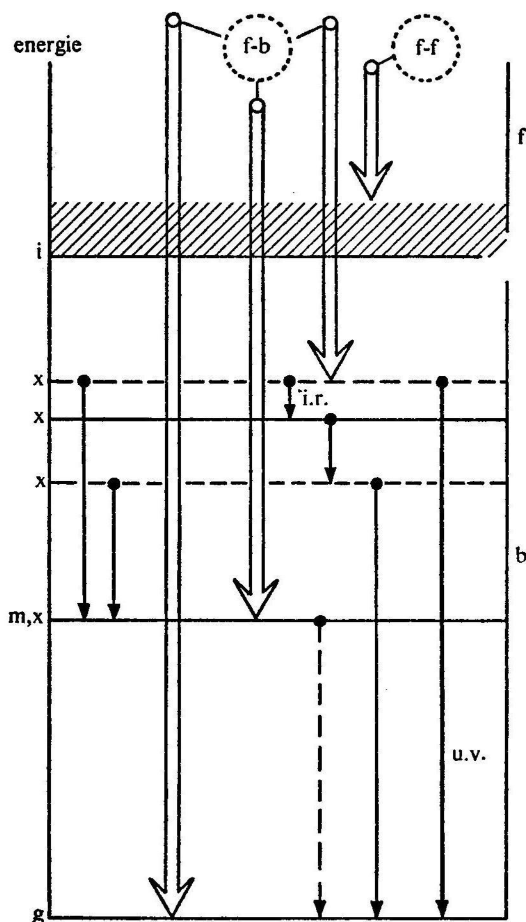
Voor het 'gebonden' elektron zijn de mogelijkheden beperkt tot een groot aantal scherp bepaalde banen, van elkaar onderscheiden door de afmetingen van deze baan zelf en de ruimte-symmetrieën van het elektronensysteem als geheel.

Het 'vrije' elektron wordt pas interessant als het zo dicht in de buurt van een ion komt, dat de beweging van het elektron merkbaar wordt gewijzigd. We beschouwen het dan als (tijdelijk) in het ion opgenomen, maar in een hyperbolische baan en met positieve energie (dat wil zeggen: de positieve kinetische energie wint het van de negatieve potentiële). De energie van dit 'vrije' elektron is niet door quantumregels beperkt. Alle positieve waarden zijn toegestaan.

Wij kunnen nu schetsmatig (in afb. 6) de verschillende toestanden waarin het atoom kan verkeren, aangeven. Elke horizontale lijn stelt een bepaalde toestand voor of een complex van verwante toestanden met nagenoeg gelijke energie. De gebonden toestanden zijn onderscheiden in 'even' en 'oneven', al naar de symmetrie-eigenschappen van de elektronenconfiguratie.

De energie-inhoud van het atoom levert de verticale schaal in de figuur. Deze wordt meestal uitgedrukt in elektron-Volts (eV). Het nulpunt van deze schaal is willekeurig. Men kiest het vaak bij het 'grondniveau' (g), het laagste van alle energieniveaus. Dit is een goede keus als men alleen spreekt over de gebonden toestanden van het atoom. Via de aangeslagen niveaus (x) klimmen wij naar de ionisatiegrens, i. Ook hier kan men het nulpunt van de energieschaal leggen. Dit is een geschikte keuze wanneer men ionisatieprocessen bestudeert.

Overgangen van een bepaald niveau naar een ander – hoger of lager – kunnen worden teweeggebracht door invloeden van buiten. Wij denken hierbij zowel aan botsingen als aan straling. In beide gevallen spreken wij van 'geïnduceerde overgangen'. Overgangen van een hoog naar een



Afb. 6 Schema van energieniveaus en emissie-overgangen in een atoom. Getrokken horizontale lijnen zijn even niveaus, gestreepte oneven. 'Verboden' overgangen zijn gestreept. Lees: g = grondtoestand; x = aangeslagen toestand; i = ionisatietoestand; m = metastabiel; u.v. = ultraviolet; i.r. = infrarood; f-b = free-bound (vrij-gebonden); f-f = free-free (vrij-vrij).

laag niveau kunnen ook spontaan geschieden, dus zonder inmenging van buitenaf. Dit is mogelijk, omdat geen energie behoeft te worden toegevoerd. Integendeel: er wordt energie uit het atoom vrijgemaakt, die in de vorm van een enkel stralingsquant (foton) wordt uitgestraald.

Bij de bound-bound-overgangen met absorptie of emissie van straling moet men terdege letten op de symmetrie-eigenschappen van de niveaus van uitgang en van aankomst. Zijn beide toestanden even, of beide toestanden oneven, dan is de desbetreffende overgang een 'verboden overgang'. Dit verbod is echter niet absoluut. Het betekent alleen dat de 'overgangswaarschijnlijkheid' vele machten van 10 kleiner is dan normaal. Een niveau dat uitsluitend via verboden overgangen met lagere niveaus in wisselwerking staat, heet 'metastabiel'. Er zijn nog andere 'verbodsbepalingen', maar die kunnen wij onbesproken laten.

Wanneer een overgang leidt tot absorptie of emissie van straling, is de golflengte en de frequentie van die straling volledig bepaald door de grootte van de sprong in energie:

$$\Delta E = h\nu, \qquad \nu = c/\lambda, \qquad \lambda = 12397/\Delta E \qquad (3,1\ a, b, c)$$

Hier is ΔE de sprong in de energie, λ, ν golflengte resp. frequentie van de straling, c de snelheid van het licht, h de constante van Planck. De relatie (3,1c) volgt uit (3,1a, b) wanneer energieën worden gemeten in elektron-Volts (eV) en λ in Ångström-eenheden. Lijnen in het spectrumgebied tussen 3000 en 8000 Å ontstaan voor ΔE tussen 1,5 en 4 eV.

De 'overgangen' waarop in deze paragraaf wordt gedoeld, kunnen betrekking hebben op gebonden ('bound', = b) of vrije ('free', = f) toestanden van het elektron. Ook onderlinge overgangen tussen b en f kunnen voorkomen. De b-b-overgangen bepalen het lijnspectrum. Overgangen b-f en f-b behoren bij absorptie, respectievelijk emissie in het continue spectrum. Voor overgangen vanuit één bepaalde 'gebonden' toestand heeft dit continuüm een scherp bepaalde grens aan de kant van grote λ. De f-f-overgangen, tenslotte, behoren bij een continuüm dat zich uitstrekt over het gehele spectrum.

I.3.2 *Bezettingsgraad en temperatuur (Boltzmann)*

Bij de analyse van een sterspectrum let men niet alleen op de identificatie van de lijnen, maar ook op de intensiteit. Dit leidt dan tot een vergelijking van de bezetting der energieniveaus. Bij LTE wordt de relatieve bezetting van de niveaus n en m van een bepaalde atoom- of ionsoort beschreven door de vergelijking van Boltzmann:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} e^{-(E_m - E_n)/kT} \qquad (3,2)$$

N_m en N_n zijn 'bezettingsaantallen' (aantal per cm^3) van de niveaus n en m, g_m en g_n de 'multipliciteit' van deze niveaus (die bijvoorbeeld tot uiting komt bij magnetische splitsing: 'zeeman-effect'). E_m, E_n = 'aanslagenergie';

kT staat in verband met de gemiddelde thermische energie van een gasdeeltje.

Wij kiezen $n = 0$ (grondtoestand), ook $E_0 = 0$, en sommeren over alle energieniveaus, dat wil zeggen: alle waarden van m, grondtoestand inbegrepen. Sommatie van N_m zelf levert N, het totale aantal atomen van de beschouwde soort. Wij vinden:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{g_0} \sum_{m=0}^{\infty} g_m \, e^{-E_m/kT} = \frac{u}{g_0} \qquad (3,3)$$

De grootheid u heet de 'toestandsom', en is een stijgende functie van T, altijd $> g_0$.

Voor numerieke berekening schrijft men:

$$e^{-E/kT} = 10^{-E\,\theta}, \qquad \theta = 5040/T, \qquad E \text{ in eV} \qquad (3,4\text{ a, b})$$

In een atmosfeer van lage temperatuur verwacht men een geringe bezetting van de aangeslagen niveaus, omdat geïnduceerde overgangen weinig talrijk zijn en spontane overgangen altijd gaan in neerwaartse richting. Hoe hoger de temperatuur, des te hoger de relatieve bezetting van de aangeslagen toestanden, en dit is zichtbaar in het spectrum. Hierdoor wordt het mogelijk een 'excitatie- of aanslagtemperatuur' (T_{exc}) te bepalen.

I.3.3 *Ionisatiegraad (Saha)*

Ook heeft de temperatuur van de atmosfeer invloed op de ionisatiegraad. Maar hier is de situatie wat ingewikkelder.

Een bepaalde ionisatiegraad komt tot stand als evenwicht tussen ionisatie- en recombinatieprocessen. Het gaat om de overgangen:

atoom + energie $\rightleftarrows$ ion + elektron (3,5)

Door, bij onveranderde temperatuur, de dichtheid te verdubbelen, zal ook het aantal ionisatieprocessen verdubbelen, maar het aantal recombinaties verviervoudigen. Was er eerst evenwicht, dan zal dit nu zijn verbroken. Het komt pas weer tot stand, nadat een overmaat van recombinatieprocessen de ionisatiegraad voldoende heeft verminderd.

De theorie van het ionisatie-evenwicht danken wij aan Megh Nad Saha (1920). Het werk van Saha markeert het begin van het moderne astrofysische onderzoek van de atmosferen der sterren.

Wij schrijven de vergelijking van Saha (voor enkelvoudige ionisatie) in de vorm:

$$\frac{\Lambda_i \Lambda_e}{\Lambda_a} = e^{-\chi/kT} \qquad (3,6)$$

Hier is χ de energie die nodig is om ionisatie vanuit de grondtoestand teweeg te brengen. Verder:

$$\Lambda_j = \frac{N_j}{u_j}\left(\frac{h^2}{2\pi m_j kT}\right)^{3/2} \quad \text{(Index } j = i, e \text{ of } a\text{)} \qquad (3,7)$$

De index j duidt aan, op welke deeltjes (ionen, atomen van een bepaalde soort, elektronen) de formule wordt toegepast. N_j is het totale aantal deeltjes van deze soort per cm^3. Wanneer geen misverstand dreigt, kunnen wij de index weglaten, zoals in (3,3) met de index a is gedaan (bij N en bij u). De waarde van u_j volgt uit (3,3). Voor een elektron, dat geen aangeslagen toestanden kent, is $u_e = 2$. De betekenis van de laatste factor in (3,7) zal later blijken (zie deel 3, III.2.2).

Doordat de massa van het ion en die van het ongeschonden atoom nagenoeg aan elkaar gelijk zijn, neemt de verhouding Λ_i/Λ_a een zeer eenvoudige vorm aan.

Gewoonlijk schrijft men 'Saha' in de vorm:

$$\frac{x}{1-x} = \frac{N_i}{N_a} = \frac{2u_i}{u_a}\left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{3/2}\frac{kT}{P_e}.\,10^{-\chi\theta} \qquad (38),$$

waarin x = ionisatiegraad = $N_i/(N_a + N_i)$, m = massa elektron, θ gedefinieerd in (3,4b). P_e is de elektronendruk:

$$P_e = N_e kT \qquad (3,9)$$

Wij zijn uitgegaan van de vorm (3,6) om de mooie, symmetrische vorm van de vergelijking van Saha tot uitdrukking te brengen en daardoor te doen begrijpen hoe 'Saha' kan worden uitgebreid voor toepassing op andere evenwichten dan het hier genoemde.

Men kan uit het ionisatie-evenwicht voor één chemisch element nog geen temperatuur afleiden, omdat het evenwicht afhangt van *twee* vrije parameters. Want ook de 'elektronendichtheid' (N_e = aantal vrije elektronen per cm^3) of de 'elektronendruk' is hierbij betrokken. Heeft men echter gegevens voor twee elementen met verschillende ionisatiepotentiaal (bijvoorbeeld Ca met 6,11 en Fe met 7,87 Volt), dan kan men zowel de temperatuur als de elektronendichtheid berekenen. Men begint met de beide vergelijkingen van Saha op elkaar te delen, om de 'ionisatietemperatuur' (T_i) te bepalen. Daarna kan men de elektronendruk berekenen.

Helaas stemmen de ionisatietemperaturen, berekend uit verschillende paren van elementen, lang niet altijd overeen. Dat was ook niet te verwachten, gezien de ingewikkelde wijze waarop de diverse atmosferische lagen in de ster hun invloed in het proces van de lijnvorming doen gelden.

1.3.4 *De spectra van de elementen*

De fysische eigenschappen van de chemische elementen lopen sterk uiteen; dit blijkt ook uit hun spectra. De aard van het spectrum wordt hoofdzakelijk bepaald door de kernlading Z, die tegelijkertijd het normale aantal gebonden elektronen en het rangnummer in het periodiek systeem weergeeft.

De elementen $Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$ (He, Ne, A, Kr, X, Rn), zijn de zogenoemde edelgassen. Hun elektronen zijn gerangschikt in een samenstel van volledig gevulde 'schillen'. Een grote hoeveelheid energie is nodig om een elektron uit zijn plaats in dit systeem te verwijderen. Bij de in het periodiek systeem voorafgaande elementen, met bijna complete schil, is dit trouwens ook het geval.

Heel anders is het bij de metalen die als het ware enkele elektronen te veel hebben, welke geplaatst zijn buiten de edelgasschil in een overigens bijna leeg domein. De buitenelektronen worden gemakkelijk van de ene baan in de andere geworpen, of van het atoom weggestoten. Aan deze beweeglijkheid van de buitenelektronen danken de metalen hun groot geleidend vermogen, zowel voor warmte als voor elektriciteit.

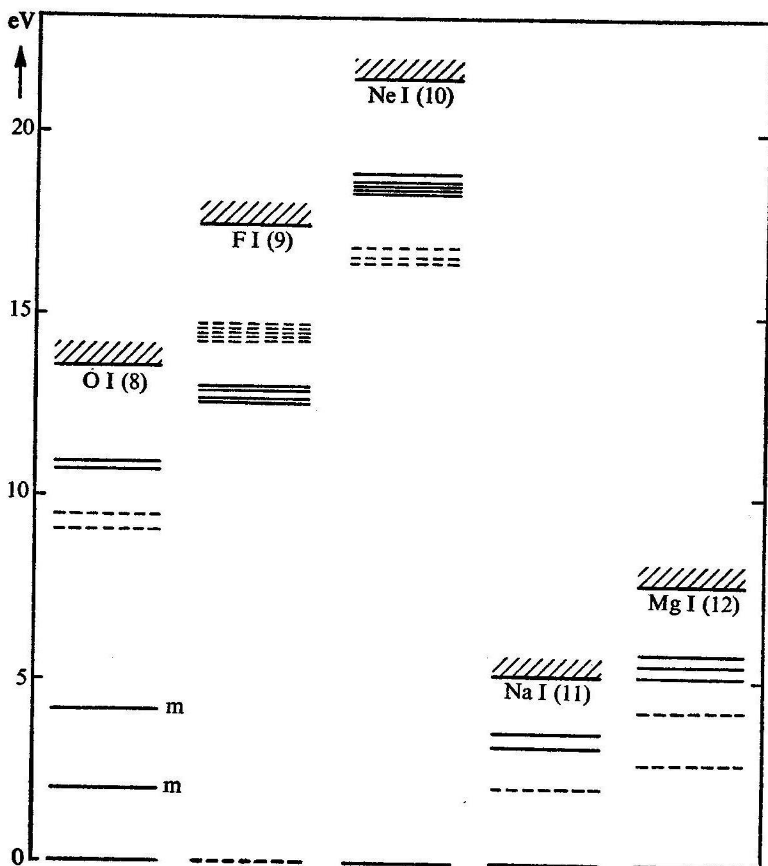
De fundamentele elektronenconfiguratie van een edelgas heeft volmaakte ruimtelijke symmetrie die op slechts één enkele wijze kan worden gerealiseerd. Deze configuratie correspondeert dus met slechts één spectroscopische 'term' (quantummechanische beschrijving van energietoestand).

In afb. 7 is een vereenvoudigd energiediagram gegeven voor een edelgas, twee voorafgaande en twee volgende elementen. De aanduiding I achter het chemisch symbool betekent, dat wij spreken over het spectrum van het neutrale atoom. Spectra van ionen als Ne^{+} of Ne^{++} zouden worden aangeduid als Ne II of Ne III.

Het verschil tussen het edelgas neon en de metalen, voor wat betreft de aanslagenergie van het laagste niveau boven de grondtoestand, springt direct in het oog. Voor neon en voor magnesium is het grondniveau enkelvoudig, zoals wij reeds hebben vermeld. Bij fluoor komt de laatste deelschil één van de zes elektronen te kort (wij beginnen te tellen bij $Z = 4$, omdat een schil en een deelschil, ieder met twee elektronen, reeds zijn gevuld), en daar de zes elektronen gelijkwaardig zijn, maakt het energetisch weinig uit, welk elektron wordt verwijderd. Toch is het grondniveau in principe zesvoudig, en dat van natrium dubbel.

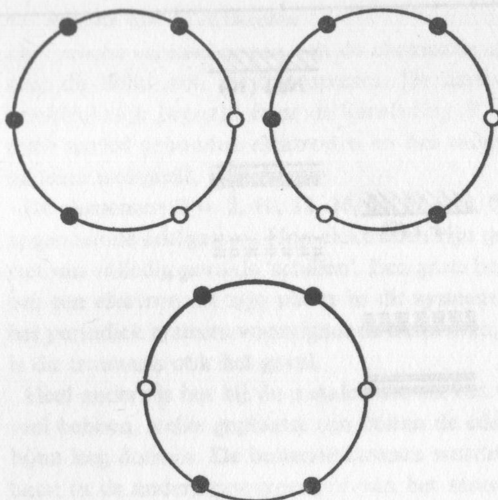
1.3.5 *Metastabiele niveaus, verboden overgangen*

Geheel anders is de situatie bij zuurstof. De vijftien mogelijke keuzen voor de verwijdering van twee elektronen zijn namelijk volstrekt niet



Afb. 7 Vergelijking van termschema's van neutraal O, F, Ne, Na, Mg. Even niveaus zijn getrokken, oneven niveaus zijn gestreept.

gelijkwaardig. Men zie afb. 8, die de drie essentieel verschillende dubbele verminkingen van een zesring toont. De figuur is op te vatten als illustratie, niet als bewijs, omdat de elektronenconfiguratie in het atoom andere symmetrie-eigenschappen heeft dan de zesring. Het is echter van fundamenteel belang, dat de fundamentele elektronenconfiguratie van O I leidt tot drie flink gescheiden energieniveaus die, voortkomende uit één enkele even configuratie, alle drie even zijn. Stralingsovergangen tussen deze drie niveaus onderling zijn dus verboden, en twee van de drie toestanden zijn metastabiel (deel 3, I.3.1).



Afb. 8 Drie verschillende configuraties kunnen ontstaan door twee elementen uit een ring van zes weg te nemen.

I.3.6 *Edelgassen en metaalionen*

Het spectrum van een ion lijkt veel op dat van een neutraal atoom met een even groot aantal gebonden elektronen, maar de bindingsenergie is groter, als gevolg van de grotere kernlading. Dit betekent een verschuiving van het spectrum als geheel in de richting naar de korte golflengten. Ionisatie kan een grens stellen aan het optreden van de metalen in het spectrum. Zijn alle buitenelektronen afgestroopt, dan blijft een edelgasconfiguratie over. En de edelgassen kunnen alleen onder bijzondere omstandigheden een zichtbaar spectrum voortbrengen, althans in het optische spectrumgebied.

Plaat 1 De spectrale reeks van G5 tot M6. De lijnen $\lambda\lambda$ 4227 (Ca I), 4405 en 4668 (Fe I) zijn aangegeven. In de M-sterren ziet men TiO-banden: bandhoofd bij $\lambda\lambda$ 4585, 4762, 4954, band geleidelijk vervloeiend in richting naar grote λ. Het laatste spectrum toont Hγ en Hδ in emissie. Dit is aangeduid in classificatie M6e. (Opnamen R. H. Curtiss, W. C. Rufus, Michigan.)

Plaat 2 De spectrale reeks van B0-G0. De lijnen $\lambda\lambda$ 4026 en 4472 behoren bij He I, λ 4649 bij C III. De letter G duidt (evenals in plaat 1) een blend aan van een groot aantal lijnen (naar Curtiss en Rufus, Michigan).

Als de temperatuur niet zeer hoog is, zijn de atomen van een edelgas bijna allemaal in de grondtoestand. Vandaaruit kan het atoom absorberen, maar de geabsorbeerde fotonen moeten dan voldoende energie bezitten om het atoom tot tenminste de eerste aangeslagen toestand te brengen. We moeten hier denken in termen van 10, ja, 20 eV. De corresponderende lijnen liggen in het verre ultraviolet, dat nog zeer onvolledig is bestudeerd. Een naar boven gerichte overgang, die in het eerste aangeslagen niveau *begint*, zou een beter waarneembare lijn kunnen veroorzaken, Maar dan moet de bezettingsgraad van dit niveau groot genoeg zijn om een lijn van voldoende intensiteit te kunnen voortbrengen. Dit is alleen bij hoge temperatuur het geval.

Men zou verwachten, dat de tot quasi-edelgas afgebroken metaalionen te zamen met de echte edelgassen in het spectrum zouden verschijnen. Dit gebeurt echter niet. De verklaring is, dat de metalen slechts een zeer klein gedeelte uitmaken van de materie waaruit de sterren zijn opgebouwd. Bij lage temperaturen, waar zij geen concurrentie ondervinden van andere atoomsoorten, kunnen zij het spectrum overheersen. Maar bij hogere temperatuur moeten zij het tegenover de veel overvloediger elementen helium en zelfs neon afleggen.

I.3.7 *Verboden lijnen in spectra van kosmische objecten*

Een enkel woord nog over de metastabiele niveaus en de verboden lijnen. Wanneer een atoom in een metastabiele toestand verkeert, kan het daaruit altijd door botsing met een ander deeltje worden verwijderd. Gebeurt dit niet – een situatie die wij kunnen verwachten in zeer ijle kosmische materie – dan zal het atoom tenslotte toch tot de grondtoestand terugkeren, onder emissie van de 'verboden' lijn. Het is gebruikelijk, het spectrum van verboden overgangen aan te duiden door vierkante haken: [O I] in plaats van O I.

Verboden lijnen vindt men in het spectrum van vele kosmische nevels, maar zij zijn ook wel eens aangetroffen in het spectrum van een ster. Zij behoren dan niet bij wat wij gewoonlijk 'de ster' noemen, maar bij een sterk ontwikkelde corona.

Bij het woord 'corona' denken wij natuurlijk aan de zon (zie deel 2, II), waar de corona wordt gekenmerkt door de ijlheid en de hoge temperatuur ervan. Wij willen echter het optreden van verboden (emissie-)lijnen als

---

Plaat 3 Spectrum van een koolstofster en van de M-ster Mira Ceti. De TiO-banden vloeien uit naar grote λ, de CN-banden naar kleine λ (MKK-atlas).

kenteken kiezen. De overgang door straling van een metastabiel niveau omlaag kan alleen plaatsvinden wanneer de concurrerende processen (vooral de-excitatie door botsingen met andere deeltjes) ook tot een lage snelheid van omzetting leiden. Als kenmerk van de stercorona in het algemeen kan men nu ook de grote ijlheid kiezen, die het aantal botsingen tussen deeltjes drastisch beperkt. Hoge temperatuur behoeft geen algemeen kenmerk te zijn. Wij denken aan de begeleider van Antares, een B-ster, met emissielijnen van [Fe II]. In dit bijzondere geval heeft men de corona zichtbaar kunnen maken: opnamen van het spectrum, waarbij de B-ster steeds op één punt van de spleet is gehouden, tonen aan, dat de [Fe II]-lijnen ontstaan in een corona met een diameter van ongeveer 4″, wat overeenkomt met een lineaire maat van 700 Astronomische Eenheden (Struve)!

Hiermee besluiten wij onze algemene notities over het spectrum. Het belangrijkste element, waterstof, is nog niet genoemd, maar zal in deel 3, I.4 de aandacht krijgen die het verdient.

I.4 DE SPECTRALE REEKS

I.4.1 *Harvard-classificatie*

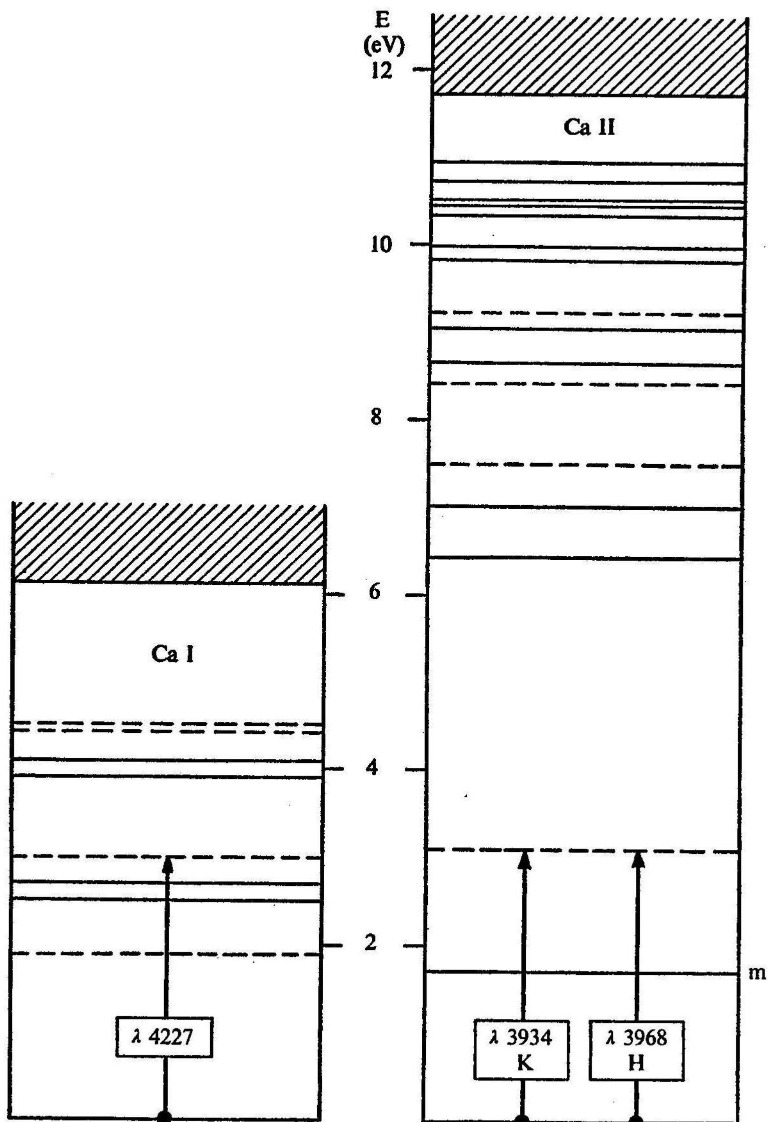
De bestudering van de spectra is begonnen in de vroege jaren van de negentiende eeuw (Fraunhofer; zie ook deel 2, II.2.1), maar kwam pas goed op gang toen de fotografie kon worden toegepast.

De eerste taak was beschrijving en inventarisatie van de spectra der sterren. In en door het monumentale werk van Annie J. Cannon (225 000 sterren) kwam de Harvard-classificatie tot stand. Het bleek mogelijk, bijna alle spectra onder te brengen in een enkele reeks, gesymboliseerd door de rij van letteraanduidingen:

$$\text{O, B, A, F, G, K, M} \qquad (4,1)$$

Dit schema kan door een toegevoegde decimale indeling (bijvoorbeeld A0 tot en met A9) worden verfijnd. Slechts één percent van de spectra kon niet op ongedwongen wijze in deze reeks worden ondergebracht. Zie plaat 1 en 2.

De Harvard-classificatie bleek een bijzondere betekenis te bezitten. Gaande van links naar rechts (van 'vroege' naar 'late' typen), ziet men de kleur van de sterren geleidelijk veranderen van blauw-wit via geel naar rood. Dit duidt op een systematisch verloop van de temperatuur, van hoge naar lage waarden. Deze interpretatie werd bevestigd door een zorgvuldige analyse van spectra die waren opgenomen met de (toen)



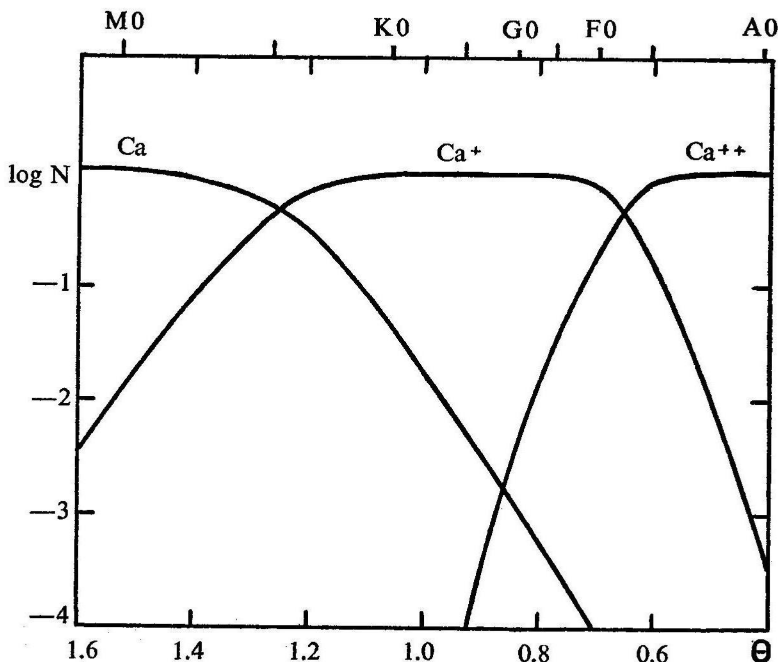
Afb. 9 Niveauschema van Ca I en Ca II, met aanduiding van de voornaamste overgangen (raies ultimes).

grootst bereikbare dispersie en overeenkomstig groot oplossend vermogen. De kwaliteit van deze met een spleetspectrograaf één voor één opgenomen spectra was uiteraard onvergelijkelijk veel beter dan die van de Harvard-spectra, zoals zij in drommen verschenen op de opnamen van stervelden, gemaakt met een refractor, voorzien van een objectief prisma (deel 1, II.9.3).

I.4.2 *De late spectrale typen (G-M)*

In de sterren van type G (waartoe ook de zon behoort) overheersen de lijnen van de metalen. Lijnen van neutrale atomen en van eerste ionen zijn rijkelijk vertegenwoordigd. Gaat men (plaat 1) via de late G-typen en K naar M, dan treden de ionlijnen meer en meer op de achtergrond. In de G-spectra beheersen de 'raies ultimes' (de sterkste lijnen die uitgaan van het grondniveau; zie afb. 9) van CaII het spectrum volkomen, in ieder geval voor zover dit van de oppervlakte van de aarde kan worden waargenomen. Wij doelen hier op het lijnenpaar $\lambda\lambda$ 3968/3934, meestal (in Fraunhofer-notatie) aangeduid als de H- en K-lijnen. De raie ultime van CaI, λ 4227, behoort in de G-sterren tot de sterke lijnen, maar is toch veel zwakker dan in het M-type, waar deze lijn het gehele blauwe spectrumgebied beheerst. Bij de meeste metalen is de ionisatie niet zo ver voortgeschreden als bij calcium, omdat calcium een toch wel ongewoon lage ionisatie-energie heeft. Het gedrag van de metalen stemt geheel overeen met de op de ionisatietheorie gebaseerde verwachtingen. Zie ook afbeelding 10.

Het kan ons niet verwonderen, in de K-spectra molecuulbanden aan te treffen. De moleculen zijn vaak niet geheel verzadigd, twee-atomige 'radicalen' treden op de voorgrond. Men moet eraan denken dat men heeft te maken met een evenwicht tussen dissociatie- en recombinatieprocessen. De banden van koolstofverbindingen als CN, CH, C_2 overheersen. Het is merkwaardig, dat deze in de nog koelere M-sterren verdwijnen! Koolstof zal daar zijn opgenomen in drie- of meeratomige moleculen, maar vooral in CO, wat bij de iets hetere K-sterren nog niet mogelijk was. De meeste sterren bevatten meer zuurstof dan koolstof, zodat – bij voldoende lage temperatuur – alle koolstof in CO wordt verbruikt, waardoor niets overblijft voor de andere koolstofverbindingen. Helaas liggen de CO-banden in een weinig onderzocht spectraal gebied: het infrarood, bij 2,3 μ. Dat zuurstof in de M-sterren in grote hoeveelheid aanwezig is, blijkt uit de grote intensiteit van de TiO-banden; zie plaat 3. Er is een categorie van sterren van lage temperatuur, behorende tot de (nog niet genoemde) Harvard-typen R en N (samengevat in klasse C volgens een later schema), die geen TiO tonen, maar wel CN: blijkbaar



Afb. 10 Relatieve concentraties van Ca, Ca^+, Ca^{++} als functie van de temperatuur. $\theta = 5040/T$. Vaste waarde voor elektronendruk.

bevatten deze sterren meer koolstof dan zuurstof, zodat het CO-radicaal nu alle zuurstof heeft opgeslokt en geen rest laat voor de vorming van metaaloxyden zoals TiO. De splitsing bij de koele sterren tussen M- en C-typen is een eerste duidelijk teken van belangrijke verschillen in chemische samenstelling van steratmosferen.

Dat ook andere dan twee-atomige moleculen kunnen voorkomen, is al geruime tijd bekend. Verrassend was toch de recente ontdekking van absorptiebanden van waterdamp (H_2O) (Spinrad en anderen) in het spectrum van een aantal late M-sterren, waaronder Mira Ceti; zie plaat 4.

1.4.3 *De vroege spectrale typen (G-O)*

Gaan we van G naar de vroege typen, dus naar hoge T, dan constateren we de verwachte toename van de ionisatiegraad der metalen; zie plaat 2. Men krijgt niet alleen meer eerste ionen, maar ook meervoudig geïoni-

seerde metalen, dat wil zeggen: verschuiving naar een hogere trap van ionisatie. In de vorige paragraaf is al uiteengezet hoe de metalen tenslotte uit het spectrum verdwijnen. Zo zijn de lijnen H en K, behorende tot het spectrum CaII, in type F al veel zwakker dan in G. In type B zijn ze geheel verdwenen, maar er treden geen lijnen van CaIII voor in de plaats. Dit kan worden verklaard uit de edelgasstructuur van het Ca^{++} ion.

De sterkste lijnen in de spectrale typen F, A en B stammen van het element waterstof. Waterstof is dan ook verreweg het meest overvloedige element in de kosmos. Maar het waterstofspectrum is niet alleen sterk, het bevat ook een schat van informatie.

Het termschema van waterstof (zie afb. 11) heeft een zeer eenvoudige structuur:

$$E_n = -\chi/n^2 \tag{4,2}$$

De index 'n', het zogenoemde hoofdquantumgetal, kan alle positief gehele waarden aannemen. Het kan ook dienst doen om de energieniveaus te nummeren. Het grondniveau wordt gespecificeerd door $n = 1$. Het nulpunt van de energieschaal is gekozen bij de grens tussen vrije en gebonden toestand. De energie E_n van de gebonden toestand is dan negatief. De ionisatie-energie χ bedraagt 13,60 eV.

Uit (4,2), met toepassing van (3,1), vinden we de golflengte van een lijn, behorend bij een overgang tussen niveaus n en m:

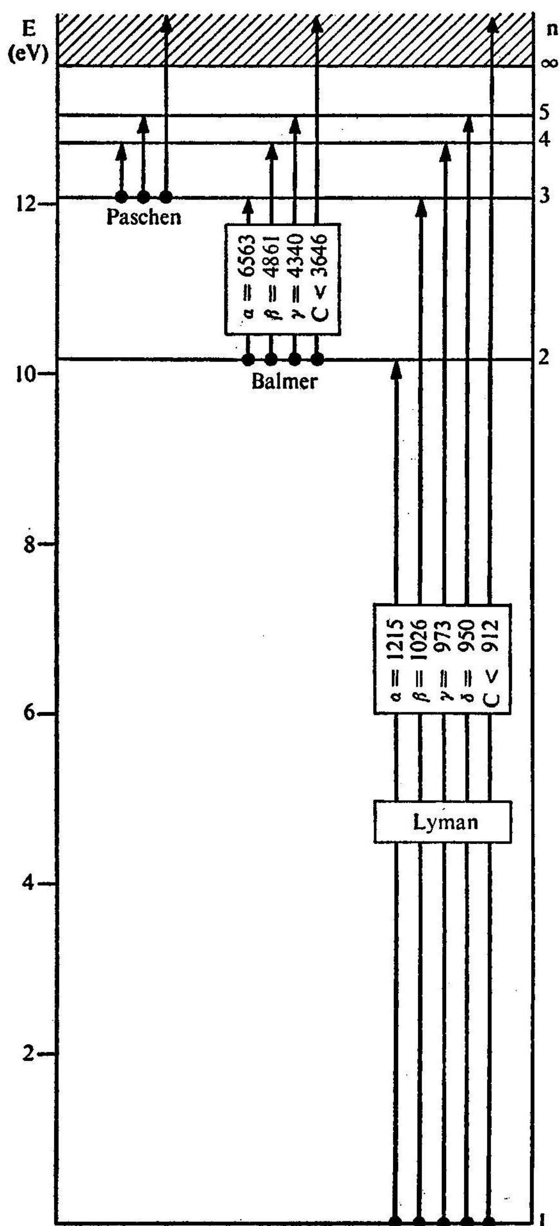
$$1/\lambda = R_H(1/n^2 - 1/m^2) \quad (0 < n < m), R_H = 109\,678 \text{ cm}^{-1} \tag{4,3 a, b}$$

R_H is de zogenoemde 'constante van Rydberg'.
Houdt men n vast, en laat men m alle waarden groter dan n doorlopen, dan krijgt men een van de regelmatige lijnenreeksen die karakteristiek zijn voor de één-elektron-spectra. Voor $n = 1, 2, 3$ is dit achtereenvolgens de Lyman-, de Balmer-, de Paschen-serie.

Elke serie begint met $m = n + 1$, de corresponderende lijn wordt aangeduid door de index α: Lyα, Hα, Paα. (Ongebruikelijk is Baα voor Hα; de Hα-notatie was al in gebruik, toen Balmer (1885) de regelmaat van de reeks in de vorm van een mathematische formule wist te brengen.) Om de gedachten te bepalen, kiezen we $n = 2$. Gaande van Hα naar Hβ, Hγ enzovoort, wordt de separatie tussen de lijnen geleidelijk kleiner. Tenslotte worden de lijnen opeengedrongen nabij de seriegrens, gelegen bij:

$$\lambda = R_H^{-1}\, n^2, \qquad R_H^{-1} = 911{,}76 \text{ Å}.$$

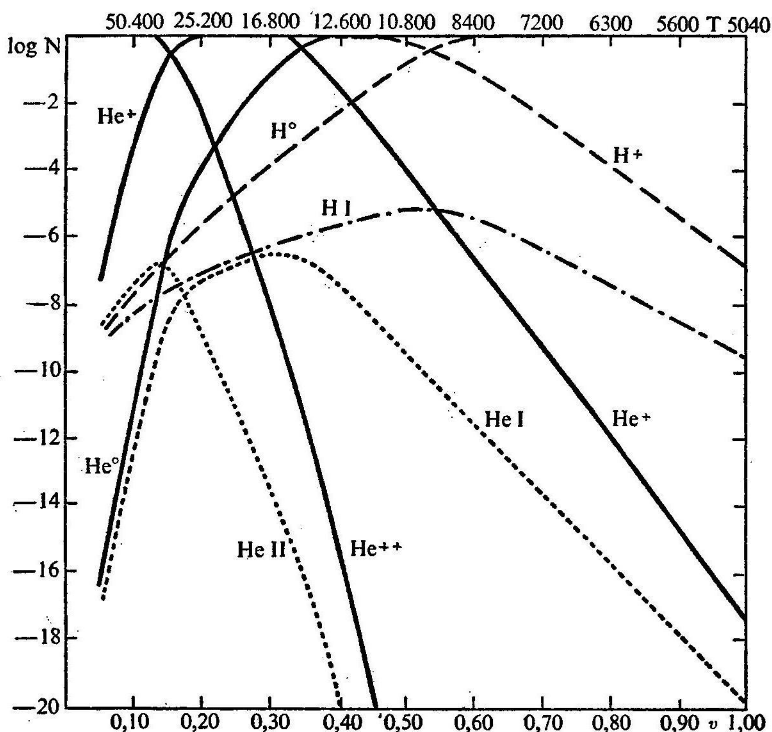
Voorbij deze seriegrens, in de richting naar kleinere λ, begint dan de continue absorptie.



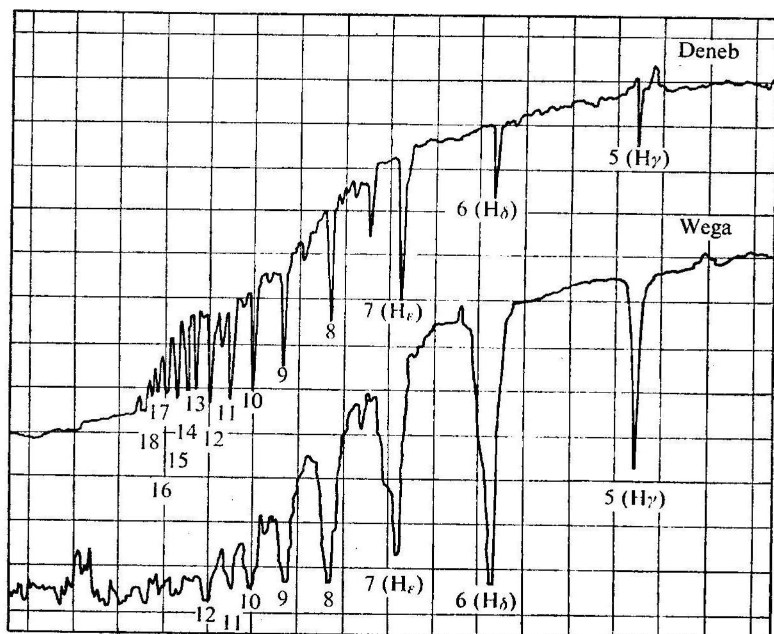
Afb. 11 Niveauschema van waterstof.

TABEL: HET SPECTRUM VAN WATERSTOF

index	*lymanserie*	*balmerserie*	*paschenserie*
α	1215,67	6562,82	18756,21
β	1025,72	4861,33	12821,62
γ	972,54	4340,47	10941,12
δ	949,74	4101,74	10052,15
limiet	(911,76)	(3645,98)	(8205,84)
c = continuüm	< 911,76	< 3645,98	< 8205,84



Afb. 12 Relatieve concentraties van H en H^+ als functie van temperatuur voor vaste elektronendruk. Relatief aantal aangeslagen atomen ($n = 2$ en $n = 3$).



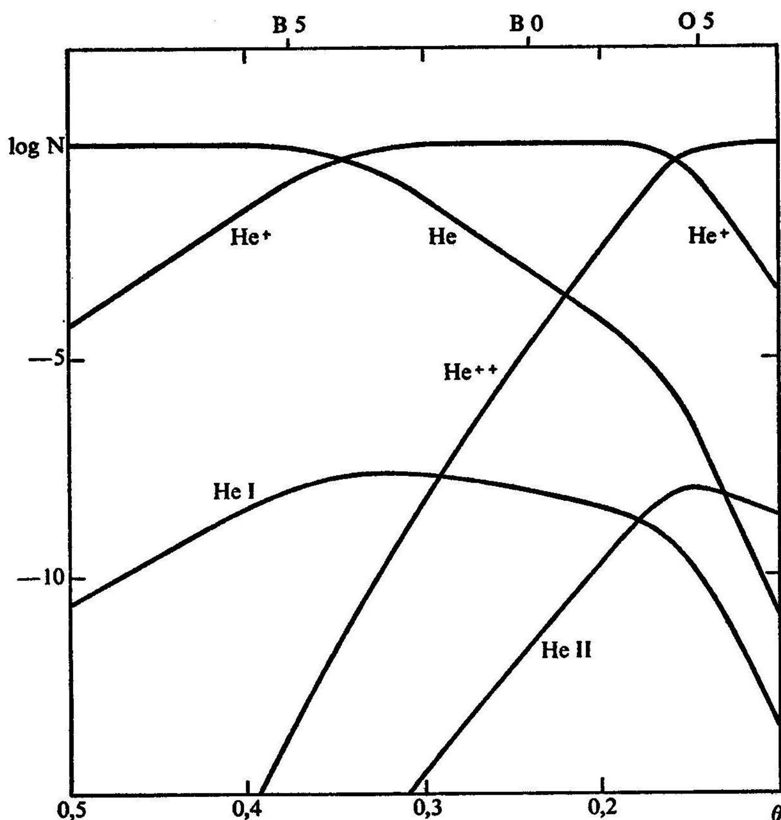
Afb. 13 Intensiteitsregistratie van de spectra van Wega (A0 V) en Deneb (A2 Ia). De waterstoflijnen zijn verbreed door het Stark-effect dat in sterren van de hoofdreeks veel sterker is dan in superreuzen. Uit het aantal zichtbare lijnen nabij de Balmergrens kan de absolute lichtsterkte worden afgeleid (Harvard-Amsterdam).

De lijnen van de Lymanserie liggen in het verre ultraviolet dat door de aardse atmosfeer volledig wordt geabsorbeerd. Met behulp van raketten heeft men de Lyα-straling van de zon kunnen waarnemen. Of dit bij veel andere sterren mogelijk zal zijn, valt te betwijfelen, omdat het interstellaire medium deze straling in zeer sterke mate absorbeert en verstrooit.

Van primair belang is de Balmerserie. De Balmerlijnen zijn zwak bij M-sterren, worden belangrijk in het G-type, zijn allesoverheersend in A. In de B-sterren worden ze weer zwakker. Absorptie van een Balmerfoton moet geschieden uit het tweede niveau. Dit niveau heeft een hoge aanslagenergie: 10,20 eV. De sterkte van de Balmerlijnen hangt af van de bezetting van het niveau $n = 2$, en pas bij de vroege A-sterren bereikt deze zijn hoogste waarde. Dat de waterstoflijnen in het B-type weer in sterkte afnemen, is het gevolg van de intredende ionisatie. Zie afb. 12.

Wij moeten nog melding maken van het Stark-effect; zie ook afb. 13.

Alle atomen in een ster-atmosfeer bewegen zich in een snel veranderlijk elektrisch microveld. Het waterstofatoom is uitermate gevoelig voor dit veld. De Balmerlijnen worden hierdoor sterk verbreed, terwijl zij even donker blijven (zie deel 3, I.7). Het gevolg is, dat hun totale absorptie veel groter is dan zonder dit Stark-effect het geval zou zijn geweest. Een ander gevolg is, dat de lijnen nabij de Balmergrens ineen gaan vloeien, zodat het net lijkt of het Balmer-continuüm begint bij een aanzienlijk grotere golflengte dan de echte ionisatiegrens (3646). Het aantal waterstoflijnen dat men kan onderscheiden, hangt daarom in sterke mate af



Afb. 14 Relatieve concentraties van He, He^{+}, He^{++} en bezetting van de niveaus vanwaaruit belangrijke lijnen in het zichtbare spectrumgebied ($\lambda\lambda$ 4026 voor He I, 4686 voor He II) ontspringen.

van de atmosferische druk: hoe hoger de druk, des te kleiner het aantal Balmerlijnen dat men kan onderscheiden.

Helium, met zijn nog hogere ionisatie-energie (24,6 eV) en aanslagenergie (19,8 eV) van het laagste 'bruikbare' niveau, verschijnt in de late B-typen, bereikt maximale intensiteit in B2 en neemt dan weer af door ionisatie; afb. 14. Men zou nu verwachten dat HeII zijn intrede doet, maar dat gebeurt pas bij O9, als het HeI-spectrum al veel van zijn sterkte heeft ingeboet. De verklaring ligt in de zeer grote aanslagenergie van het laagste voor ons interessante niveau in He^+, in vergelijking tot de ionisatie-energie van het neutrale helium: 50 eV tegen bijna 25.

Tenslotte vermelden wij nog het voorkomen van absorptielijnen van C, N, O, Si enzovoort, op verschillende trappen van ionisatie in spectra van het type B3 en vroeger.

I.4.4 *Het continuüm*

Het continue spectrum ontstaat in een wisselwerking van emissie- en absorptieprocessen. Het belangrijkste agens is waterstof.

Wanneer er genoeg neutrale waterstof in de atmosfeer van de ster aanwezig is, kan de continue absorptie plaatsvinden in b-f-processen. Om een waterstofatoom van het n^{de} niveau uit te ioniseren, is een energie van tenminste $\chi/n^2 = 13{,}60/n^2$ eV nodig. Dit vereist een foton met $\lambda < 912\ n^2$ Å.

Een atoom in de grondtoestand kan alleen worden geïoniseerd door straling met $\lambda < 912$ Å, dus uit het 'Lyman-continuüm'. Voor de ster zelf is dit ongetwijfeld het belangrijkste ionisatieproces. Maar helaas kunnen wij dit deel van het spectrum niet waarnemen (behalve bij de zon).

De absorptiecoëfficiënt in het Lyman-continuüm is ontzaglijk groot, maar dit betekent niet dat de straling van de ster in dit golflengtegebied erg zwak zou moeten zijn. Want de emissiecoëfficiënt is ook heel groot (deel 3, I.2.1, Kirchhoff). Wij ontvangen Planckse straling uit een zeer hoge laag van de atmosfeer – bij vele sterren uit de chromosfeer; zie deel 2, II.

I.4.5 *Lyman- en Balmersprong*

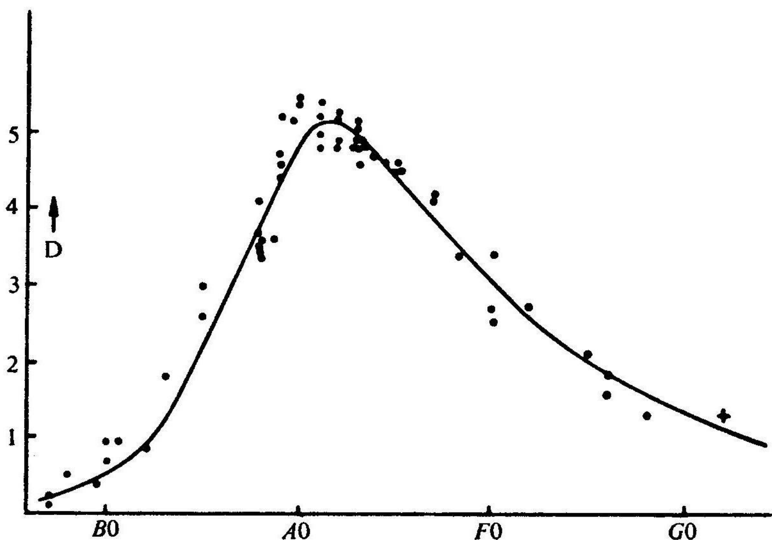
Passeert men de λ 912 in de richting naar grote λ, dan gaat bij deze grens de absorptiecoëfficiënt met een sprong omlaag (Lymansprong). Opeens kijken wij veel dieper in de atmosfeer. Misschien hebben wij nu de chromosfeer verlaten, en is de temperatuur belangrijk lager dan in het hoger gelegen niveau. Als dat zo is, verschijnt het Lymancontinuüm in emissie.

Bij λ 3646 is een nieuwe grens (Balmergrens), ditmaal in een gemakkelijk toegankelijk deel van het spectrum. Weer gaan wij sprongsgewijs

naar een dieper niveau in de atmosfeer, en nu verwachten wij daarbij een hoger worden van de temperatuur, en dus een grotere intensiteit van de straling. Dit blijkt in vele gevallen juist te zijn, maar niet altijd. Normaal verwachten wij dus het Balmercontinuüm in absorptie. Verschijnt het in emissie, dan duidt dit op een sterk ontwikkelde chromosfeer.

In het algemeen gesproken, zou men verwachten dat de contrasten bij de kritieke golflengten groter zijn naarmate de temperatuur van de ster lager is. Want het contrast bij de Balmergrens, bijvoorbeeld, hangt af van de relatieve bezetting van de niveaus $n = 2$ en $n = 3$. Hoe lager de temperatuur, des te groter dit contrast. En inderdaad: voor de sterren van type B wordt de verwachting door de waarneming bevestigd. Maar voor latere typen dan A neemt het contrast juist af; een resultaat dat lijnrecht tegen de verwachtingen indruist; zie afb. 15.

Hoe kan dit worden verklaard? Het Balmercontrast wordt aanzienlijk verkleind als naast de b-f-absorptie van waterstof een ander absorptieproces bestaat met een glad-verlopende absorptiecurve. Wij moeten hier niet denken aan f-f-absorptie door waterstof, omdat dit mechanisme – dat in principe absorptie veroorzaakt voor alle golflengten en nergens plotse-



Afb. 15 De 'Balmersprong' als functie van spectrale typen voor sterren van de hoofdreeks (waarnemingen Chalonge c.s., theoretische curve Aller).

linge overgangen vertoont – juist voor de sterren van lage temperatuur niet kan werken door het nagenoeg ontbreken van H^+.

I.4.6 *Absorptie door H^-*

De oplossing van het raadsel (R. Wildt, 1938) ligt in de absorptie door het negatieve waterstofion (H^-). Wanneer een 'vrij' elektron verzeild raakt in de buurt van een neutraal waterstofatoom, manifesteert zich een zwakke aantrekking tussen atoom en elektron. De oorzaak daarvan is de polarisatie van het atoom onder invloed van het elektrisch veld van het naderend elektron: de gemiddelde positie van het gebonden elektron wordt verschoven, en valt niet meer samen met de positie van de waterstofkern. Berekening leert dat het naderend elektron zo sterk wordt aangetrokken, dat het nog in een stabiele toestand kan worden gebonden, ook al is de ionisatie-energie zeer klein (0,75 eV). Maar dat is juist wat wij bij sterren van lage temperatuur nodig hebben! Wetende, dat voor H^- geen andere b-toestanden mogelijk zijn dan de genoemde, zien we nu dat H^- straling kan absorberen met $\lambda < 16500$ Å.

Naast de b-f-absorptie is ook f-f-absorptie mogelijk, die speciaal voor de grote golflengten van belang wordt. De f-f-absorptie bij H^- betekent de absorptie van een foton door een elektron op het moment dat dit elektron een neutraal waterstofatoom passeert.

Vergelijkt men de theoretische absorptiecurve voor H^- met de empirische bepaling van $\varkappa(\lambda)$ voor de zon (Chalonge en Kourganoff; zie deel 3, I.2.5 en afbeelding 5), dan ziet men hoe Wildt de spijker op de kop heeft geslagen. Door deze belangrijke ontdekking heeft hij de weg geopend naar een kwantitatieve studie van de spectra in het midden van de Harvard-reeks.

I.4.7 *Andere mechanismen van absorptie en verstrooiing*

Vrije elektronen kunnen elektromagnetische straling niet absorberen, wel verstrooien. Dit kan worden aangetoond met behulp van de Wet van Behoud van Arbeidsvermogen. Ook deze verstrooiing kan belangrijk worden. Wij willen deze processen nader met elkaar vergelijken.

Verstrooiing heeft een statistisch karakter: een stroom van fotonen wordt verstrooid door een zwerm elektronen. Voor ons doel moeten wij terugkeren tot het basisproces: ontmoeting van een enkel foton met een enkel elektron. Gemakshalve zullen we ook dit basisproces 'verstrooiing' noemen.

Absorptie is een proces waarin een foton, in contact gekomen met materie, geheel verdwijnt. In een verstrooiingsproces worden alleen de richting van beweging en de golflengte veranderd. Als de snelheid van de

TABEL: AFSTAND, LICHTSTERKTE EN STRAAL VAN ENKELE STERREN

ster	m_{vis}	C.I.	spectrum	r_{pc}
β Crucis	1,29	— 0,25	B0III	130
β Centauri	0,63	— 0,24	B1II	130
α Crucis A	1,35	— 0,26	B1IV	50
Spica	0,97	— 0,23	B1V	65
Achernar	0,49	— 0,17	B5IV	35
Regulus A	1,34	— 0,11	B7V	26
* Wega	0,03	0,00	A0V	8,1
* Sirius A	— 1,46	— 0,01	A1V	2,7
Fomalhaut	1,16	+ 0,09	A3V	7,0
Altair	0,75	+ 0,25	A7IV-V	5,0
Procyon A	0,35	+ 0,40	F5IV-V	3,5
α Centauri A	0,00	+ 0,69	G2V	1,3
* Zon	— 26,78	+ 0,62	G2V	–
70 Ophiuchi A	4,22	+ 0,87	K0V	5,2
61 Cygni A	5,20	+ 1,21	K5V	3,4
Kruger 60 A	9,8	+ 1,63	dM3	4,0
Barnards ster A	9,53	+ 1,75	M5	1,8
Wolf 359	13,7	rood	dM6e	2,3
Luyten 68-29 (B)	17,7	rood	late M ?	6,6
Rigel A	0,11	— 0,05	B8Ia	530
Deneb	1,25	+ 0,08	A2Ia	> 560
Canopus	— 0,72	+ 0,16	F0I-II	55:
Capella A	0,8	+ 0,81	G5III	14
* Arcturus	— 0,05	+ 1,24	K1III	11
Pollux	1,15	+ 1,01	K0III	10,7
* Aldebaran	0,80	+ 1,55	K5III	21
* Antares A	0,94	+ 1,83	M1	130
* Betelgeuze	0,4	+ 1,85	M2I	200:
Wolf 1346	11,51	— 0,07	Da2	14
0_2 Eridani B	9,5	+ 0,03	Da	5,0
Sirius B	8,67	+ 0,4	Da5	2,7
Van Maanen 2	12,4	+ 0,61	Df8	4,2
Wolf 489	14,68	+ 0,96	Dk	7,6

Slechts zeven van de getabelleerde sterren (gemerkt *) zijn standaardsterren in de zin van deel 3, I.6.

Afbeelding 16 toont de rangschikking van deze sterren in een diagram waarin horizontaal het spectrale type, verticaal de absolute bolometrische magnitude is

M_{vis}	$(L/L_\odot)_{vis}$	M_{bol}	$(L/L_\odot)_{bol}$	T_{eff}	$R/R_\odot$
— 4,3	4 400	— 7,5	76 000	30 000	10,5
— 5,0	8 300	— 7,5	76 000	24 200	16
— 2,2:	630:	— 4,7:	5 800:	24 200	4,4:
— 3,1	1 450	— 5,6	13 200	24 200	8,4
— 2,2	630	— 3,6	2 100	16 400	5,8
— 0,8	174	— 1,8	400	14 500	3,2
+ 0,5	52	+ 0,1	69	10 800	2,4
+ 1,4	23	+ 1,1	28	10 200	1,7
+ 1,9	14,5	+ 1,7	16	9 100	1,6
+ 2,2	11	+ 2,1	11	8 190	1,6
+ 2,6	7,2	+ 2,6	7	6 540	2,1
+ 4,4	1,5	+ 4,3	1,4	5 780	1,2
+ 4,8	1,0	+ 4,7	1,0	5 800	1,0
+ 5,6	0,46	+ 5,4	0,5	5 240	0,9
+ 7,5	0,08	+ 6,8	0,16	3 970	0,8
+ 11,8	0,0016	+ 9,9	0,008	2 900	0,36
+ 13,2	0,00043	+ 10,8	0,004	2 600	0,30
+ 16,8	0,000016	+ 14,3	0,00014	2 400	0,07
+ 18,6	0,000003	?	?	?	?
— 8,5	210 000	— 9,3	400 000	13 400	120
— 7,5	> 83 000	< — 7,8	> 100 000	9 170	> 126
— 4,4:	4 800:	— 4,5:	4 800:	7 240	45:
+ 0,1	7,1	— 0,05	83	5 490	10
— 0,2	100	— 0,4	110	5 000	14
+ 1,0	35	+ 0,8	36	5 240	7,8
— 0,8	174	— 1,5	300	3 500	48
— 4,7	6 300	— 7,2	61 000	3 300	760
— 5,9:	19 000:	— 8,5:	190 000	3 300	1000
+ 10,8	0,0040	+ 10,5	0,005	9 730	0,024
+ 11,0	0,0033	+ 10,8	0,004	10 000	0,020
+ 11,5	0,00095	+ 11,4	0,002	8 620	0,21
+ 14,2	0,00017	+ 14,1	0,0002	6 200	0,012
+ 15,2	0,00007	+ 14,7	0,0001	4 500	0,017

aangegeven (Hertzsprung-Russelldiagram). Diagrammen van dit type zijn van enorme betekenis geweest voor de studie van sterren en van sterrenstelsels (: = 'onzeker').

verstrooiende deeltjes (wij denken hier vooral aan de thermische beweging) veel kleiner is dan die van het licht, is de verandering in golflengte relatief heel klein (dat wil zeggen: $|\Delta\lambda| \ll \lambda$), de verandering van de bewegingsrichting aanzienlijk. Men kan zich dit wel voorstellen, als men de verstrooiende deeltjes denkt als langzaam ($v \ll c$) bewegende spiegeltjes, in willekeurige oriëntatie, of, zo men wil, als spiegelende kogeltjes. De (geringe) verandering in golflengte kan dan worden geïnterpreteerd als doppler-verschuiving.

Door dit verstrooiingsproces wordt een eventuele aanvankelijke gerichtheid van de straling teniet gedaan. Dit is wat ons interesseert: het blijkt dat de voortgang van de stralingsstroom door verstrooiing al evenzeer wordt bemoeilijkt als door absorptie. De in de gerichte stralingsstroom belichaamde impuls wordt overgedragen aan de materie: wij vatten dit op als de werking van de stralingsdruk die echter in de meeste gevallen kwantitatief van weinig belang is.

De golflengte van de straling verandert weinig, maar toch iets en, doordat een foton vele malen achtereen een elektron ontmoet, zal de gemiddelde golflengte van de straling ook iets veranderen en geleidelijk in overeenstemming worden gebracht met de lokale temperatuur.

Verstrooiing door vrije elektronen is belangrijk in steratmosferen van hoge temperatuur, zoals de B-sterren.

In sterren van lage temperatuur kan (in bepaalde, hier niet nader te preciseren omstandigheden) de verstrooiing door neutrale waterstofatomen van betekenis worden. Ook mag men de moleculaire absorptie niet over het hoofd zien! De f-f-absorptie van waterstof, die we hebben genoemd, maar niet besproken, is in de meeste gevallen kwantitatief van weinig betekenis. Iets dergelijks geldt voor de absorptie door de metalen, een gevolg van hun geringe abundantie. Dit geldt althans voor $\lambda > 3000$ Å. Men zoekt nog naarstig naar andere absorptiemechanismen, die belangrijk kunnen zijn in het ultraviolet.

Plaat 4 Waterdamp in het spectrum van Mira Ceti. Het spectrum van Procyon (α C Mi) dient ter vergelijking, om de invloed van H_2O in onze eigen atmosfeer te kunnen elimineren (Spinrad en Newburn).

Plaat 9 Abondantieverhoudingen van koolstofisotopen in koolstofsterren. Banden van de C_2-moleculen $^{12}C — {}^{12}C$, $^{12}C — {}^{13}C$ en $^{13}C — {}^{13}C$ zijn aangeduid door respectievelijk één, twee en drie stippen. Vergelijk de intensiteitsverhoudingen in de zes spectra (naar McKellar).

I.5 REUZEN EN DWERGEN

I.5.1 *Verschillende typen sterren*

Van een klein aantal sterren kennen wij door bijzondere bepalingen, onafhankelijk van het spectrum, de absolute bolometrische magnitude en de effectieve temperatuur. Voor deze sterren kent men dan ook de straal (*R*). De drie genoemde grootheden zijn immers aan elkaar gekoppeld via de relatie (2,2).

Deze weinige sterren vormen de basis van een kalibratiesysteem voor de bepaling van de stralingstemperatuur voor het visuele golflengtegebied of zelfs van effectieve temperatuur en bolometrische lichtsterkte. Ook de straal van de ster kan dan worden berekend. Kent men de afstand van het object niet – heeft men dus slechts de schijnbare, niet de absolute magnitude tot zijn beschikking – dan kan slechts de schijnbare straal van de ster worden bepaald.

Resultaten voor enkele sterren vindt men in de tabel op pag. 46-47, waarin onder meer alle sterren van de eerste grootte zijn opgenomen.

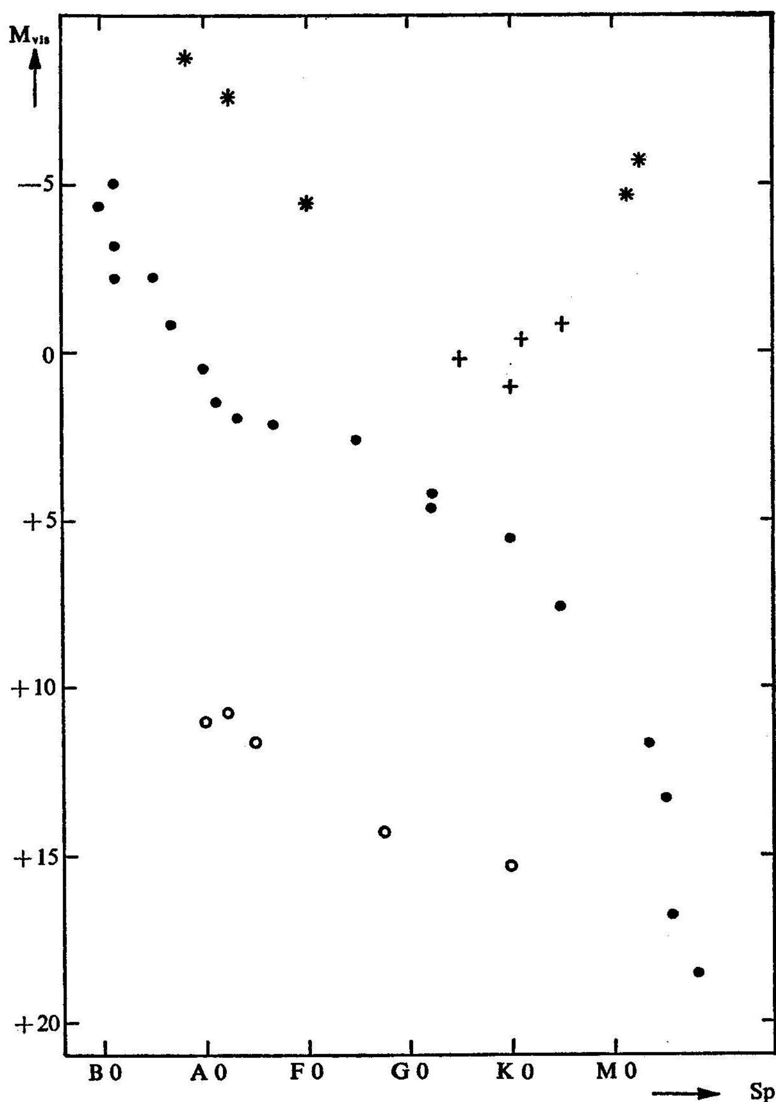
De sterren in de tabel zijn zo gerangschikt, dat hun verschillende eigenschappen direct in het oog springen. Bij de eerste groep sterren, gerangschikt naar spectrale typen, valt op dat de temperatuur tegelijk met de lichtsterkte daalt. Hetzelfde geldt in grote trekken voor de diameters. De afmetingen van de sterren van deze groep blijven echter binnen matige grenzen. Deze sterren bepalen de 'hoofdreeks'. Procyon ligt iets boven de hoofdreeks: een 'subreus'. Voor de terminologie zie afb. 17.

Een geheel ander beeld geven de sterren van de tweede groep, de 'reuzen', of, in extreme gevallen, 'superreuzen'. Zonder uitzondering hebben deze sterren een veel grotere lichtsterkte dan even hete sterren uit de eerste groep. Rigel, bijvoorbeeld, heeft ongeveer dezelfde temperatuur als Regulus, maar straalt 1000 maal zo veel licht uit. Dit bewijst dat zijn afmetingen 30 à 35 maal zo groot zijn. Pollux en Arcturus staan in scherp contrast tot 61 Cygni, om over Betelgeuze en Wolf 359 maar te zwijgen.

Het is vooral merkwaardig dat tussenvormen, althans voor de spectrale typen K en M, zo goed als niet voorkomen.

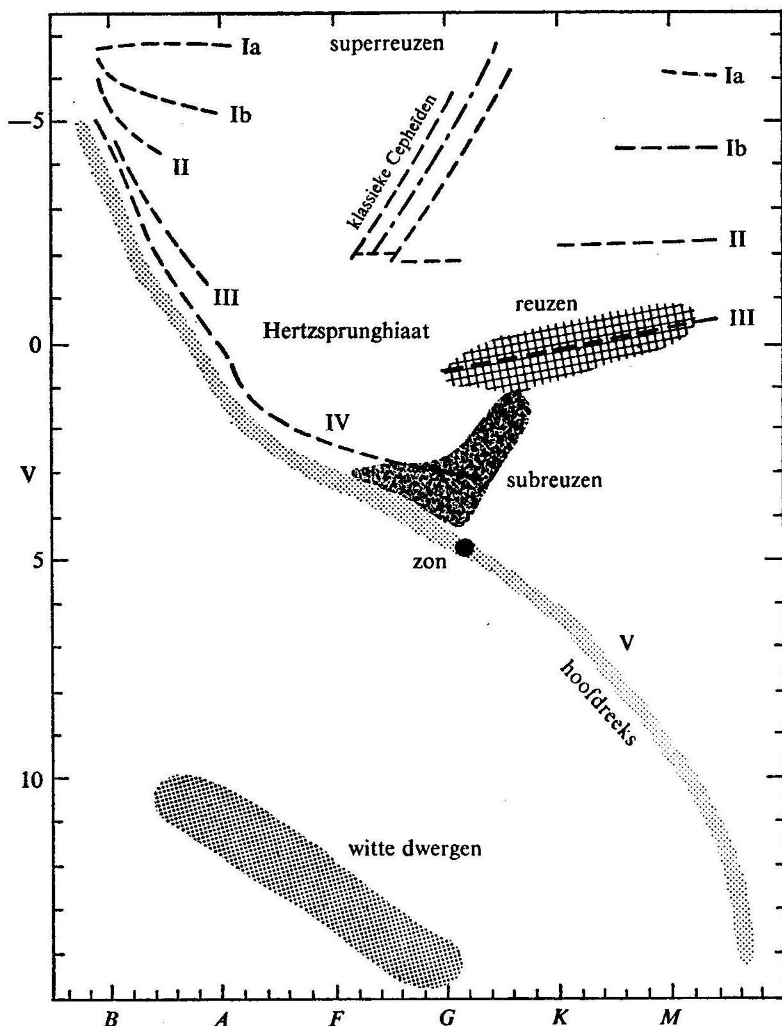
Plaat 5 Classificatie naar de lichtkracht voor sterren van het type B3. Let op het Stark-effect dat de breedte van de waterstoflijnen bepaalt, en op de gemarkeerde ion-lijnen. Ook de intensiteitsverhouding van de heliumlijnen onderling vertoont een lichtkrachteffect (MKK-atlas).

Ejnar Hertzsprung, pionier van de moderne sterrenkunde, heeft in 1905 als eerste geweten dat er twee categorieën rode sterren bestaan. Hij ont-



Afb. 16 Hertzsprung-Russelldiagram voor de sterren van de tabel bij I.5.1.

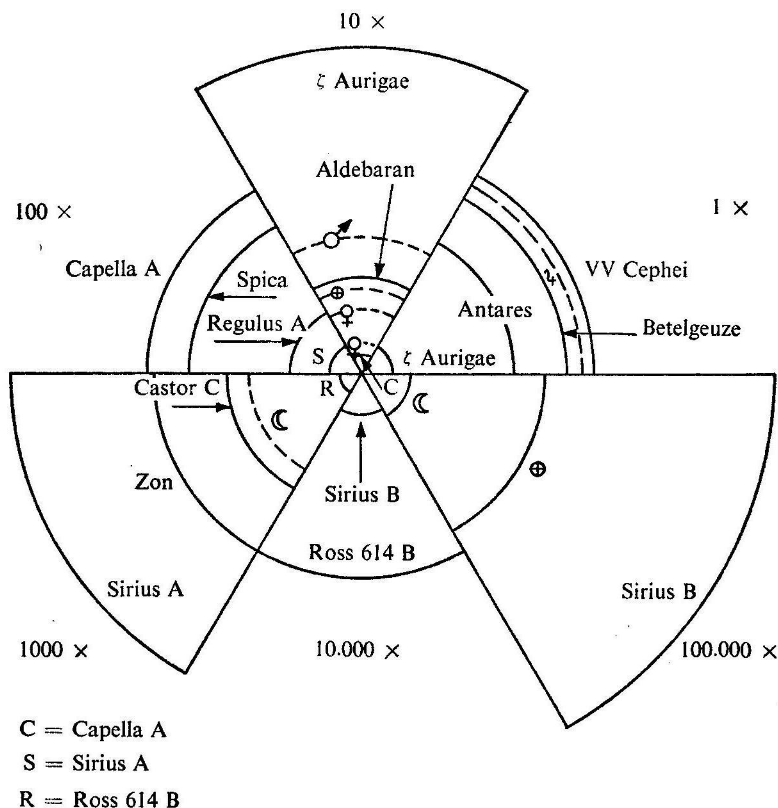
dekte dit door een studie van de eigenbewegingen. De eigenbeweging (EB) van een ster is een regelmatig voortschrijdende beweging aan de hemel, de projectie van de relatieve ruimtelijke beweging van ster en zon. Hij vormt een uitstekend hulpmiddel van afstandsbepaling bij statistische



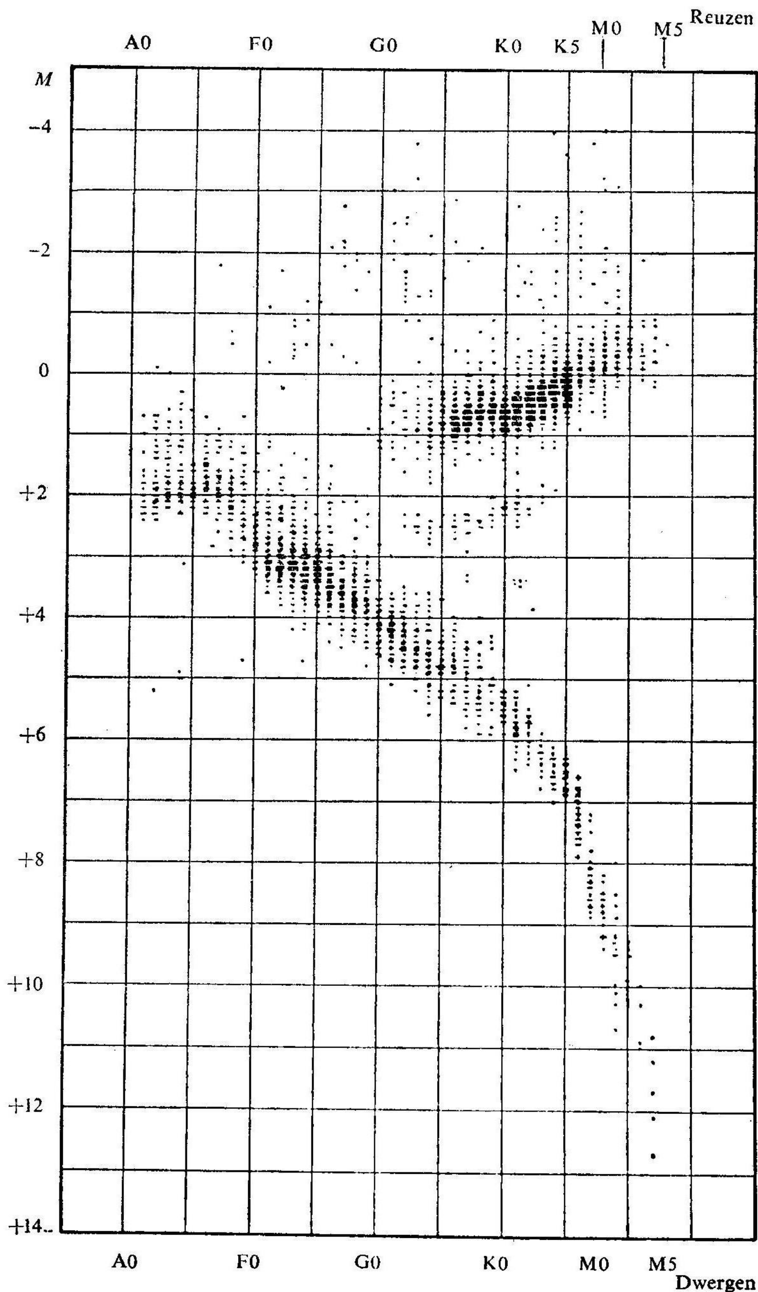
Afb. 17 Stertypen in het Hertzsprung-Russelldiagram (naar Aller).

onderzoekingen, volgens het principe: hoe kleiner de EB, des te groter de afstand.

De sterren van de derde groep hebben veelal een hoge temperatuur, maar hun lichtsterkte is steeds zeer klein. Dit kan slechts worden verklaard uit de uiterst kleine afmetingen van deze sterren. De grootste onder hen is slechts 2,4 maal zo groot als de aarde en is kleiner dan Uranus of Neptunus; de kleinste is ongeveer zo groot als de aarde. Niet ten onrechte heten deze sterren witte dwergen.



Afb. 18 Relatieve afmetingen van de sterren. In opeenvolgende sectoren is de schaal telkens tien maal vergroot; de kleinste cirkel in de voorgaande sector wordt de grootste in de volgende. De banen van de maan om de aarde en van de planeten om de zon zijn ingetekend op dezelfde schaal (stippellijnen).



Afb. 19 Hertzsprung-Russelldiagram, geconstrueerd met behulp van spectroscopische parallaxen (Adams en medewerkers, Mt. Wilson 1934).

De relatieve afmetingen van de sterren zijn aangeduid in afb. 18. Betelgeuze is 1000 maal zo groot als de zon! In ons zonnestelsel geplaatst, zou de oppervlakte van een dergelijke ster zich bij de baan van Jupiter bevinden. Sterren van zo enorme afmetingen vindt men uitsluitend onder de rode sterren, wat te begrijpen is, daar een zo grote oppervlakte door de straling van de ster niet op hoge temperatuur kan worden gehouden.

I.5.2 *Hertzsprung-Russelldiagram*

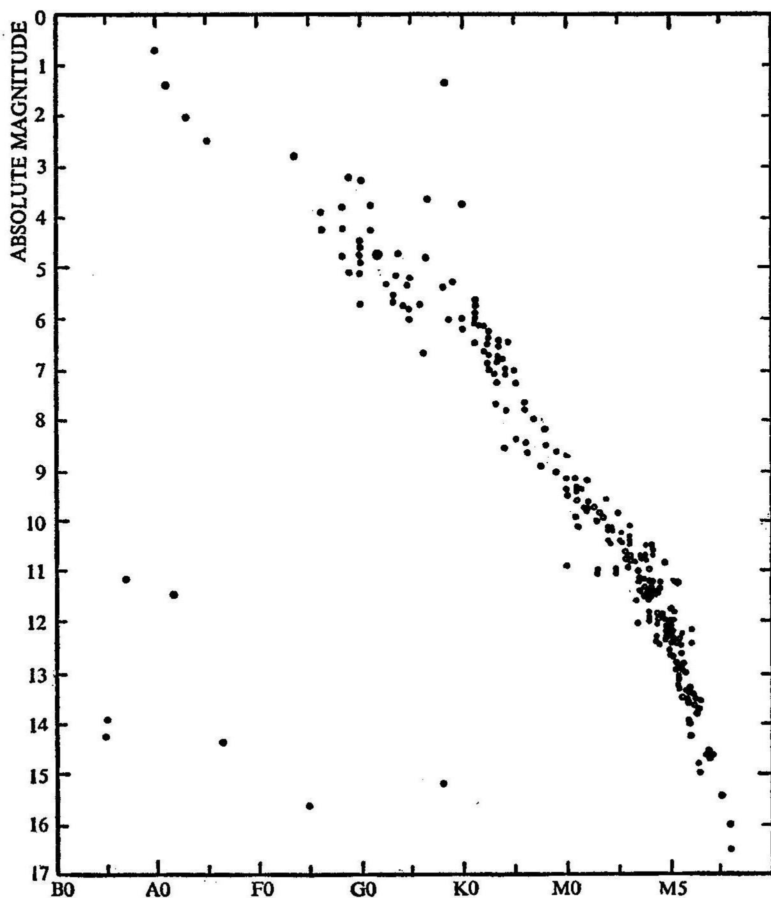
Afbeelding 19 geeft het Hertzsprung-Russelldiagram van een veel uitgebreider materiaal (Mt. Wilson). Opvallend is hier de grote gaping tussen de hoofdreeks en de reuzensterren. Reuzen van type F en vroege G, die een tussenschakel zouden kunnen vormen, ontbreken vrijwel geheel (Hertzsprunghiaat).

De reuzen als geheel zijn echter veel minder talrijk dan de afbeeldingen 16 en 19 zouden doen vermoeden. Dit blijkt duidelijk uit afbeelding 20, die het Hertzsprung-Russelldiagram weergeeft voor alle sterren binnen een afstand van 10,5 parsec van de zon. Het diagram is stellig compleet voor zover het de reuzen betreft, maar even zeker is het, dat nog meer rode en witte dwergen zullen worden gevonden. Men ziet, dat inderdaad bijna alle sterren in onze omgeving tot de hoofdreeks behoren. Het aantal witte dwergen is moeilijk te schatten, maar het is niet waarschijnlijk, dat deze objecten even veelvuldig zijn als de sterren van de hoofdreeks. De overmaat van reuzensterren in de andere figuren ontstaat, doordat deze heldere sterren op veel groter afstand kunnen worden waargenomen dan de rode en gele sterren van de hoofdreeks.

I.5.3 *Verschil in spectrum tussen reuzen en dwergen*

Reuzensterren en sterren van de hoofdreeks kunnen worden onderscheiden door middel van het spectrum. Wanneer men namelijk het spectrum van een reuzenster vergelijkt met dat van een dwerg met eenzelfde Harvard-classificatie, blijkt dat het spectrum van de reus duidt op een iets lagere temperatuur en een veel hogere graad van ionisatie. De relatief hoge graad van ionisatie, op zichzelf genomen, zou tot een vroeger spectraal type doen besluiten, wanneer niet de lagere temperatuur ons in de tegengestelde richting zou drijven. De gekozen benoeming van het spectrum is een compromis.

Waaruit komt dit onderscheid voort? Een hoge graad van ionisatie in de steratmosfeer (alle kwantitatieve aanduidingen zijn hier relatief bedoeld, reus versus dwerg), bij dezelfde of lagere temperatuur, wijst op een lage elektronendruk P_e (zie deel 3, I.3.3). Een lage waarde van P_e, in combinatie met een hogere ionisatiegraad, betekent een lage waarde



Afb. 20 Hertzsprung-Russelldiagram voor sterren binnen 10,5 parsec van de zon. De verticale schaal is absolute magnitude (naar Kuiper, 1942).

voor de totale gasdruk, *P*. De gasdruk in een bepaald atmosferisch niveau draagt het gewicht van de hogere atmosferische lagen, dat dus ook klein moet zijn. Dit gewicht bevat de versnelling van de zwaartekracht, *g*, als factor.

Onze eindconclusie is, dat de bijzondere kentekenen van het reusspectrum kunnen worden verklaard uit de lage waarde van *g*.

Aan deze redenering willen wij nog iets toevoegen. De versnelling van de zwaartekracht is gegeven door de formule:

$$g = GM/R^2 \tag{5,1}$$

waarin G = gravitatieconstante, M, R massa en straal van de ster.

Combineert men deze formule met (2,2), dan vindt men (door eliminatie van R):

$$L_{bol}/M = 4\pi G\sigma T_e^4/g \tag{5,2}$$

Voor zover het gaat om sterren met dezelfde effectieve temperatuur, is g dus omgekeerd evenredig met de 'specifieke lichtsterkte' L_{bol}/M. Daar de sterren onderling veel meer verschillen in lichtsterkte dan in massa, kan men besluiten dat – voor gegeven T_e – kleine g duidt op grote lichtsterkte, zoals dit voor reuzensterren past.

1.5.4 *Spectroscopische parallax*

De spectrale verschillen tussen 'reuzen' en 'dwergen', of, in het algemeen tussen sterren van verschillende specifieke lichtsterkte, kunnen worden benut voor het bepalen van absolute magnituden uit het spectrum. Het doet er niet toe, hoe ver de ster van ons verwijderd is, zolang hij maar helder genoeg is voor het verkrijgen van een spectrum van goede kwaliteit. Heeft men de absolute magnitude (M) gevonden, dan kan men met behulp van de schijnbare magnitude (m) de afstand bepalen (zie (1,5) in deel 3, 1.1.4). Men spreekt in dit verband van de spectroscopische parallax.

Bij de bepaling van spectroscopische parallaxen stelt de astrofysica zich in dienst van andere takken van de sterrenkunde, meer in het bijzonder van het melkwegonderzoek. Men wenst een systeem dat spectroscopische parallaxen van goede kwaliteit kan leveren voor grote aantallen, meestal ver verwijderde en dus schijnbaar zwakke sterren. Wij kunnen dit probleem hier alleen zeer vluchtig bespreken.

De pioniers op dit gebied, W. S. Adams en A. Kohlschütter (Mt. Wilson, 1914) ontwikkelden een systeem voor een tweedimensionale indeling van de spectra der sterren. Hun doel was de nauwkeurige bepaling van a. het spectrale type in Harvard-notatie en b. de absolute visuele magnitude. Hun criteria waren zuiver empirisch. De kalibratie van de schaal van absolute magnituden geschiedde met behulp van trigonometrische parallaxen en statistisch verwerkte EB.

1.5.5 *Classificatie naar lichtkracht*

Het werk van Adams en Kohlschütter bevestigde de reeds vermelde conclusie van Hertzsprung betreffende het onderscheid tussen reuzen en dwergen. De omstandigheid, dat de sterren niet gelijkmatig over het Hertzsprung-Russelldiagram zijn verspreid, maar in een aantal afzonder-

lijke reeksen zijn geconcentreerd, geeft het probleem van de indeling naar lichtkracht een bijzonder karakter. Men weet nu, dat men voor een bepaald Harvard-type slechts de keus heeft uit een klein aantal, vrij goed gescheiden lichtkrachtgroepen. Binnen elke groep mogen wij nog wel een zekere spreiding verwachten in L, maar deze is betrekkelijk klein en kan, in eerste instantie, worden verwaarloosd. Dit vereenvoudigt de classificatie aanzienlijk.

Dit betekent tevens, dat men aan het waarnemingsmateriaal niet zulke hoge eisen behoeft te stellen als men op Mt. Wilson zal hebben gedaan. Men kan volstaan met opnamen met lagere dispersie, en men kan zich zelfs de massale produktie van een met objectiefprisma toegeruste Schmidt-telescoop ten nutte maken. Dit is van groot belang voor het onderzoek van de melkweg.

Bijzonder succes hadden W. W. Morgan, P. C. Keenan en E. Kellman met hun in 1943 gepubliceerde *Atlas of Stellar Spectra* (zie platen 5, 6, 7 en 8). Een van de oorzaken van dit succes was stellig, dat zij de verbale beschrijvingen deden vergezeld gaan van goede reprodukties van de spectra zelf. Van groot belang was de doelbewuste aanpassing van het systeem van classificatie aan de verdeling van sterren in het Hertzsprung-Russelldiagram. Zo worden, bijvoorbeeld, de sterren van de hoofdreeks aangeduid als 'lichtkrachtklasse V', waarbij het er in het geheel niet toe doet, dat de uitersten in lichtkracht een volle twintig magnituden uit elkaar liggen.

Daar de MKK-notatie tegenwoordig veel wordt toegepast, geven wij een kort overzicht met voorbeelden en, in de laatste kolom, de vroeger gebruikelijke prefixen:

Ia	Extreme superreuzen	(Rigel B8, Deneb A2, δ Canis Majoris F8, μ Cephei M2)	c
Ib	Superreuzen	(η Leonis A3, α Persei F5, Antares M1, Betelgeuze M2)	sg
II	Heldere reuzen	(Ras Algethi M5)	
III	Reuzen	(Pollux K0, Aldebaran K5)	g
IV	Subreuzen	(Procyon F5, μ Hercules G5)	
V	Hoofdreeks	(Zon G2, Sirius A1)	d

Een voordeel van het MKK-systeem is, dat classificatie en kalibratie van elkaar zijn gescheiden. Men kan Wega als een A0 V-ster herkennen, zonder te weten welke absolute magnitude daarbij hoort. De kalibratie van het MKK-systeem, dat wil zeggen: het toekennen van bepaalde waarden van M aan de diverse spectrum-lichtkrachttypen, moet wel eens worden gewijzigd, wanneer nieuw waarnemingsmateriaal beschikbaar is

gekomen, maar een dergelijke re-kalibratie heeft geen invloed op de classificaties zelf, die hun volle waarde behouden. Dit is een grote winst ten opzichte van het Mt. Wilson-systeem.

Mag men de classificatie naar lichtkrachtgroepen uitsluitend als een voordeel beschouwen? Men zou kunnen stellen, dat het MKK-systeem op ongeoorloofde wijze vooruitloopt op het voorkomen van gescheiden reeksen in het Hertzsprung-Russelldiagram, waarvan het bestaan weliswaar door oud waarnemingsmateriaal wordt gesuggereerd, maar waarvan men de realiteit juist nu nader op de proef zou willen stellen. Hierop valt nog wel wat te zeggen, maar laten we niet te zwaartillend zijn. Een pure classificatie kan natuurlijk nooit een gedetailleerde studie van de afzonderlijke objecten vervangen.

1.5.6 *Bepaling van temperatuur en lichtsterkte uit fotometrische gegevens*

Het is hier niet de plaats de classificatie-criteria zelf te bespreken, maar wij moeten er toch enkele noemen. In deel 3, 1.4.5 hebben wij gesproken over de Balmersprong, die voor sterren van de vroege spectrale klassen een goede indicator is voor de temperatuur. En dan is er het Stark-effect (deel 3, 1.4.3), dat een goede indicator is voor de atmosferische druk, en dus voor de absolute lichtsterkte. Dit kan op twee manieren worden gebruikt, hetzij door het meten van de totale intensiteit van een waterstoflijn, hetzij door het bepalen van de (schijnbare) golflengte van de Balmergrens, dat wil zeggen: van de plaats waar de Balmerlijnen ineenvloeien.

De grootte van de Balmersprong en de intensiteit van de Balmerlijnen kunnen worden gemeten zonder dat er een spectrograaf aan te pas komt. Fotometrische methoden zijn goed bruikbaar, wanneer men beschikt over interferentiefilters met een transmissieband van (laten we zeggen) 50 Å breedte. Natuurlijk meet men foto-elektrisch. Zo is het gedaan door Bengt Strömgren, die consistente resultaten van grote nauwkeurigheid wist te bereiken. Ook het werk van Crawford en dat van Walraven moet in dit verband worden genoemd. Men zoekt ook naar methoden voor de sterren van later type, waarbij onder meer gebruik wordt gemaakt van de CN-absorptie en van de H- en de K-lijn (CaII); de grondslag van dit werk werd reeds gelegd door Bertil Lindblad en zijn medewerkers.

Deze korte bespreking kan aan de fotometrische classificatiemethoden geen recht doen. Het voordeel van deze methode boven de spectrumclassificatie ligt in de grotere mate van objectiviteit (men taxeert niet, maar meet), de grote nauwkeurigheid, de flexibiliteit en uitbreidingsmogelijkheden: men kan fotometrisch meer belangrijke parameters be-

palen dan wij noemden. Toch moet men, om de fysische achtergrond te leren kennen, teruggaan naar de spectra; zie ook deel 4, I.2.5.

I.6 IJKING VAN DE TEMPERATUURSCHAAL

I.6.1 *Temperatuurparameters*

In deel 3, I.2 en 3 hebben wij een groot aantal temperatuurparameters voor steratmosferen leren kennen. Twee hiervan, de effectieve temperatuur T_{eff} en de stralingstemperatuur T_s, komen voort uit de bepaling van de stralingsstroom door de eenheid van oppervlakte (kortweg 'flux'), wat slechts voor een klein aantal sterren mogelijk is. De drie andere, de kleurtemperatuur T_c, de excitatietemperatuur T_{exc} en de ionisatietemperatuur T_i, worden afgeleid uit intensiteits*verhoudingen* in het spectrum. Voor de bepaling van deze grootheden is het niet nodig de absolute waarde van de flux te kennen. De fysisch-astronomische achtergrond van deze parameters is echter zo gecompliceerd, dat een ijking met behulp van T_{eff} of T_s onontbeerlijk is. Helaas zijn goede bepalingen van T_{eff} en T_s zeldzaam. De bepalingen die er zijn, verdienen dan ook de volle aandacht.

I.6.2 *De zon*

Wij kennen zowel S_{bol} en S_λ als R/r, zodat wij, met behulp van formule (2,3), of het monochromatisch equivalent ervan, T_{eff} en T_s kunnen berekenen. Het is merkwaardig, dat bij deze bepaling de afstand van de zon van geen belang is. Dat komt, doordat in feite gebruik wordt gemaakt van de waargenomen oppervlaktehelderheid die niet afhangt van de afstand van het object.

I.6.3 *Fotometrische dubbelsterren*

Een fotometrische dubbelster is een sterrenpaar dat zijn bestaan verraadt doordat de componenten – voor een op aarde geplaatste waarnemer – op geregelde tijden voor elkaar langs bewegen en daardoor een afname van de lichtsterkte teweegbrengen (zie ook deel 3, I.9).

Uit een fotometrische studie kan men de geometrie en de helderheidsverhoudingen van het systeem vinden, maar alleen in relatieve maat. De afmetingen van het systeem kent men noch in boogmaat – projectie op de hemelbol – noch in kilometers. Men weet alleen, dat het systeem veel te klein en veel te ver is, om telescopisch te worden opgelost. In de regel beschikt men wel over een spectrum waarin althans de spectrale lijnen van de hoofdster goed zijn waar te nemen. Men kan dan door middel

van het dopplereffect de baansnelheid van de hoofdster bepalen in absolute maat. Veel heeft men daaraan nog niet. Gunstiger is de situatie, wanneer men ook de spectrale lijnen van de begeleider kan zien. Dan kent men alle afmetingen van het systeem in absolute maat.

Helaas zijn ware afmetingen en schijnbare lichtsterkte moeilijk te combineren grootheden! Alleen als wij zeer veel geluk hebben en ook de trigonometrische parallax kennen, is de zaak rond. Dan kunnen wij met formules (2,2) of (2,3), of de monochromatische equivalenten ervan de temperatuurparameters T_{eff} of T_s bepalen.

De omstandigheid, dat de trigonometrische parallax bekend moet zijn, beperkt ons tot nabije systemen die uiteraard weinig talrijk zijn. Resultaten van deze en andere methoden vindt men in onderstaande tabel.

TABEL: ECLIPSVARIABELEN MET BEKENDE PARALLAX

(1) *ster*	*(2)* *spectrum*	*(3)* m_{vis}	*(4)* π_{trig}	*(5)* *mod.*	*(6)* *B.C.*	*(7)* M_{bol}	*(8)* L_{bol}	*(9)* R	*(10)* T_{eff}
μ^1 Scorpii	B1,5V	3,14	0″,0056	6,25	1,3	—4,0	3000	4,8	20 000
β Aurigae	A2V	1,90	0″,037	2,16	0,7	—0,4	110	2,5	12 000
Castor C	M1eV	8,98	0″,072	0,70	1,4	+ 7,6	0,066	0,62	3 700

Opmerkingen: Kolom (3): m_{vis} systeem als geheel; kolommen (2) en (7) tot en met (10): helderste component. (De beide componenten zijn bijna aan elkaar gelijk.) Kolommen (8) en (9): in zonseenheden. μ^1 Scorpii: π uit lidmaatschap Scorpio-Centaurus-associatie (deel 4, I.2.4). Castor C = YY Geminorum.

I.6.4 *Sterbedekkingen*

Sterren in de buurt van de ecliptica worden op gezette tijden bedekt door de maan. De verdwijning van een ster achter de donkere maanrand stelt ons in staat, de schijnbare afmetingen (R/r) van het sterschijfje te bepalen. Combinatie met de schijnbare magnitude levert T_{eff} of T_s. Het is niet nodig, de parallax van de ster te kennen.

Voor deze metingen is een zeer snelle fotometer vereist. De maan beweegt ongeveer 0″,55 in een seconde tijd, dat is ongeveer honderd maal de diameter van een matig groot sterschijfje.

Buigingsverschijnselen in telescoop en fotometer hebben geen invloed op de metingen, omdat men alleen de schijnbare lichtsterkte van de ster meet, niet de structuur van het gevormde beeld.

Buiging aan de rand van de maan is wel belangrijk; zie afb. 21. Laat D en $\beta = D/a$ de ware en de schijnbare afstand zijn van de rand van de maan tot de verbindingslijn ster-waarnemer. Hier is $a = 384\,000$ kilometer = afstand aarde-maan. De buigingsverschijnselen hangen af van de schaalparameter

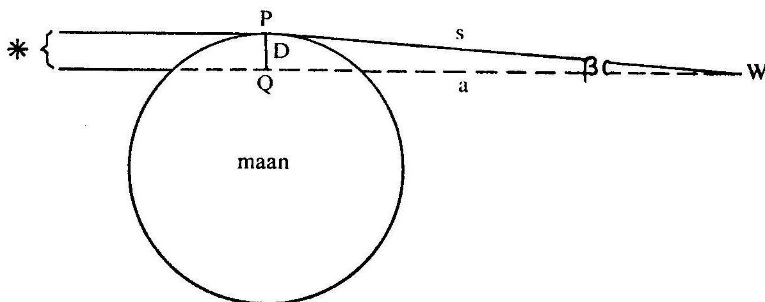
$$\frac{s-a}{\lambda} = \frac{s^2-a^2}{\lambda(s+a)} \approx \frac{D^2}{2a\lambda} \approx \frac{a\beta^2}{2\lambda}.$$

Met $\lambda = 4300$ Å en $s-a = \frac{1}{2}\lambda$ wordt $D \approx \sqrt{a\lambda} = 13$ meter, $\beta = 3{,}4 \times 10^{-8} = 0'',007$. Hier ongeveer ligt de grens voor vruchtbare toepassing van de occultatiemethode. De occultatiemethode is nog weinig toegepast. Zie de tabel in de volgende paragraaf.

I.6.5 *Interferometer*

Het is onmogelijk, de schijnbare diameter van een ster te bepalen door directe meting aan de telescoop. Dit is een gevolg van de buigingsverschijnselen die altijd optreden in een stralenbundel van eindige doorsnede. Het 'buigingsbeeld' van de 508 cm-telescoop heeft een diameter van 0'',05. Wij kennen slechts één ster waarvan wij zeker weten dat zijn schijnbare diameter deze grens overschrijdt: de zon! Over atmosferische storingen spreken wij nu maar niet.

De interferometer van Michelson (zie ook deel 1, II.9.6) is bedoeld als middel om uit de impasse te geraken. Wij zullen de werking van dit instrument hier niet beschrijven, maar alleen vermelden dat het gebruik maakt van twee, op een flinke afstand van elkaar verwijderde, opvangcentra voor straling. Het oplossend vermogen van dit instrument hangt af van de verhouding D/λ, die zo groot mogelijk moet zijn; D staat hier



Afb. 21 **Buiging aan de rand van de maan.**

voor de maximale afstand tussen de twee opvangcentra. In principe kan men dit instrument gebruiken zowel voor het meten van de separatie van dubbelsterren als voor het bepalen van sterdiameters. Pease slaagde erin, diameters te bepalen in het bereik van 0″,05 tot 0″,02. Deze betrekkelijk grote diameters komen voor bij sterren met een geringe oppervlaktehelderheid, maar met een grote schijnbare lichtsterkte. Deze combinatie vindt men bij een aantal reuzen en superreuzen van de spectrale typen K en M; zie nevenstaande tabel.

Een nauwgezet lezer zal opmerken, dat deze lijst niet helemaal in overeenstemming is met de tabel in deel 3, I.5.1 voor wat betreft de zes gemeenschappelijke objecten. Dat komt, doordat de getallen afkomstig zijn uit verschillende bronnen, en berusten op verschillend waarnemingsmateriaal. Wij hebben gemeend, deze verschillen niet te moeten camoufleren, daar zij kunnen dienen als een nuttige waarschuwing voor de lezer.

Aan de ontwikkelingsmogelijkheden van Michelsons interferometer worden grenzen gesteld door de hoge eisen van nauwkeurigheid en betrouwbaarheid (fractie van λ), die voor alle optische instrumenten – dus ook hier – gelden.

R. Hanbury Brown en R. Q. Twiss zijn er op ingenieuze wijze in geslaagd, een 'intensiteitsinterferometer' te ontwerpen, waarmee veel kleinere diameters dan 0″,020 kunnen worden gemeten (zie deel 1, III.5.4). Zij beschouwen naast een trilling van frequentie ν een tweede trilling $\nu + \Delta\nu$, waarbij ν van alles kan zijn, maar $\Delta\nu$ (die zeer klein is, en in het radiogebied is gelegen) wordt gefixeerd. Er ontstaan nu zwevingen – intensiteitswisselingen, als men wil – tussen de trillingen ν en $\nu + \Delta\nu$. Het blijkt, dat een faseverschuiving in een van de basistrillingen leidt tot een even grote faseverschuiving in de zweving: uit twee fasehoeken φ_1 en φ_2 volgt een zwevingsfasehoek $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Een verandering in (laten we zeggen) φ_2 wordt onverminderd overgedragen op $\Delta\varphi$. De gehele verdere analyse berust nu op de – technisch eenvoudig uitvoerbare – vergelijking van de zwevingen in de beide opvangcentra. Verlopen deze op geheel dezelfde wijze en synchroon, dan hebben wij te maken met een werkelijke puntbron. Maar wanneer er faseverschuivingen optreden, moeten deze worden toegeschreven aan eindige afmetingen van de bron.

Wij gaan op de techniek niet verder in, maar willen alleen nog vermelden dat atmosferische storingen in de interferometrische bepalingen van veel minder belang zijn dan aan de telescoop.

Kort voor het schrijven van deze tekst is het eerste vijftiental met dit instrument gemeten sterdiameters gepubliceerd. Dit materiaal heeft betrekking op de spectrale typen B0 tot F5. Zowel hoofdreekssterren als

TABEL: STERDIAMETERS, GEMETEN MET INTERFEROMETER

(1) *ster*	(2) *spectrum*	(3) m_{vis}	(4) m_{bol}	(5) d''	(6) T_{eff}	(7) π_{trig}	(8) L_{bol}	(9) R	(10) *opm.*
α Bootis	K2 IIIp	0,06	—0,7	0″,020	4 400	0″,090	185	24	M
α Tauri	K5 III	0,86	—0,1	0″,020	3 800	0″,048	370	45	M
α Scorpii	M1 Ib	1,08	—1,5	0″,040	3 700	0″,0058	100 000	740	M0v
α Orionis	M2 Iab	0,80	—2,3	0″,047	4 100	0″,005	300 000	1000	Mvp
β Pegasi	M2 II-III	2,56	0,0	0″,021	3 600	0″,015	3 400	150	Mp
α^1 Herculis	M5 II	3,50	0,0	0″,030	3 000	0″,007	16 000	460	Mv
o^1 Ceti	gM6e	3,50	—0,2	0″,056	2 300	0″,013	5 600	470	Mvp
μ Geminorum	M3 III	2,97	+0,5	0″,023	3 100	0″,016	2 000	155	Op
α Lyrae	A0 V	0,04	—0,7	0″,0037	10 000	0″,123	100	3,2	B
α Canis Majoris	A1 V	—1,47	—2,1	0″,0068	10 000	0″,375	40	1,9	B

Opmerkingen:
Kolom (5): d = schijnbare middellijn van het sterschijfje.
Kolommen (8) en (9): L en R in zonseenheden.
Kolom (10): M = interferometer Michelson; O = occultatie; B = Brown en Twiss; v = variabele, kolom (3) geeft de waarde van m_{vis} die is gebruikt voor de berekening van T_{eff} en van L_{bol}; p = L en R onzeker wegens kleine parallax.
α Bootis = Arcturus; behoort tot populatie II (zie deel 3, III.3).
α Tauri = Aldebaran.
α Scorpii = Antares; variabel m_{vis} 0,9 — 1,8. Parallax uit vermoedelijk lidmaatschap Scorpio-Centaurus-associatie; trigonometrische parallax 0″,019 is te onnauwkeurig. De metingen met de occultatiemethode stemmen volledig overeen met de door Pease verkregen resultaten.
α Orionis = Betelgeuze; variabel m_{vis} 0,4 = 1,3.
β Pegasi = Sjeat.
α^1 Herculis = Ras Algethi; variabel m_{vis} 3,0 = 4,0.
o^1 Ceti = Mira; variabel m_{vis} 2,0 = 10,1.
α Lyrae = Wega.
α Canis Majoris = Sirius.
In gevallen waar de bolometrische correctie onzeker is, kan in plaats van de effectieve temperatuur de stralingstemperatuur voor het visuele gebied worden gebruikt (deel 3, I.2.3).

reuzen en superreuzen zijn vertegenwoordigd. De gemeten diameters liggen tussen 0″,007 (Canopus) en 0″,0007. De onzekerheid in de uitkomsten bedraagt ongeveer zeven percent van de gemeten waarde. Uit de gevonden diameters en de schijnbare bolometrische magnituden kan

men nu de effectieve temperatuur van de waargenomen sterren vinden. Hiervoor volgen waarden tussen 27 000° en 6 000°K. De grootste struikelblokken in de bepaling van de effectieve temperatuur zijn de bolometrische correctie en de randverzwakking.

De intensiteitsinterferometer is een belangrijke aanvulling van het astronomisch instrumentarium, nuttig voor velerlei taken. Men denke slechts aan mogelijke toepassingen bij het onderzoek van veranderlijke sterren.

I.6.6 *Randverzwakking*

Wij zijn nu aan het eind van ons overzicht over de fundamentele methoden van temperatuurbepaling, maar er is nog één principiële moeilijkheid, waarover wij tot dusverre hebben gezwegen. Wij doelen op de randverzwakking (deel 2, II.1) die ongetwijfeld ook bestaat bij andere sterren dan de zon.

Bij de bepaling van sterdiameters is het noodzakelijk te weten of het sterschijfje al of niet gelijkmatig verlicht is. Nemen wij de vermoedelijke randverzwakking in aanmerking, dan blijkt, dat de werkelijke diameters groter zijn dan de zonder randverzwakking berekende waarden.

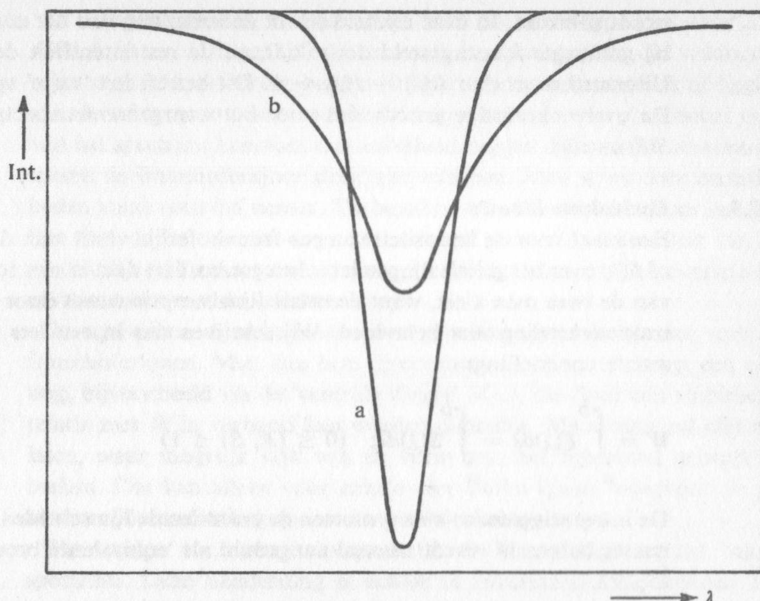
Alleen de bepaling van de diameter van de zon is geheel vrij van deze beperking. Bij de fotometrische dubbelsterren kan men wel iets over de randverzwakking te weten komen, wanneer men tenminste beschikt over zeer nauwkeurige fotometrische waarnemingen in verschillende kleuren. Bij de andere methoden moet men eenvoudig een bepaalde waarde van de randverzwakkingsparameter vooropstellen, en de resultaten zo goed mogelijk voor de randverzwakking corrigeren.

I.7 GRONDSLAGEN VOOR EEN KWANTITATIEVE ANALYSE

I.7.1 *Instrumentele invloeden*

Op de technische aspecten van de spectrografie kunnen wij hier niet ingaan. Zie deel 1, II.2.6. Wel merken wij op, dat het spectrum zoals wij dat tenslotte te zien krijgen niet het 'ware' spectrum is, zelfs al laten wij atmosferische invloeden buiten beschouwing. Een (hypothetische) 'zuiver monochromatische lijn' van het 'ware' spectrum wordt door de spectrograaf onscherp afgebeeld.

Plaat 6 Classificatie naar de lichtkracht voor sterren van het type A0. Let op de waterstof en op de ion-lijnen (MKK-atlas).



Afb. 22 Instrumentele verbreding van een absorptielijn. Het 'ware' profiel a wordt verbreed tot b. Het oppervlak binnen deze profielen is even groot.

Het is soms mogelijk de instrumentele verbreding (afb. 22) empirisch te bepalen, maar zelfs in het gunstigste geval kan hij slechts gedeeltelijk worden geëlimineerd. Dat is begrijpelijk. De instrumentele verbreding heeft het karakter van een vereffening, van een verdoezeling van detail. Informatie, die hierdoor verloren is gegaan, kan niet worden herwonnen.

I.7.2 *'Ware' en schijnbare lijndiepte*

Wanneer de fraunhoferlijnen in het spectrum niet zo talrijk waren en niet zo dicht opeen stonden, zou men de intensiteit van de afzonderlijke lijnen gemakkelijk kunnen meten. Wij interesseren ons hier niet voor absolute maten. Voor de studie van een absorptielijn gaan wij uit van het continuüm in de omgeving, dat als lokale eenheid van helderheid

---

Plaat 7 Classificatie naar de lichtkracht voor sterren van het type F0. Tal van ion-lijnen zijn versterkt in de superreus (MKK-atlas).

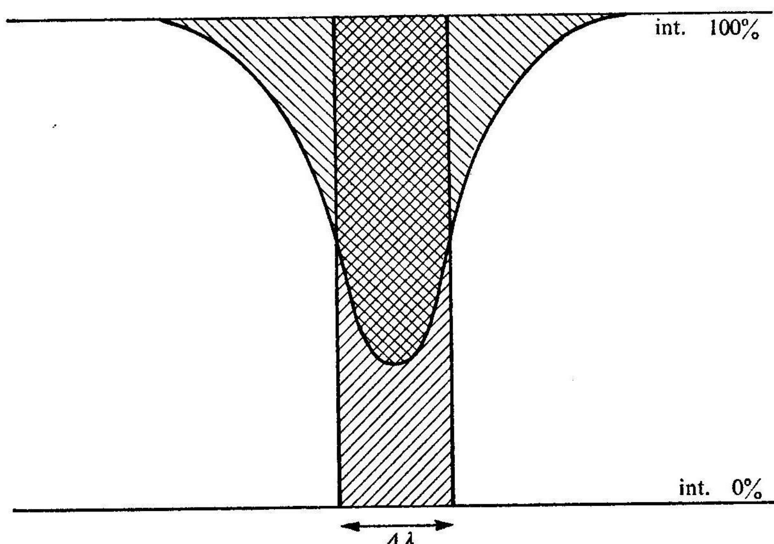
wordt gebruikt. In deze eenheid wordt de uitholling van het continuüm bij golflengte λ voorgesteld door $R(\lambda)$, en de rest-intensiteit door $r(\lambda)$. Uiteraard moet dan $R(\lambda) + r(\lambda) = 1$. Dit betreft het 'ware' spectrum. De overeenkomstige grootheden voor het waargenomen spectrum zijn $S(\lambda)$ en $s(\lambda)$.

I.7.3 *Equivalente breedte*

Een maat voor de intensiteit van een fraunhoferlijn vindt men door $R(\lambda)$ of $S(\lambda)$ over het gehele lijnprofiel te integreren. Het doet er niet toe, welke van de twee men kiest, want de totale lijnabsorptie wordt door de spectrale verbreding niet beïnvloed. Wij schrijven dus in een iets geïdealiseerde voorstelling:

$$W = \int_a^b R(\lambda)d\lambda = \int_a^b S(\lambda)d\lambda; \quad (0 \leq (R, S) \leq 1) \qquad (7,1)$$

De integratiegrenzen a en b moeten de bestudeerde lijn scheiden van zijn naaste buren. W wordt meestal aangeduid als 'equivalente breedte'; zie afb. 23.



Afb. 23 De equivalente breedte. Het oppervlak binnen het lijnprofiel is even groot als dat van de rechthoek.

In zeer veel spectra, vooral bij de 'late' K- en M-typen en voor $\lambda <$ 4500 Å, staan de fraunhoferlijnen zo dicht opeen gepakt dat voldoende separatie niet kan worden bereikt. In deze spectra kan men ook de ligging van de achtergrond niet ondubbelzinnig vastleggen. In geen enkel punt van het spectrum kan men met zekerheid zeggen dat men het continuüm tussen de fraunhoferlijnen door ziet schijnen. Men moet deze onzekerheden maar voor lief nemen. De bepaling van W wordt hierdoor natuurlijk bemoeilijkt, zo niet erger: men loopt gevaar de intensiteit van de zwakke lijnen die door andere absorpties als het ware worden overspoeld, systematisch te onderschatten.

De equivalente breedte is de meest gebruikte intensiteitsmaat voor de fraunhoferlijnen. Men kan hem direct meten, of bepalen langs een omweg, bijvoorbeeld via de 'centrale diepte' $S(\lambda_0)$, die door een empirische relatie met W in verband kan worden gebracht. Maar men zal niet nalaten, waar mogelijk ook van de vorm van het lijnprofiel gebruik te maken. Dat kan alleen voor enkele zeer sterke lijnen, waarvoor de instrumentele verbreding van ondergeschikt belang is.

Wij zouden nu moeten overgaan tot de bespreking van het 'ware' spectrum. Deze aanduiding is echter te pretentieus. Wij kennen het 'ware' spectrum niet, en moeten ons behelpen met een theoretische reconstructie.

I.7.4 *Natuurlijke lijnbreedte*

Opnieuw staan wij voor het probleem van het ontstaan van de fraunhoferlijnen. In deel 3, I.3 en 4 hebben wij deze lijnen verklaard uit de overgangen tussen de energieniveaus van een atoom. Wij zijn er toen stilzwijgend van uitgegaan dat de 'ware' fraunhoferlijnen volmaakt monochromatisch zijn. Dit nu is niet te rijmen met het feit, dat binnen de fraunhoferlijn een van nul verschillende hoeveelheid straling wordt geabsorbeerd.

Hoe is het dan wél? Monochromatische straling verwacht men van een geladen deeltje in harmonische trilling. Maar zoiets is onbestaanbaar. Want een deeltje dat straalt, verliest energie die aan de trilling zelf moet worden onttrokken. De trilling is dan gedempt harmonisch, en kan niet worden voorgesteld door een zuivere sinusgolf die zich immers tot in het oneindige zou voortzetten.

Een gedempt harmonische trilling kan worden opgevat als superpositie van een aantal zuiver harmonische trillingen met iets verschillende frequentie: een 'golfpakketje'. Op het aanvangstijdstip ($t = 0$) zijn deze trillingen in fase, versterken elkaar. Daarna raken ze meer en meer uit de pas. Het gevolg is een geleidelijk kleiner worden van de amplitude

van de samengestelde trilling, geheel volgens de eis.

Uiteraard moeten wij niet alleen letten op wat er gebeurt als $t > 0$. Ook het tijdvak $t < 0$ verdient aandacht. Wij zien dan een geleidelijke toename van de amplitude van de trilling, tot op $t = 0$ de grootste waarde is bereikt. De toename van de amplitude geschiedt door absorptie van straling. Dat zoiets vooraf moet gaan, spreekt eigenlijk vanzelf: het elektron kan zich niet ineens, zonder voorbereiding, in een toestand van sterke trilling bevinden.

Een mathematische beschrijving van de lotgevallen van het golfpakket leidt tot het volgende resultaat. Wanneer de trillingsenergie van het elektron evenredig is aan $\exp(-|\gamma t|)$, wordt het bijbehorende golfpakketje beschreven door:

$$v(\nu) = \frac{\gamma'/\pi}{\gamma'^2 + (\nu - \nu^*)^2}, \qquad \gamma' = \gamma/4\pi \qquad (7{,}2 \text{ a, b})$$

Hier is $v(\nu)$ de amplitude van de trilling met frequentie ν, ν^* heeft betrekking op het centrum van de lijn. De grootheid γ wordt omschreven als 'dempingsconstante'.

Wij kunnen deze beschouwingen overdragen op de vorming van een fraunhoferlijn, die nu niet meer als monochromatisch is te beschouwen: (7,2) beschrijft het profiel (genormeerd op totale absorptie = 1).

Men kan het profiel ook beschrijven in de energieschaal of in de golflengteschaal, door gebruik te maken van een van de formules (3,1). Men vindt dan:

$$V(E) = \frac{\Gamma/\pi}{\Gamma^2 + (E - E^*)^2}, \qquad \Gamma = \gamma' h \qquad (7{,}3 \text{ a, b})$$

of

$$\Phi(\lambda) = \frac{\delta/\pi}{\delta^2 + (\lambda - \lambda^*)^2}, \qquad \delta = \gamma'\lambda/c \qquad (7{,}4 \text{ a, b})$$

Deze formules staan bekend als de dispersieformules.

In het voorgaande hebben wij ons zoveel mogelijk gehouden aan de klassieke fysica. In de quantummechanica krijgen wij een geheel ander beeld, al zijn de eindresultaten min of meer hetzelfde. Wij kunnen aan de energieniveaus een zekere 'wazigheid' toekennen, die door een dispersieformule kan worden beschreven. Het beginpunt voor de overgang van een elektron is dan een willekeurige positie in het verbrede niveau van uitgang, vanwaar het elektron overgaat naar een willekeurige positie in het verbrede niveau van aankomst. De grootheid Γ van (7,3) is samengesteld uit de verbredingen van beide betrokken niveaus. Opmerking

verdient, dat overgangen tussen twee verschillende posities in eenzelfde niveau zijn 'verboden' (zie ook deel 3, I.3.1).

Het belangrijkste kwantitatieve onderscheid tussen de resultaten van de klassieke en van de quantummechanische beschrijving ligt in de waarde van de dempingsconstante. In de klassieke theorie kan δ worden berekend uit massa en lading van het elektron:

$$\delta = \frac{2\pi}{3}\frac{e^2}{mc^2} \qquad (7,5)$$

Men vindt: $\delta = 0{,}59 \times 10^{-4}$ Å. Uit (7,4) volgt direct, dat voor afstanden van meer dan 0,001 Å uit het lijncentrum de term δ^2 in de noemer onbelangrijk is geworden. Het absorptieprofiel van de dempingsvleugels krijgt dan de gedaante $\Phi = (\delta/\pi)\,(\lambda-\lambda^*)^{-2}$.

In de quantummechanica is δ, ook Γ, niet voor alle lijnen even groot. Hier wordt Γ geheel bepaald door de 'levensduur' van het atoom in het gespecificeerde energieniveau. Hoe groter deze levensduur, des te kleiner Γ.

Dikwijls komt het voor, dat een atoom een bepaalde toestand langs verschillende wegen kan verlaten. In dat geval kennen wij aan elk van de mogelijke overgangen een zekere waarschijnlijkheid toe, evenredig aan een dempingsparameter Γ_i. Voor alle mogelijkheden te zamen geldt dan:

$$\Gamma = \Sigma_i \Gamma_i \qquad (7,6)$$

Bij de berekening van Γ tellen ook alle geïnduceerde overgangen mee. De dempingsconstante, zelfs voor een bepaald energieniveau, is dus geen zuiver atomaire grootheid, maar wordt mede bepaald door de onderlinge wisselwerking van de deeltjes, en dus door de gasdruk, 'botsingsdemping'. De bijdrage van de spontane overgangen is er natuurlijk altijd, zodat de breedte van het absorptieprofiel niet kan dalen beneden zijn 'natuurlijke' waarde.

I.7.5 *Dopplerverbreding*

De atomen in een steratmosfeer staan niet stil. Zij nemen in elk geval deel aan de warmtebeweging. De snelheidscomponent (v) langs de gezichtslijn (radiële snelheid) verandert de golflengte van de uitgezonden of geabsorbeerde straling met een bedrag:

$$\Delta\lambda = \lambda v/c \quad \text{(doppler-effect)} \qquad (7,7)$$

Daar ieder atoom zijn eigen beweging heeft, onafhankelijk van de andere – behalve wat betreft de orde van grootte – leidt het dopplereffect niet tot een verschuiving, maar tot een verbreding van het absorptieprofiel; zie afb. 24 in deel 3, I.7.6.

De verdeling van de radiële snelheidscomponent in een gas van temperatuur T is gegeven door:

$$\Psi(v)dv = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-v^2/2\sigma^2}\, dv \quad \text{(gaussprofiel)} \tag{7,8}$$

waarbij dan:

$$AH\sigma^2 = kT \tag{7,9}$$

waarin A = atoomgewicht, H = massa waterstofatoom, σ = 'standaardsnelheid' (vergelijk de term 'standaarddeviatie'), k = constante van Boltzmann. Een typerende waarde van σ vindt men voor $T = 6000°$, $A = 56$ (ijzer): $\sigma = 0{,}94$ km/sec. De corresponderende verandering in golflengte is ongeveer 0,014 Å.

Wij moeten hieraan toevoegen, dat dopplerverbredingen ook kunnen ontstaan door bewegingen op groter schaal, zoals turbulentie. Wanneer de turbulente elementen klein zijn en daardoor doorschijnend (microturbulentie), moet de bijbehorende standaardsnelheid met de thermische worden gecombineerd. Wij weten niets over de verdelingswet van de turbulente snelheden en nemen bij gebrek aan beter aan, dat de verdeling gaussisch is. Toch kunnen we thermische en turbulente beweging in principe van elkaar onderscheiden, omdat de eerste afhangt van het atoomgewicht, de tweede niet.

Er zijn nog andere oorzaken van lijnverbreding, zoals het Stark-effect, zie deel 3, I.4.3, dat vooral van belang is bij het spectrum van waterstof. Maar we kunnen hier niet naar volledigheid streven, en houden ons aan de reeds besproken verschijnselen die bij alle fraunhoferlijnen in beschouwing moeten worden genomen.

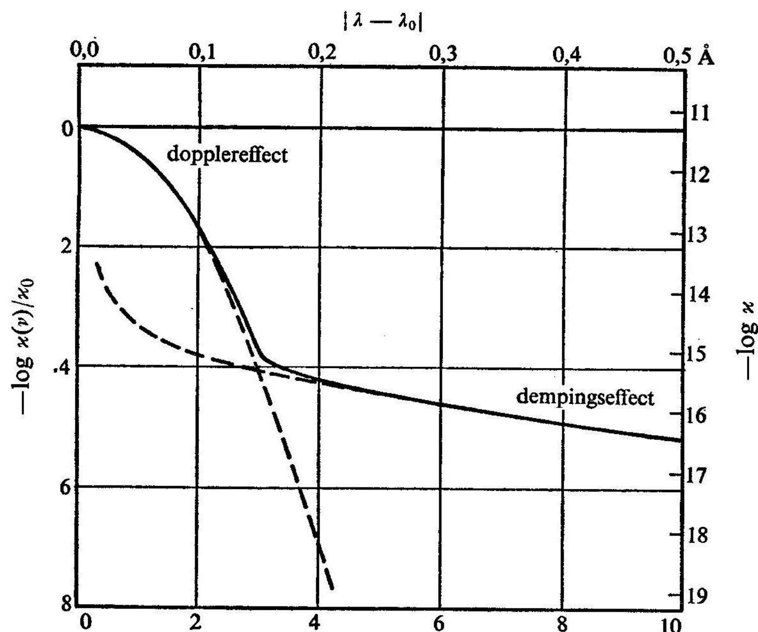
I.7.6 *Voigt-profielen*

Bij de vorming van fraunhoferlijnen krijgen wij te maken met een combinatie van dempings- en dopplereffecten. De resulterende profielen, die naar Voigt zijn genoemd (afb. 24), kunnen symbolisch worden aangeduid door $V(\gamma,\sigma)$. Zij hebben de geriefelijke eigenschap, dat de combinatie van twee voigtprofielen weer een voigtprofiel oplevert. Duiden wij de voigtparameters aan door γ_i en σ_i, (i = 1, 2 of 3), dan wordt:

$$\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2, \qquad \sigma_3^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \tag{7,10 a, b}$$

I.7.7 *Groeikromme*

De verbredingsmechanismen die wij in deze sectie hebben besproken, zijn van belang voor het profiel van de absorptiecoëfficiënt. Het profiel

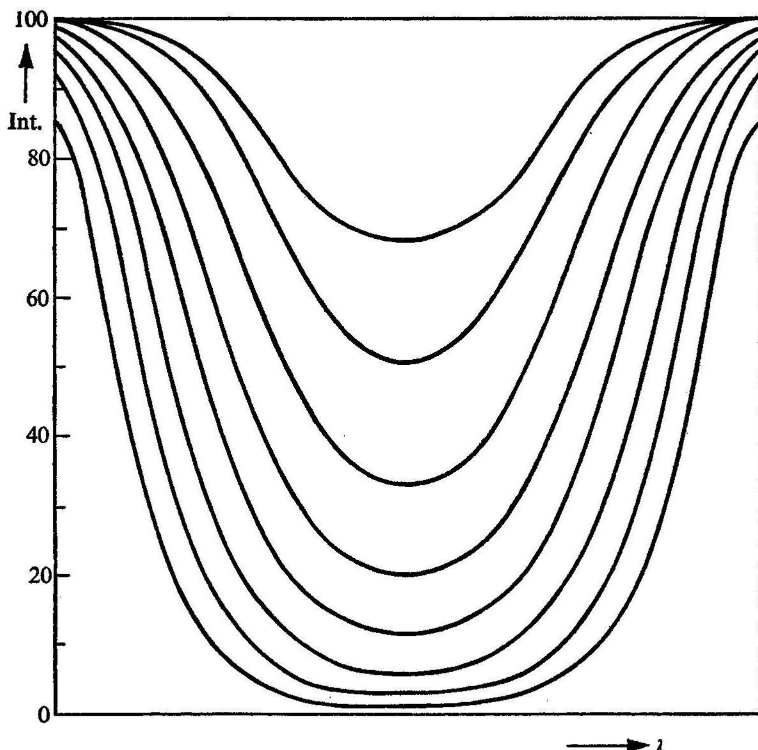


Afb. 24 Uit combinatie van Gauss-profiel en dempingsprofiel ontstaat het Voigt-profiel (naar Unsöld).

van de fraunhoferlijn kan hier geducht van afwijken. Het is nu eenmaal niet mogelijk, meer straling te absorberen dan ooit aanwezig is geweest. Als de absorptiecoëfficiënt onbegrensd toeneemt, nadert de lijndiepte asymptotisch tot een bepaalde limietwaarde, bepaald door de grenstemperatuur der steratmosferen.

De invloed van deze verzadigingsverschijnselen op de equivalente breedte van de fraunhoferlijnen is aangeduid in afb. 25 die verder niet veel toelichting behoeft. De equivalente breedte van elke lijn wordt bepaald door de oppervlakte van zijn profiel. We kunnen deze vergelijken met de oppervlakte van het profiel van de absorptiecoëfficiënt, die recht evenredig is aan het aantal atomen in een kolom van 1 cm^2 doorsnede dat aan de vorming van de fraunhoferlijn meedoet: (het aantal 'werkzame atomen'), *N*. Langs deze weg vinden we de 'groeikromme'; afb. 26.

De groeikromme is het hulpmiddel bij uitstek voor wat men noemt de 'grove analyse' van het spectrum. Hij bestaat uit drie gedeelten. Het eerste, laagste gedeelte heeft betrekking op de zwakke lijnen, waar nog geen verzadiging intreedt. Hier zijn *N* en *W* aan elkaar evenredig. In het



Afb. 25 Verzadiging van een fraunhoferlijn (absorptie) met een gaussisch profiel. Tussen twee opeenvolgende lijnprofielen is de absorptiecoëfficiënt telkens verdubbeld. Voor de binnenste en de buitenste lijn is de verhouding in K als 1 : 128. De overeenkomstige verhouding van het oppervlak binnen de lijnprofielen is 1 : 6.

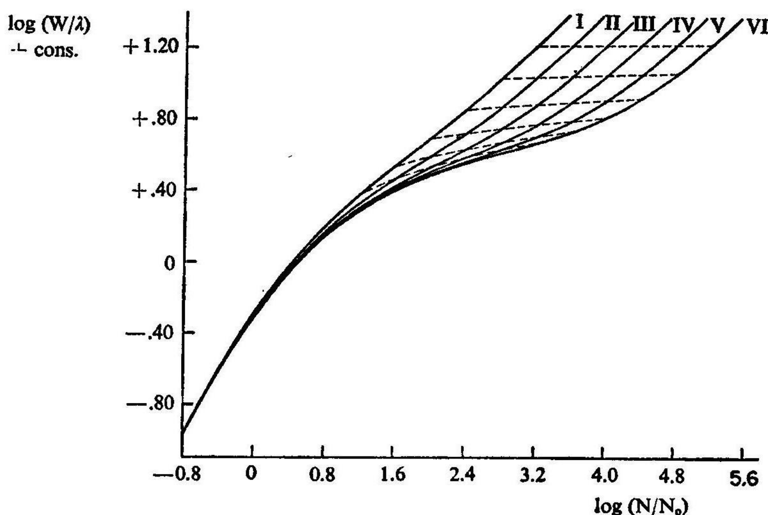
middenstuk zien we de invloed van de verzadiging van het dopplerprofiel. De spectrale lijn kan niet dieper worden, alleen iets breder. In dit deel van de groeikromme is W ongeveer evenredig aan $\sqrt{(\log N)}$, zoals men kan inzien door na te gaan voor welke ν (dus voor welke $\Delta\lambda$) $N(\nu) = 1$. Tenslotte komt in het laatste deel het dempingsprofiel tot uitdrukking. Uitgaande van de benadering $\Phi(\lambda)$ evenredig met $(\Delta\lambda)^{-2}$ ziet men direct, dat vermenigvuldiging van Φ met een factor f neerkomt op een verbreding van het profiel met $\sqrt{f}$. In de logaritmische schaal van afb. 26 wordt dit deel van de groeikromme recht.

Het middelste gedeelte van de groeikromme is interessant, omdat het een maat verschaft voor de microturbulentie.

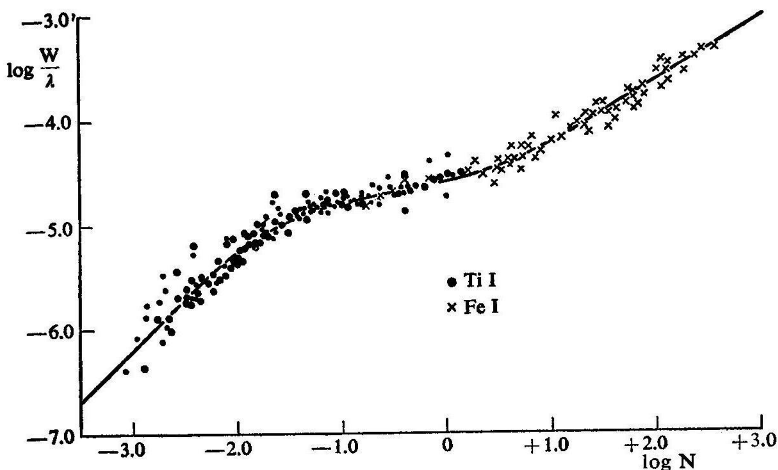
Uit de groeikromme kunnen we nu N bepalen voor alle lijnen waarvoor W gemeten is. De grootheid N heeft betrekking niet op één bepaalde toestand van het atoom, maar op een bepaalde overgang. Om het totaal aantal atomen in, bijvoorbeeld, de toestand n te vinden, moet men de N voor alle overgangen die in n beginnen, in rekening brengen. Geïnduceerde overgangen zijn hierin begrepen, ook die naar het continuüm. De situatie is analoog aan die bij de Γ_i; zie formule (7,6). Een empirisch bepaalde groeikromme voor de zon vindt men in afb. 27.

1.7.8 *Grove en verfijnde analyse*

De groeikromme is een uitstekend hulpmiddel bij de 'grove analyse' van het spectrum. Bij het gebruik van deze kromme gaat men ervan uit dat men de structuur en gesteldheid van de steratmosfeer kan beschrijven door een enkele waarde zowel voor de temperatuur als voor de druk. Met de gelaagdheid van de atmosfeer houdt men geen rekening. Toch maakt het een groot verschil of de absorberende atomen hoog in de



Afb. 26 Theoretische groeikromme (naar Wrubel). Ordinaat: W = equivalente breedte. Abscis: 'aantal werkzame atomen'. Beide schalen zijn logaritmisch. De curven 1-6 gelden voor verschillende waarden van de dempingsparameter.



Afb. 27 Groeikromme van de zon, bepaald uit lijnen van Ti I en van Fe I (naar Wright).

atmosfeer zitten, of juist laag, zodat de uitholling van het continuüm, die op betrekkelijk grote diepte is ontstaan, weer door de straling uit hoger gelegen lagen wordt overspoeld. Vooral de bepaling van de ionisatiegraad kan hierdoor worden beïnvloed. Voor een werkelijk nauwkeurig onderzoek moet men het begrip 'groeikromme' geheel loslaten. Men moet dan gebruik maken van numerieke integraties. De hoeveelheid werk die wordt vereist voor de berekening van een enkel nauwkeurig atmosfeermodel (inclusief lijnsterkten en lijnprofielen), is monsterachtig. En hoeveel verschillende spectra moet men onderzoeken? Uiteraard maakt men bij dit werk gebruik van moderne computers.

Men komt er niet uit zonder drastische vereenvoudigingen, ook hier. Hoe ver men daarbij mag gaan, kan pas langzamerhand, na het voltooien van vele proefmodellen, blijken.

1.7.9 *Lijnprofielen*

Als men in staat is, niet alleen equivalente breedten te meten, maar ook 'ware' lijnprofielen te bepalen, kunnen nog verdere conclusies worden getrokken. Wij willen hier alleen noemen de invloed van bewegingen op grote schaal.

Als de ster roteert, en de rotatieas niet samenvalt met de gezichtslijn, zal de ene kant van de sterschijf zich van ons verwijderen, de andere ons naderen. Dit leidt tot een verbreding van het lijnprofiel (dopplereffect),

maar niet tot een vergroting van de equivalente breedte! Hetzelfde geldt voor 'macro-turbulentie', waar de turbulente elementen ten gevolge van hun grote afmetingen ondoorschijnend zijn. En inderdaad: de microturbulentie heeft invloed op de lijnsterkte, doordat vergroting van de lijnbreedte in elk vierkante centimeter kolommetje de verzadigingsverschijnselen beperkt: macro-turbulentie doet dat niet.

I.8 HET SPECTRUM, SCHATKAMER VAN DE ASTRONOOM

I.8.1 *Chemische samenstelling van de steratmosfeer*

'The uniformity of composition of stellar atmospheres appears to be an established fact.' Deze, ook voor 1925 misschien iets te pertinente uitspraak van niemand minder dan Miss Payne, is door de feiten achterhaald. Toch kan men Miss Payne niet van onbezonnenheid betichten. In 1925 had het er inderdaad alle schijn van, dat de enorme verscheidenheid van sterspectra tot verschillen in de fysische gesteldheid van de atmosferen kon worden herleid. Onder die omstandigheden is voor de nog grotere verscheidenheid, die uit abondantieverschillen zou moeten voortvloeien, geen plaats meer.

Tegenwoordig zien wij de sterren in ontwikkeling, en in wisselwerking met het interstellaire medium. Binnen in de sterren vinden nucleaire reacties plaats, en een deel van de getransformeerde materie wordt in de wereldruimte uitgestort. Nieuwe sterren ballen samen uit door vroegere generaties uitgestoten materie. Gelijkheid van compositie kan alleen worden verwacht voor sterren die ongeveer tegelijkertijd en in dezelfde omgeving zijn geboren, en ook dan is er geen zekerheid (zie deel 3, III.1.3). Nauwkeurige abondantiebepalingen moeten ons helpen de geschiedenis van ster en sterrenstelsel te ontraadselen. Wij spreken in deze sectie over spectra die in zekere zin 'ongewoon' zijn. Maar wij streven niet naar volledigheid. Zo zwijgen wij over de witte dwergen, ondanks hun vaak wel zeer ongewone (en rijk gevarieerde) spectra. Maar dit verzuim zal althans ten dele worden goedgemaakt in deel 3, III.3.10.

I.8.2 *Verhouding waterstof/metalen*

Een punt van groot gewicht is de verhouding waterstof/metalen. Hoeveel H-deeltjes zijn er voor één metaaldeeltje? Een correcte bepaling van deze verhouding (A) is pas mogelijk geworden na Wildt's ontdekking van de absorptie door H^- (deel 3, I.4.6), die vooral belangrijk is voor sterren van het zonnetype en daaromtrent. Wij kennen de lijnabsorptie immers niet in absolute maat, maar alleen als fractie van het continuüm. Het

gaat dus om de verhouding

$$\frac{\text{lijnabsorptie door metalen}}{\text{continue absorptie door waterstof}},$$

waaruit het verhoudingsgetal A kan worden afgeleid.

Moderne bepalingen van A geven waarden in de buurt van 10^4.

Dit geldt dan voor de 'normale' sterren in onze omgeving. Heel andere resultaten krijgt men voor sterren die behoren tot een andere (oudere) populatie (zie deel 4, I.6.1), in het bijzonder de sterren van de galactische halo. In veel van deze sterren zijn de metaallijnen zwak. Men heeft voor A waarden gevonden tot 10^6 en hoger. Maar ook binnen een enkele populatiegroep bestaat geen uniformiteit. Anders gezegd: onze indeling naar populaties is waarschijnlijk nog te grof. In ieder geval verschaft een (absolute of relatieve) bepaling van A ons een belangrijk gegeven over de 'familieverwantschap' van de ster in kwestie.

I.8.3 *Andere lichte elementen*

Kennis van de verhouding waterstof/helium (B) is van grote betekenis. Helaas kan B alleen worden bepaald voor sterren die heliumlijnen in hun spectrum vertonen en dit beperkt ons voorlopig tot de O- en B-sterren, die behoren tot de jongste leeftijdsgroep. Unsöld en medewerkers vonden $B = 6$, een verhouding die ook passend werd geacht voor de planetaire nevels, hoewel recente onderzoekingen (Underhill) wijzen op een hogere waarde, $B = 20$. Voor chromosfeer en protuberansen zie deel 2, II.5 en 6.4.

In het algemeen vinden wij in de steratmosferen veel meer atomen van H dan van He, maar er zijn enkele frappante uitzonderingen: sterren die een prachtig heliumspectrum vertonen, met weinig of geen waterstof.

Over de variabiliteit van de verhouding C/O werd reeds gesproken bij de koolstofsterren (deel 3, I.4.2). Merkwaardig is de splitsing van de Wolf-Rayetklasse (O-sterren met brede emissielijnen) in WC-, respectievelijk WN-spectra. Het ligt voor de hand te denken aan anomalieën in de koolstof/stikstofverhouding, maar deze interpretatie is omstreden (Underhill). Volgens haar is van een verschil in chemische samenstelling geen sprake. Alles zou kunnen worden verklaard door aan te nemen dat de WN-sterren een hogere temperatuur hebben dan de WC-typen.

Over het element lithium zal worden gesproken in deel 3, III.1.5.

I.8.4 *Isotopen*

In sommige gevallen kunnen wij de verschillende isotopen van een element spectroscopisch onderscheiden. Dit is zeker het geval bij de rotatiebanden van moleculen, omdat het traagheidsmoment van het molecule

invloed heeft op de ligging van deze banden. Op deze wijze is gebleken dat in de meeste koolstofsterren het isotoop ^{12}C drie of viermaal zo veelvuldig voorkomt als ^{13}C; zie plaat 9 en afb. 58. Maar enkele van deze sterren vertonen een soortgelijke verhouding als ons op aarde bekend is, in de buurt van 90 : 1.

In de spectra van de atomen kunnen de isotopen soms nog worden onderscheiden door zeer kleine verschillen in de golflengte van de daarvoor gevoelige lijnen. Langs deze weg is men gekomen tot het verbazingwekkende resultaat dat de isotoop ^{3}He in enkele – zeer weinige! – sterren het ^{4}He naar de kroon steekt, of zelfs voorbij streeft. Dit schijnt het geval te zijn bij de ster 3 Centauri A (Sargent en Jun Jugaku). De aardse verhouding is 1 : 600 000.

I.8.5 *De S-sterren*

Het S-spectrum onderscheidt zich van het M-type door het optreden van banden ZrO, LaO en YO in plaats van TiO. De lijnen van allerlei (maar niet van alle!) metalen zijn sterker dan 'normaal', daaronder begrepen lijnen van de zeldzame aarden.

Het merkwaardigst is de aanwezigheid van het element technetium (Tc); zie plaat 10. Dit element, rangnummer (Z) = 43, is radioactief. Het heeft geen enkele stabiele isotoop, en een levensduur van ten hoogste enkele miljoenen jaren. Het moet in de ster zelf zijn gevormd (zie deel 3, III.4.2).

I.8.6 *BaII-sterren*

Wanneer de S-sterren werkelijk een andere compositie hebben dan de M-reuzen, zal men vragen naar overeenkomstige verschillen bij vroegere spectrale typen. Men vindt dan de BaII-sterren, reuzen van het type G of K, die soortgelijke anomalieën vertonen als de S-sterren (die evenzeer reuzen zijn). Bij de BaII-sterren valt de afwijking minder op, omdat molecuulbanden ontbreken.

I.8.7 *Peculiaire A-sterren*

Nog een stap verder komen wij bij de peculiaire A-sterren, (Ap). Ook hier dezelfde anomalieën. Door uit de gemeten lijnintensiteiten via de groeikromme over te gaan op abondanties, vonden de Burbidges voor de groep van de zeldzame aarden een verhoging met een factor 600! Voor andere elementen, als Sr, Mn, Cr, Si, vonden zij iets in de buurt van 10, terwijl een element als Ca, vertegenwoordigd door de K-lijn, op de achtergrond geraakt met een abondantiefactor van slechts 0,02. Merkwaardigerwijs is het spectrum van sommige Ap-sterren variabel.

De door A. Przybylski bestudeerde ster HD 101045 – aan welke men

op grond van kleurmetingen het spectraaltype F moet toekennen – vertoont de eigenschappen der Ap-sterren in versterkte mate. De sterkste lijnen in het spectrum – waterstof buiten beschouwing gelaten – zijn afkomstig van holmium, dat nooit eerder in sterren is waargenomen. Verder veel zeldzame aarden, weinig of geen 'gewone metalen'.

1.8.8 *Magnetische sterren*

Groot nieuws was Babcock's ontdekking van een magnetisch veld in tal van Ap-sterren (toepassing zeemaneffect). De veldsterkte is enorm, van de orde van 1 kilogauss en meer. De meetgrens ligt bij enkele honderden gauss. Bij één ster is een veld van 34 kilogauss gevonden!

Bij sommige sterren is de veldsterkte (H) variabel met een grote amplitude. Ompoling komt vrij veel voor, maar niet altijd. Wanneer variatie van spectrum en van H beide periodiek zijn, hebben zij ook dezelfde periode, van ongeveer één week.

De meeste Ap-sterren hebben brede lijnen, waarschijnlijk door snelle rotatie. Bij deze sterren kan men geen magnetische effecten constateren. Maar in sommige Ap-sterren zijn de lijnen scherp. Waarschijnlijk hebben ook die sterren een snelle rotatie, maar dan om een as die toevallig op de aarde is gericht. Deze objecten lenen zich goed voor de bepaling van H met behulp van het longitudinale zeemaneffect. Babcock heeft H gemeten in 70 Ap-sterren met scherpe lijnen. Geen enkele ster van dit type bleek zonder veld te zijn.

Er moet dus wel een nauw – hoewel niet zonder meer begrijpelijk – verband bestaan tussen de aanwezigheid van een sterk magnetisch veld enerzijds, en de spectrale anomalieën anderzijds. In dit verband valt op te merken dat een magnetisch veld is aangetroffen bij de beide daarop onderzochte S-sterren. Magnetische velden kunnen ook voorkomen bij sterren met een normaal spectrum. Drie M-reuzen of -superreuzen bezitten een magnetisch veld, maar bij Betelgeuze is tot dusverre niets gevonden.

De lijst van magnetische sterren is hiermee niet voltooid, maar wij zullen deze hier niet verder uitbreiden.

Wat kan nu de fysische relatie zijn tussen het magnetisch veld en de spectrale anomalieën?

Men kan trachten de abnormale lijnsterkten, vooral die van de zeldzame aarden met hun ingewikkeld zeeman-patroon, uit de zeeman-splitsing zelf te verklaren. Maar het blijkt niet mogelijk, alle anomalieën op deze wijze te begrijpen.

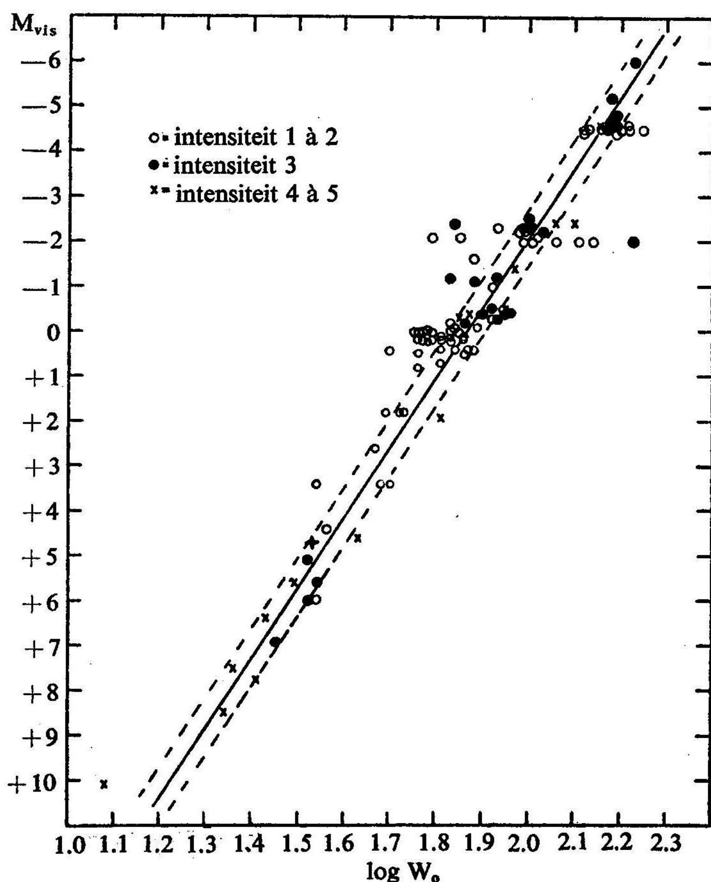
Onze kennis en begrip van de magnetische sterren is nog zeer beperkt, en wij zullen met de hier gegeven schaarse opmerkingen moeten volstaan.

I.8.9 *Spectra met emissielijnen*

Het is bekend, dat sommige sterspectra – aangeduid met letter e, bijvoorbeeld B2e, M0Ve – emissielijnen te zien geven. Dit wijst dan op het bestaan van een ijl gasvormig omhulsel van aanzienlijke afmetingen.

I.8.10 *Chromosfeer*

In deel 2, II.4 is al gesproken over emissie in de chromosfeer van de zon.



Afb. 28 Het Wilson-Vainu Bappu-effect. Horizontaal: logaritme van de breedte van Ca II-emissie; verticaal: spectroscopisch bepaalde absolute magnitude (Yerkes).

Bij de sterren kan men de chromosfeer niet in detail bestuderen. De aanwezigheid ervan wordt verraden door een emissiebobbel in het centrum van de K-lijn (CaII), precies als in het over de schijf geïntegreerde zonnespectrum.

I.8.11 *Wilson-Vainu Bappu-relatie*

Wilson en Vainu Bappu hebben een uitgebreide studie gemaakt van de chromosferische emissie bij sterren van het type G, K en M. Vooral de emissie in de K-lijn van Ca^+ (deel 3, I.4.2) had hun aandacht. Zij kwamen tot het verrassende resultaat dat er een lineair verband bestaat tussen de absolute visuele magnitude van de ster (M_{vis}) en de breedte van de emissie-bult in de K-lijn; zie afb. 28. De relatie is lineair over een bereik van niet minder dan 16 magnituden, een factor $2\frac{1}{2}$ miljoen in lichtsterkte!

Het Wilson-Vainu Bappu-effect is belangrijk uit astrofysisch oogpunt, maar kan ook dienstig worden gemaakt aan de bepaling van spectroscopische parallaxen, voor zover de sterren helder genoeg zijn om de K-emissie binnen het meetbereik te doen vallen.

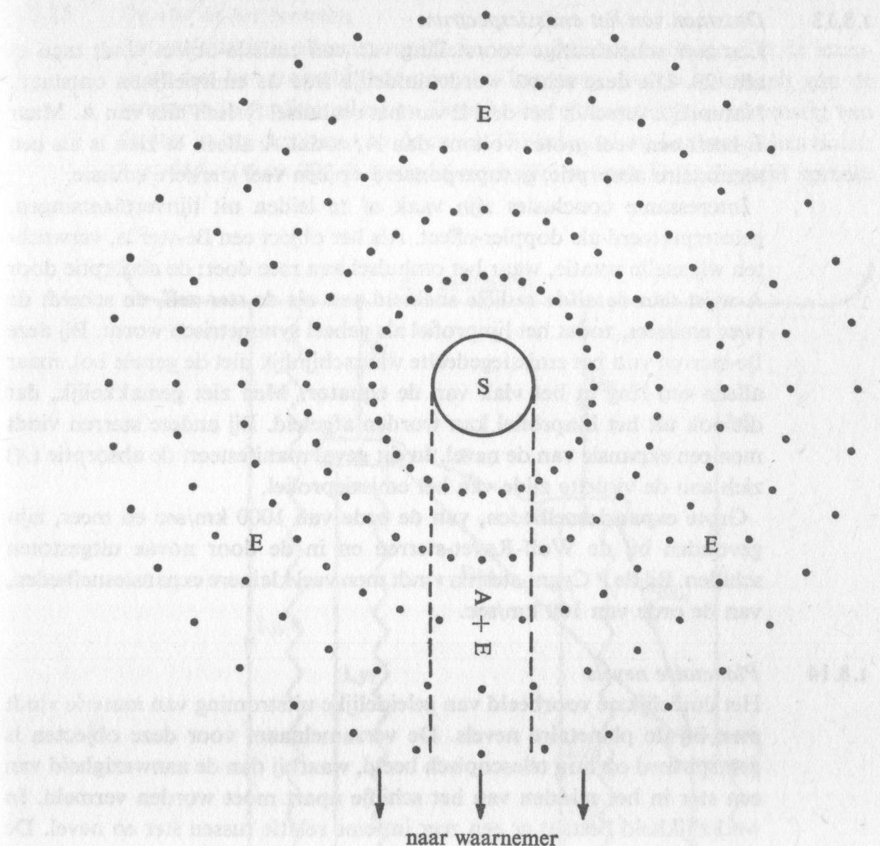
I.8.12 *Associatie nevel/ster*

Er zijn twee fasen in het leven van een ster, waarin hij in intiem contact verkeert met omringende materie. De eerste fase valt tijdens de 'geboorte' en kort daarna, wanneer de ster zich nog niet geheel heeft vrijgemaakt van de moedernevel. De tweede fase valt in de ouderdom, wanneer de ster het vermogen verliest zijn materie bijeen te houden, waardoor hetzij een geleidelijke uitstroming, hetzij een explosieve uitstoting van materie plaatsvindt. In deze laatste situatie is het misschien beter niet te spreken van een nevel, maar van een uitgebreide atmosfeer. Wij weten overigens niet of iedere ster deze fase doormaakt.

Stellig zijn er sterren voor welke de twee genoemde ontwikkelingsfasen direct bij elkaar aansluiten of in elkaar overvloeien, en andere sterren die ook tijdens de middenfase van hun leven met nevels in contact komen. Dat is dan meer incidenteel.

Om het uitstromen van materie uit een ster vast te stellen, behoeft men niet per se over een hele nevel te beschikken. Zo kon Deutsch een dergelijke uitstroming aantonen in het spectrum van α^1 Herculis (Ras Algethi), op grond van een omkering in de chromosferische emissie.

Plaat 8 Classificatie naar de lichtkracht voor sterren van het type K0 (MKK-atlas).



Afb. 29 Oorsprong van een Be-spectrum. E = emissie; A = absorptie.

Plaat 10 Technetium in de S-ster R Andromedae (d). Vergelijk met de M-ster 56 Leonis (c); naar Merrill.

Plaat 22 Twee paren spectra tonen verschillen in abondantie. (a) en (c) zijn normale spectra van type G, respectievelijk M. De BaII-ster (b) heeft abnormaal sterke lijnen van geïoniseerd barium (Z = 56), cerium (58), praseodymium (59) en samarium (62). De S-ster R Andromedae (d) vertoont banden van ZrO en lijnen van het element Zr = zirconium zelf: kernlading = 40. Versterkt is strontium (Z = 38) en BaII (spectra ter beschikking gesteld door Burbidge en Burbidge).

I.8.13 *Ontstaan van het emissiespectrum*

Een zeer schetsmatige voorstelling van een emissie-object vindt men in afb. 29. Uit deze schets wordt duidelijk hoe de emissielijnen ontstaan. Natuurlijk verschilt het deel E van het omhulsel fysisch niet van A. Maar E heeft een veel groter volume dan A, zodat A alleen te zien is als een secundaire absorptie, gesuperponeerd op een veel sterkere emissie.

Interessante conclusies zijn vaak af te leiden uit lijnverplaatsingen, geïnterpreteerd als doppler-effect. Als het object een Be-ster is, verwachten wij snelle rotatie, waar het omhulsel aan mee doet: de absorptie door A wijst dan dezelfde radiële snelheid aan als de ster zelf, en scheidt de twee emissies, zodat het lijnprofiel als geheel symmetrisch wordt. Bij deze Be-sterren vult het emissiegedeelte waarschijnlijk niet de gehele bol, maar alleen een ring in het vlak van de equator. Men ziet gemakkelijk, dat dit ook uit het lijnprofiel kan worden afgeleid. Bij andere sterren vindt men een expansie van de nevel. In dit geval manifesteert de absorptie (*A*) zich aan de violette zijde van het emissieprofiel.

Grote expansiesnelheden, van de orde van 1000 km/sec en meer, zijn gevonden bij de Wolf-Rayet-sterren en in de door novae uitgestoten schillen. Bij de P Cygni-sterren vindt men veel kleinere expansiesnelheden, van de orde van 100 km/sec.

I.8.14 *Planetaire nevels*

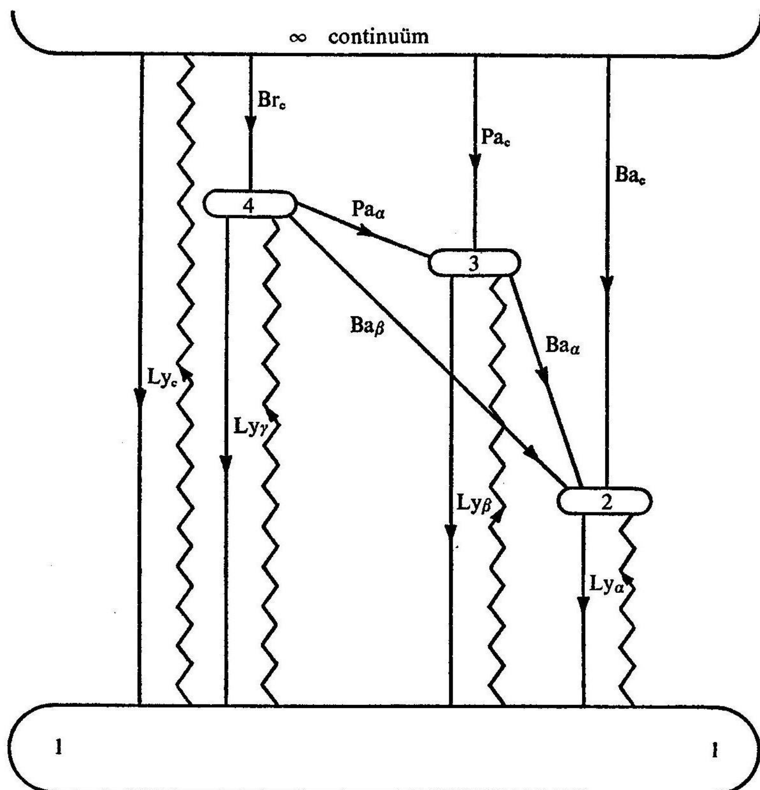
Het duidelijkste voorbeeld van geleidelijke uitstroming van materie vindt men bij de planetaire nevels. De verzamelnaam voor deze objecten is geïnspireerd op hun telescopisch beeld, waarbij dan de aanwezigheid van een ster in het midden van het schijfje apart moet worden vermeld. In werkelijkheid bestaat er een zeer intieme relatie tussen ster en nevel. De nevel moet uit de ster zijn voortgekomen, en wordt bovendien door de ster tot lichten gebracht. Fotografische opnamen van deze nevels (plaat 11) vertonen een rijke structuur, maar verstoren niet het zo juist geschetste beeld.

Dit deel is gewijd aan de sterren. De nevels vinden een plaats in deel 4, II. Ons ogenblikkelijke doel is het verkrijgen van meer en betere gegevens over de centrale sterren van de planetaire nevels. De nevel dient ons daarbij als instrument.

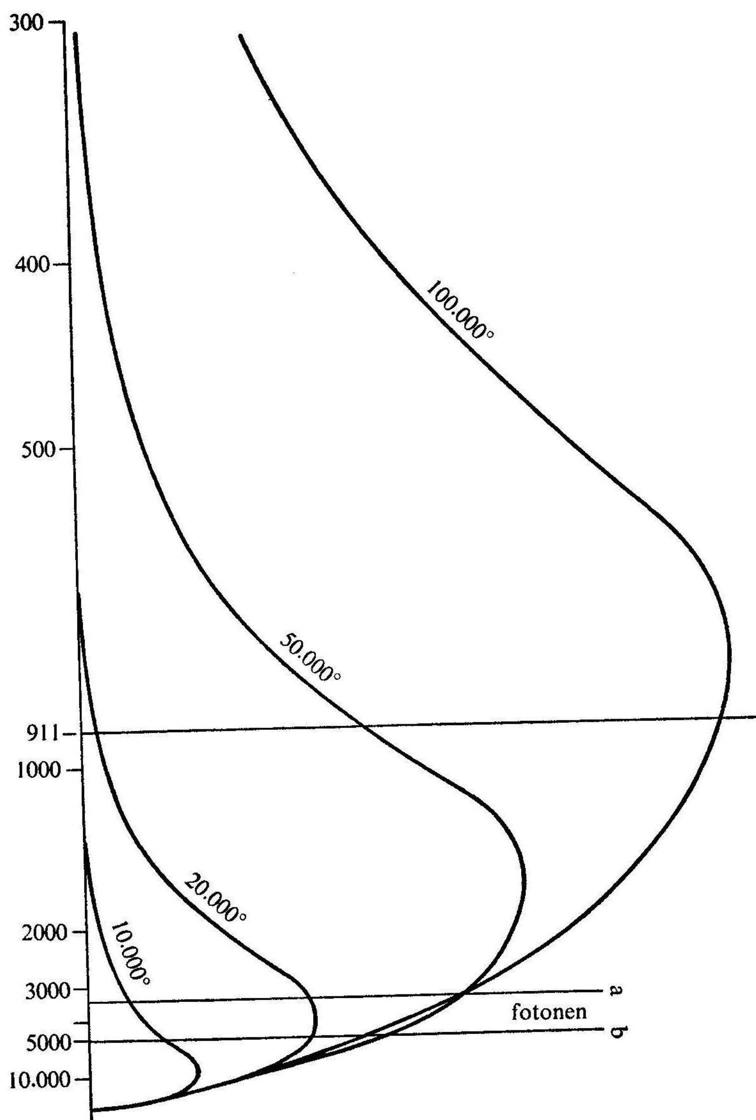
Het spectrum van een planetaire nevel vertoont een groot aantal emissielijnen. De emissie is tweesoortig. De eens zo mysterieuze 'nebulium'-lijnen zijn reeds in 1928 door Bowen toegeschreven aan 'verboden overgangen' (zie deel 3, I.3.1 en 3.7) van daarvoor in aanmerking komende elementen op diverse trappen van ionisatie. De tweede soort emissie is het 'recombinatiespectrum' van HI, HeI en HeII; zie ook afb. 30.

1.8.15 *De ster in het centrum*

Recombinatie is alleen mogelijk na voorafgaande ionisatie. Uit de intensiteit van het recombinatiespectrum kan men dus de intensiteit van de ioniserende straling afleiden. Deze ioniserende straling is afkomstig van de ster in het centrum van de nevel. Hij behoort tot het verre ultraviolet: $\lambda < 912$, 504 en 228 Å voor H, voor He en voor He^{+}. Terecht spreekt



Afb. 30 Recombinatiespectrum van waterstof. De waterstof is bijna volledig geïoniseerd. Door het invangen van een elektron wordt het atoom weer neutraal en gaat door een of meer emissies van fotonen naar de grondtoestand. Deze emissies vormen het eigenlijke recombinatiespectrum. Door botsing of door absorptie van Lymanquanten wordt het atoom opnieuw in geïoniseerde of in aangeslagen toestand gebracht. Ly = Lyman; Ba = Balmer; Pa = Paschen; Br = Bracket.



Afb. 31 Bepaling van de temperatuur van de centrale ster van een planetaire nevel met Zanstra's kosmische 'UV-fotonenteller'. De afbeelding toont het aantal door de ster geëmitteerde fotonen als functie van λ voor diverse temperaturen. Fotonen met $\lambda < 911$ Å worden omgezet in een gelijk aantal fotonen in het zichtbare gebied, maar nu afkomstig van de nevel. Vergelijking met direct van de ster afkomstige straling in het zichtbare gebied geeft de 'kleurtemperatuur' voor de centrale ster. Om praktische redenen is de afb. 90° gedraaid en zijn de vier krommen geconstrueerd met verschillende verticale schaal.

Zanstra van de nevel als een 'kosmische fotonenteller voor het verre ultraviolet'; zie afb. 31.

Door de aldus bepaalde intensiteit van het ver-ultraviolette continuüm te vergelijken met de rechtstreeks gemeten fotografische of visuele lichtsterkte van de ster, kan men een soort kleurtemperatuur bepalen. Neemt men dan nog aan dat de ster straalt als een zwart lichaam, dan kan men deze kleurtemperatuur als effectieve temperatuur laten gelden.

Deze methode van temperatuurbepaling, door Zanstra geïnaugureerd, door hem en anderen veelvuldig gemodificeerd, berust op een aantal min of meer plausibele veronderstellingen. Een van deze betreft de al of niet volledige absorptie van de ioniserende straling op zijn weg door de nevel. Is de absorptie onvolledig zonder dat wij het weten, dan zendt de ster meer ultraviolette fotonen uit dan wij gewaar zijn geworden, en is de berekende stertemperatuur te laag. Een tweede onzekerheid betreft de spectrale verdeling van de ioniserende straling. Wij weten niet of de ster werkelijk een zwarte straler is. En tenslotte: de stratificatie en de onregelmatige structuur van de planetaire nevels bemoeilijkt het onderzoek ten zeerste.

Het is dan ook geen wonder, dat er geen eenstemmigheid heerst ten aanzien van de temperatuur van de centrale sterren. Zanstra geeft voor verschillende objecten temperaturen van 30 000 tot 50 000°, Wurm en ook Seaton vinden waarden van 30 000 tot 100 000°. Het verschil is grotendeels toe te schrijven aan onenigheid over de (al of niet) volledige absorptie in het Ly_c-gebied van waterstof.

Om de absolute magnitude van de centrale ster van een planetaire nevel te bepalen, moet men de afstand van het object kennen. Ook hier stuit men op problemen van velerlei soort. O'Dell vond voor M_{pg} een 'range' van —2,5 tot +8,5. Beschouwt men deze sterren als O-sterren, dan komen zij in het Hertzsprung-Russelldiagram ver beneden de hoofdreeks (voor B0V is M_{pg} = —4,0). Voor de ster zelf is de waarde van M_{pg} niet helemaal maatgevend, want het leeuwedeel van de straling wordt uitgezonden in het ultraviolet. Uit M_{pg} en T vindt men de straal van de ster, die in het algemeen kleiner blijkt te zijn dan de straal van de zon, tot 1/100 toe. Vermoedelijk zijn deze sterren op weg naar het witte dwergstadium (Seaton).

Spectroscopisch onderzoek leert dat de planetaire nevels expanderen. De centrale sterren verliezen zoveel energie dat zij moeten contraheren. Beide processen dwingen ons een vrij korte levensduur toe te kennen aan deze objecten: ongeveer 3×10^4 jaar. Men kent ongeveer 700 van deze objecten, die blijkbaar in 3×10^4 jaar zijn gevormd. In 10^{10} jaar – de leeftijd van ons sterrenstelsel – zouden dan ongeveer tweehonderd mil-

joen planetaire nevels zijn ontstaan (en weer verdwenen). Dit is ongeveer 0,2 percent van het aantal sterren in ons sterrenstelsel. Het is duidelijk, dat een niet gering aantal sterren het 'planetaire nevel-stadium' heeft doorgemaakt of nog zal doormaken.

I.9 BEDEKKINGSVERANDERLIJKEN

I.9.1 *Algol, prototype*

Het klassieke voorbeeld van een bedekkingsveranderlijke is Algol, β Persei. Of de Arabische astronomen die de ster deze duivelsnaam gaven, al iets bijzonders aan hem hadden opgemerkt? Wij weten het niet. Wel weten wij, dat in 1667 G. Montanari (Bologna) veranderingen in de lichtsterkte van Algol constateerde, en dat zijn ontdekking een kwart eeuw later door andere astronomen werd bevestigd.

Strikte regelmaat van de lichtwisselingen bleek uit waarnemingen van John Goodricke, in de jaren 1782/84. Goodricke gaf ook de correcte verklaring van het verschijnsel: 'the interposition of a large body revolving around Algol'.

I.9.2 *Russell's 'Royal Road'*

Het is merkwaardig, hoeveel men van deze eclipsvariabelen (die wij in deel 3, I.6.3 reeds als 'fotometrische dubbelsterren' hebben ontmoet) kan leren. En dit geldt dan niet zozeer een kwantitatieve, als wel een kwalitatieve uitbreiding van onze kennis. Tal van vragen, die wij anders nooit zouden durven stellen, komen binnen het bereik van reëel onderzoek, zodra wij de bedekkingsveranderlijken erbij betrekken. Niet voor niets sprak Russell van de 'Royal Road of Eclipses'.

Wij moeten ons in de bespreking van de eclipssterren (zoals wij ze kortheidshalve willen noemen) grote beperkingen opleggen. Wij zullen het eerste deel van deze sectie wijden aan beschouwingen van algemene aard, en nemen in het tweede deel een aantal specifieke systemen onder de loep.

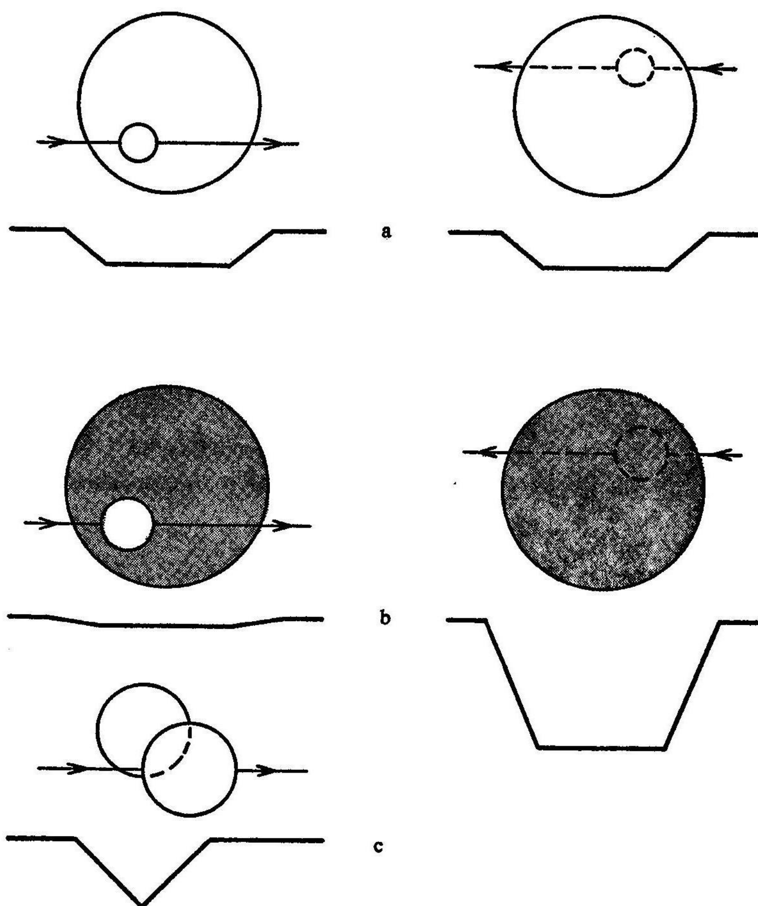
I.9.3 *Dubbelsterren als potentiële eclipssterren; selectie; eclipstypen*

Feitelijk is het niets bijzonders, wanneer een ster een eclipsster blijkt te zijn. Elke dubbelster kan als eclipsster worden waargenomen, wanneer de waarnemer zich maar bevindt op niet te grote afstand van het (tot in het oneindige voortgezette) vlak van de baan. Maar de waarschijnlijkheid door ons als eclipsster te worden waargenomen, is niet voor alle dubbelsterren even groot! Er is een sterke selectie ten gunste van sterren van grote afmetingen en met nauwe banen.

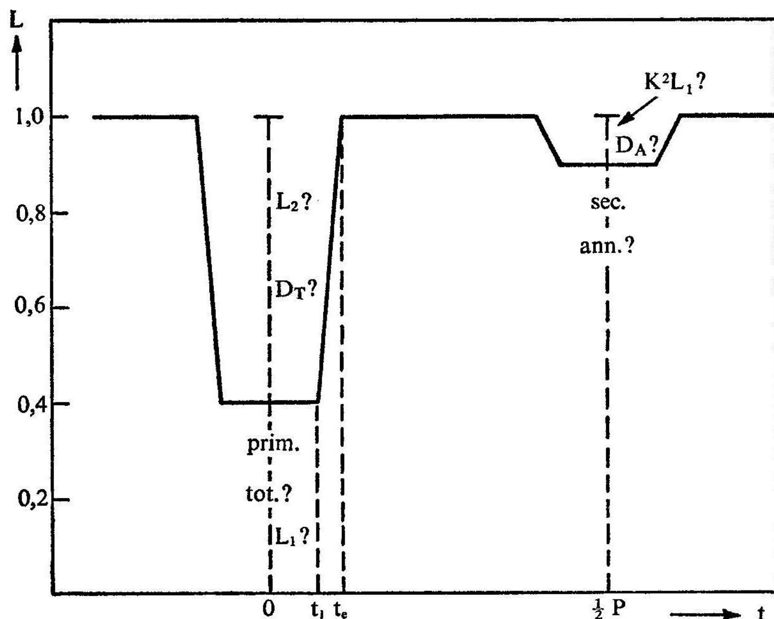
De eclipsen komen in drie soorten voor: totaal (T), ringvormig (annulair = A) of partieel (P). Natuurlijk heeft elke eclips aan begin en eind een partiële fase. Zie ook afb. 32.

1.9.4 *De lichtkromme*

Bij de studie van eclipssterren gaan wij uit van de 'lichtkromme', die de schijnbare magnitude (*m*) van de ster geeft als functie van de tijd (afb. 33). Hoog langs de ordinaat staan de hoge waarden van L. Wij gaan ervan



Afb. 32 Interpretatie van lichtkrommen van bedekkingsveranderlijken.



Afb. 33 Analyse van de lichtkromme.

uit, dat het waarnemingsmateriaal beschikbaar is. Niet het verwerven, maar het verwerken van dit materiaal is het onderwerp van deze bespreking.

1.9.5 *Analyse van de lichtkromme; eigenschappen van de sterren*

De minima in afb. 33 zijn vlak. Hieruit volgt, dat de ene eclips totaal, de andere ringvormig is. Partiële eclipsen zouden gebogen minima hebben veroorzaakt. Wel begint en eindigt elke eclips met een partiële fase. Pas uit een analyse van de lichtkromme kan blijken welk van de twee minima totaal is. Wij zullen dit niet verder onderzoeken, maar, voor zover een keuze noodzakelijk is, aannemen dat het diepste (het 'primaire') minimum behoort bij de totale eclips.

Daar wij, in het algemeen gesproken, de totale lichtsterkte van het systeem in absolute maat niet kennen, kiezen wij deze als eenheid. Wij vinden nu gemakkelijk:

$$L_1 + L_2 = 1 \quad (L = \text{lichtsterkte}) \tag{9,1}$$

$D_T = L_2,\ D_A = k^2L_1,\ k = R_2/R_1 \leq 1,\ J_2/J_1 = k^{-2}L_2/L_1$ (9,2a, b, c, d)

als D_T, D_A de diepte voorstelt van het totale, respectievelijk annulaire minimum, R de straal van de ster en J de oppervlakte-helderheid. De index 1 duidt de grootste ster aan (naar afmetingen). Met behulp van deze formules kunnen L_1, L_2 en k uit de waarnemingen worden afgeleid.

I.9.6 *De baan*

De perfecte symmetrie van de getekende lichtkromme duidt op een cirkelvormige baan. Bij nauwe paren komt dit veel voor.

Wij rekenen de tijd (t) vanaf het midden van de laatste eclips. P is de periode, v de hoekverplaatsing, zodat:

$$v = 2\pi t/P \quad (9,3)$$

In afbeelding 34 is bij a de relatieve baan in loodrechte aanblik en bij b de projectie op de hemelbol getekend. De tijdstippen van in- en uitwendige aanraking van de sterschijfjes noemen wij t_i respectievelijk t_e (interior, exterior). De straal van de baan noemen wij a, en Δ is de geprojecteerde afstand van de middelpunten der sterschijfjes. De helling (inclinatie) van het vlak van de baan ten opzichte van dat van de hemel noemen wij i. Men vindt uit de afbeeldingen:

$$\Delta^2 = (a \sin v)^2 + (a \cos i \cos v)^2 = a^2(1 - \sin^2 i \cos^2 v) \quad (9,4)$$

Bij de in- en uitwendige begrenzingen van de partiële fasen is:

$$\Delta = R_1 \pm R_2 \quad (9,5)$$

Wij vinden nu ook:

$$(1 - k)^2 R_1^2/a^2 = 1 - \sin^2 i \cos^2 v_i,$$
$$(1 + k)^2 R_1^2/a^2 = 1 - \sin^2 i \cos^2 v_e \quad (9,6a, b)$$

Uit dit tweetal vergelijkingen kunnen de resterende onbekenden R_1/a en i worden berekend.

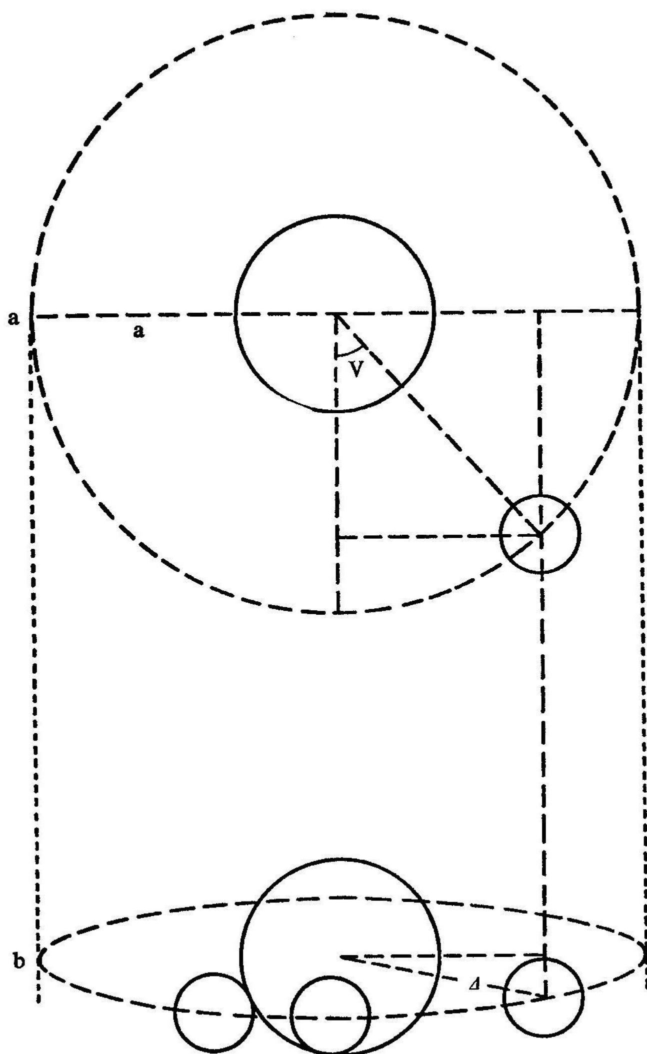
I.9.7 *Massa en dichtheid*

Uit de harmonische wet van Kepler (zie deel 2, I.1), in zijn Newtonse vorm, weten wij dat

$$G\mathfrak{M}/a^3 = (2\pi/P)^2 \quad (\mathfrak{M} = \text{totale massa systeem}) \quad (9,7)$$

De massa's van de afzonderlijke componenten kunnen worden gevonden als men dopplerverschuivingen kan meten in de spectra van beide componenten (deel 3, II.1.6). Kent men alleen de beweging in de gezichtslijn van een der componenten, dan volgt daaruit slechts de niet zeer interes-

sante 'massafunctie' $\mathfrak{M}_2^3/(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)^2$ (deel 3, II.1.5). Het is daarom nuttig, zich te realiseren dat men bij eclipsstelsels zelfs zonder enige hulp van het spectrum iets te weten kan komen over de materiële dichtheid



Afb. 34 Relatieve baan: a. onverkort, b. geprojecteerd op de hemelbol.

van tenminste één van de componenten. Duiden wij de gemiddelde dichtheid van elk der beide componenten aan door $\bar{\varrho}$, dan kan (9,7) worden geschreven als:

$$(4\pi/3)\, G\, (\bar{\varrho}_1 + k^3\, \bar{\varrho}_2)\, (R_1/a)^3 = (2\pi/P)^2 \qquad (9,8)$$

Alle in deze formule voorkomende grootheden, behalve $\bar{\varrho}_1$ en $\bar{\varrho}_2$, kunnen uit de lichtkromme worden afgeleid. Wij kunnen nu een bovenste grens van $\bar{\varrho}$ vinden voor elk van de beide componenten door de bijdrage in de massa door de andere component niet mee te rekenen. Men kan nog aantonen dat

$$R_1/a > (2/\pi)\, (t_i + t_e)^{-3} \qquad (9,9)$$

zodat

$$G\bar{\varrho}_1 < (3\pi/8) P (t_i + t_e)^{-3} \qquad (9,10)$$

of, numeriek:

$$\bar{\varrho}_1 < 1{,}8 \times 10^7\, P\, (t_i + t_e)^{-3} \quad \text{(c.g.s.)} \qquad (9,11)$$

Toepassing van deze simpele regel (die in deze vorm geldt voor cirkelbanen) kan tot uiterst belangrijke en onverwachte resultaten leiden (zie deel 3, I.9.16).

I.9.8 *Overzicht van belangrijke problemen*

Wij geven nu een beknopt overzicht van belangrijke problemen die zich voordoen bij de bestudering van eclipsen.

a Excentriciteit van de baan. Staat de apsidenlijn loodrecht op de knopenlijn (snijlijn van het vlak van de baan met dat van de hemel), dan zijn de twee minima ongelijk van duur en soms ook van aspect (bijvoorbeeld het ene T of A, het andere P of zelfs ontbrekend). Valt de apsidenlijn samen met de knopenlijn, dan is de tijdsafstand tussen twee opeenvolgende minima niet gelijk aan $\frac{1}{2}P$. De banen van zeer nauwe paren zijn meestal cirkelvormig.

b Randverzwakking. Bij een T-minimum merkt men van de randverzwakking niets. Een A-minimum krijgt een enigszins holle bodem. Ook een P-minimum ondergaat invloed van de randverzwakking.

c Vervorming van de sterren door rotatie en getijdewerking. De grootte van het op de hemelbol geprojecteerde steroppervlak is nu variabel, met periode $\frac{1}{2}P$ indien de baan cirkelvormig is. Doordat de sterren zijn uitgerekt in de richting van hun verbindingslijn, is het geprojecteerde oppervlak midden tussen de eclipsen het grootst.

d Gravitatie-effect. Volgens een bekend theorema van von Zeipel is de

oppervlaktehelderheid van een ster die vervormingen als onder *c* heeft ondergaan evenredig met de lokale waarde van *g*. Met *g* wordt bedoeld de versnelling van de zwaartekracht, getijdekrachten en middelpuntvliedende kracht inbegrepen. Ook dit effect leidt tot veranderlijke schijnbare lichtsterkte, periode $\frac{1}{2}P$.

e Reflectie-effect. Een deel van de straling, uitgezonden door de ene component, wordt opgevangen en geabsorbeerd in de atmosfeer van de andere. Dit leidt tot een lokale verhoging van de temperatuur en een dienovereenkomstig vermeerderde uitstraling van de recipiënt. Het woord 'reflectie' is hier feitelijk niet op zijn plaats. Bestaat het paar uit een ster van hoge en een ster van lage temperatuur, dan is het zogenoemde reflectie-effect het grootst als de 'koele' ster op het punt staat achter de andere te verdwijnen, of net weer te voorschijn is gekomen. Het reflectie-effect heeft periode *P*, en kan dus gemakkelijk worden onderscheiden van de effecten genoemd onder *c* en *d*.

f 'Bijna-eclips'-sterren. Veranderingen van de lichtsterkte van een nauw sterrenpaar als gevolg van de onder *c*, *d* en *e* genoemde effecten kunnen nog fotometrisch waarneembaar blijven, zelfs als de helling van de baan te klein is voor een echte eclips. Natuurlijk verdwijnen deze effecten als $i = 0$, dus als het baanvlak samenvalt met het vlak van de hemel.

TABEL: BEDEKKINGSVERANDERLIJKEN *Selectie uit lijsten v*

(1) ster	(2) spectra	(3) m_{vis}	(4) periode	(5) $\Sigma R/a$
DQ Her	A, (G)	14,2	0,194	0,65
VW Cep	K1, G6	7,1(*f*)	0,278	0,76
W UMa	F8, F7	8,3(*f*)	0,334	0,75
YY Gem	M1, —	9,1	0,814	0,31
μ' Sco	B9, (gK1)	3,1	1,446	0,66
Z Vul	B3, (A8)	7,0	2,455	0,56
U Cep	B8, gG8	6,8	2,493	0,50
Algol	B8, (gK0)	2,2	2,867	0,47
Y Cyg	O9,5 —	7,0	2,996	0,41
V444 Cyg	O9, WN7	8,4	4,212	0,43
V356 Sgr	B3, A2II	6,8	8,896	0,39
β Lyr	B8, F5	3,4	12,925	0,46
ζ Aur	K5, B9	4,9	972,15	0,20
VV Cep	M2, B8	6,6	7430	0,34
ε Aur	F5, (M)	3,1	9898	0,25

g Vervorming van de twee sterren als genoemd onder *c* verandert ook het gravitatieveld. Dit heeft belangrijke consequenties voor sterparen met een niet-cirkelvormige baan. De apsidenlijn beweegt dan langzaam vooruit. De snelheid van beweging hangt onder meer af van de verdeling van de materie binnen de ster: hoe gelijkmatiger deze is, des te sneller zal de draaiing van de apsidenlijn zijn. Het is dus mogelijk, uit waarnemingen van deze draaiing iets te leren over de verdeling van de materie binnen het lichaam van de ster.

I.9.9 *Individuele eclipssterren*

Over spectrografisch onderzoek van eclipssterren hebben wij nog niet gesproken. Dit betekent niet, dat we dit machtige hulpmiddel versmaden. De spectrograaf is onontbeerlijk bij de studie van deze systemen. Ook meerkleuren-fotometrie kan vaak met succes worden toegepast. Maar wij bespreken in deze sectie alleen de bijzondere aspecten, daar het voorafgaande gedeelte van hoofdstuk I, in het bijzonder I.8, voldoende is als algemene voorbereiding.

Wij bespreken nu enkele interessante paren. Gegevens van algemene aard over deze paren vindt men in onderstaande tabel (zie ook de opmerkingen bovenaan pagina 94):

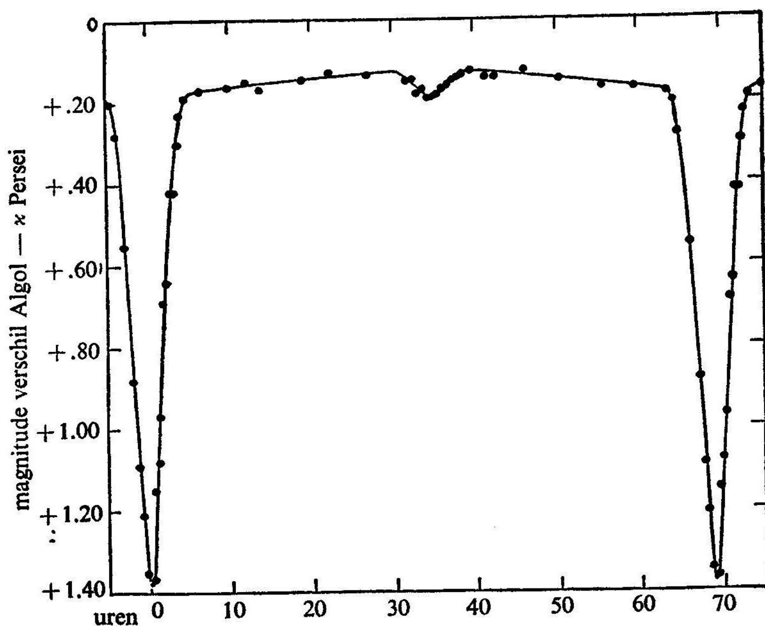
Kopal en van Gaposchkin

(6) 𝔐 (A)	(7) 𝔐 (B)	(8) R (A)	(9) R (B)	(10) M (A)	(11) M (B)	(12) X
0,56	0,42	0,37	0,35	8,5	?	G
1,44	0,47	1,1	0,62	5,1	5,8	K
1,30	0,65	1,11	0,79	4,1	4,7	K
0,64	—	0,62	—	7,7	—	K
14,0	9,2	4,8	5,3	— 4,2	— 3,3	K
5,3	2,3	3,9	4,5	— 3,5	0,0	K
2,9	1,4	2,4	3,9	— 0,6	+ 2,3	K
5,2	1,0	3,6	3,8	— 1,0	+ 2,7	K
17,4	17,2	5,9	—	— 6,0	—	K
25,9	10,2	9,7	5,8	— 4,2	— 2,2	G
12,0	4,7	5,0	13	— 3,9	— 3,2	K
9,7	19,5	19,2	13,8	— 4,0	— 1,1	G
16,4	9,5	245	4,9	— 2,5	— 1,1	G
24,2	—	1943	19,4	— 5,5	— 3,4	G
42,0	28,0	1278	716	— 10,6	— 2,4	G

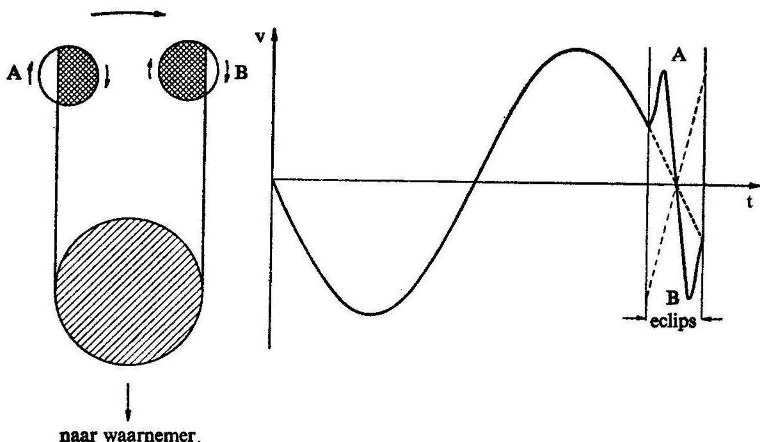
Opmerkingen: Kolom (2): spectrum van beide sterren afzonderlijk; kolom (3): schijnbare visuele magnitude van het systeem als geheel; (*f*) = fotografische magnitude; kolom (4): periode in dagen; kolom (5): som van de sterradii is uitgedrukt in *halve* grote as van baan; kolommen (6) en (7): massa's (zon = 1); kolommen (8) en (9): sterradii (zon = 1); kolommen (10) en (11): absolute magnituden, meest bolometrisch; kolom (12): bron (G = Gaposchkin, K = Kopal); A = helderste component; — : dezelfde waarde als voor component A. Gaposchkins model van ε Aurigae is nog van het klassieke type en verschilt sterk van het model van Huang (I.9.17 en afbeelding 38). Bij de bepaling van de absolute magnitude van sommige rode supergiganten zijn grote bolometrische correcties toegepast.

I.9.10 *β Persei = Algol*

De eclipsen zijn partieel en zeer verschillend van diepte. De relatieve baan is nagenoeg cirkelvormig, en het bedekte oppervlak is in beide eclipsen even groot. Dus $J_A/J_B \gg 1$. (Volgens algemeen gebruik is de helderste component aangeduid door A.) De componenten hebben onge-



Afb. 35 Lichtkromme van Algol (Stebbins).



Afb. 36 Radiële snelheidskromme van bedekkingsveranderlijke met rotatie-effect.

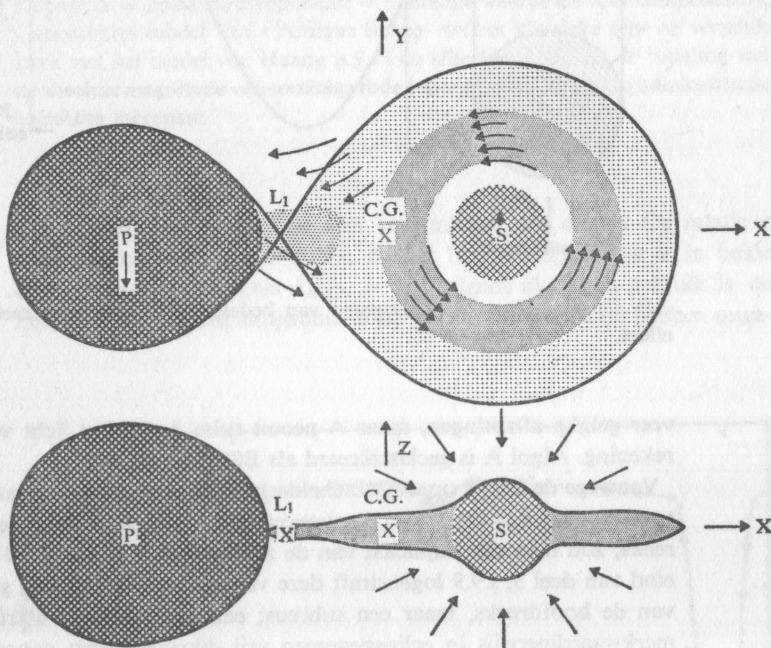
veer gelijke afmetingen, maar A neemt ruim $\frac{3}{4}$ van het licht voor zijn rekening. Algol A is geclassificeerd als B8V. Zie afb. 35.

Vanwege de kleine oppervlaktehelderheid moet Algol B een later spectraal type hebben dan Algol A, ongeveer G0. Voor Algol B op de hoofdreeks, zou men een duplicaat van de zon verwachten. De tabel aan het eind van deel 3, I.9.9 logenstraft deze verwachting. Algol B is geen ster van de hoofdreeks, maar een subreus; een vrij zeldzaam stertype dat merkwaardigerwijs in eclipssystemen vrij dikwijls wordt aangetroffen.

De radiële snelheidskromme van Algol A (afb. 36) vertoont twee merkwaardige pieken. Deze pieken die optreden wanneer van A nog slechts een sikkel onbedekt is gebleven, kunnen worden verklaard uit de aswenteling van A. Wanneer men aanneemt dat de rotatieperiode van A even groot is als de omloopstijd, zodat A steeds dezelfde zijde naar B keert, kan men uit rotatiesnelheid en periode de ware afmetingen van A berekenen. Wanneer men dan vertrouwen wil stellen in de trigonometrische parallax (0″,031), kan Algol dienst doen als standaardster in de zin van deel 3, I.6. De veronderstelling van synchronisatie van rotatie en omloop is niet zo willekeurig als het mag schijnen, daar de getijdewerking het ontstaan daarvan in de hand werkt. Vergelijk ook het aarde-maansysteem (zie deel 2, I.3). Toch moet men met deze hypothese voorzichtig zijn: vooral bij iets wijdere paren kan men op synchronisatie niet altijd rekenen. Een bekende uitzondering is U Cephei.

1.9.11 *β Lyrae*

Een van de meest merkwaardige sterren aan de hemel is β Lyrae; zie afb. 37. De variabiliteit is ook ontdekt door Goodricke (1784). In de loop van zijn 13-daagse fotometrische periode ondergaat het spectrum



Afb. 37 Huangs model voor β Lyrae in 'boven'- en in 'zij'-aanzicht. P. S. = 'primary' en 'secondary'. C. G. = 'center of gravity'. Vanuit onze werkelijke positie in de ruimte zien wij het systeem in scheve projectie, waarbij de begeleider voor een belangrijk deel schuil gaat in de omringende schijf van absorberende materie (aangeduid door de half-donkere ring in de bovenste afbeelding). Uitwisseling van gasvormige materie treedt op in de omgeving van het punt L_1. Dit model is geconstrueerd op grondslag van zeer rijk spectroscopisch en fotometrisch waarnemingsmateriaal.

Plaat 11 De planetaire nevel NGC 7009 in de Waterman (opname Mt. Wilson).

Plaat 12 De 'Uilnevel', een planetaire nevel in Ursa Major. Naar Ritchey.

zo veelsoortige en ongewone veranderingen, dat het de astronomen tot verrukking of wanhoop brengt.

Zolang men de eclipserende sterren rechtstreeks verantwoordelijk stelde voor alle bijzonderheden in het spectrum, verviel men van de ene onmogelijkheid in de andere. Wij weten nu, dat de veranderde aspecten van het spectrum berusten op de invloed van circumstellaire materie. De stellaire componenten van het paar zijn zo groot, en hun afstand is zo klein, dat zij elkaar bijna raken. De atmosferen gaan bijna in elkaar over. Men spreekt van 'contact binary', 'contactpaar'. Gasvormige materie circuleert langs de beide sterren in een bijna gesloten baan; het materieverlies van deze stromen door algehele expansie moet worden aangevuld. Anders zou de circumstellaire materie zeer snel zijn verdwenen. De twee sterren zijn vrijwel even groot, maar de spectrale typen verschillen aanzienlijk: B8 of B9 voor β Lyr A en midden F voor β Lyr B.

I.9.12 *W Ursae Majoris*

Hier gaat het niet om een enkele ster, maar om een gehele familie, waarvan W UMa het prototype is.

De W UMa-sterren zijn contactparen, evenals β Lyrae. In afwijking van β Lyr en verwante paren, bestaan de W UMa-systemen uit sterren in de omgeving van de hoofdreeks. De spectra liggen meestal in het bereik F5–K5.

Gewone hoofdreekssterren zijn het echter niet. Dit blijkt onder meer uit de rotatie. Het is bekend dat sterren die tot het bovendeel van de hoofdreeks (O-F2V) behoren, over het algemeen snel roteren, zoals blijkt uit de verbreding van de spectrale lijnen door dopplereffect. Sterren van de hoofdreeks voorbij F2 hebben een veel kleinere snelheid van rotatie. Maar voor de W UMa-sterren is $\bar{v}$ (snelheid aan de equator) van de orde 100 km/sec.

De eigen aard van de W UMa-sterren blijkt nog op andere wijze. Uiterlijk verschillen de componenten van een paar maar heel weinig, dat wil zeggen: spectraal type, lichtsterkte en dus ook afmetingen zijn gelijk of nagenoeg gelijk. Men zou van tweelingssystemen willen spreken. Deze voorstelling van zaken houdt echter geen stand, wanneer men gaat letten op de amplitude van de radiële snelheidscurve voor elk van de componenten afzonderlijk. Uit de verhouding van de beide amplituden

---

Plaat 13 Ringnevel in de Lier. Men lette op de intensiteitsverhouding sternevel bij verschillende golflengten. Mt. Wilson-Palomar, 5 meter telescoop.

volgt namelijk de massaverhouding ($\Phi = \mathfrak{M}_{groot} : \mathfrak{M}_{klein}$) (deel 3, II.1.3) en deze blijkt vaak sterk van de verwachte waarde ($\Phi = 1$) af te wijken. Struve geeft voor tien goed bestudeerde systemen een gemiddelde waarde $\Phi = 2{,}0$. De grootste waarde bedraagt $\Phi = 3{,}1$ (VW Cephei).

Wij worden hier geconfronteerd met de merkwaardige situatie dat twee sterren met sterk verschillende massa zich uiterlijk als tweelingen voordoen. Dit is des te vreemder, wanneer men zich realiseert dat voor normale, alleenstaande sterren de lichtsterkte een zeer gevoelige functie is van de massa. Bij $\Phi = 1$, 2 of 3, verwachten wij $\Delta m = 0{,}0$; 2,3 respectievelijk 3,6. Een Δm groter dan 1 is uitgesloten voor W UMa-sterren, omdat het spectrum van beide componenten kan worden waargenomen.

De anomalieën houden stellig verband met de circumstellaire gasstromen die in deze 'contactparen' optreden. De ster van kleine massa kan de materie niet zo stevig binden als zijn partner, en men zou kunnen denken dat de gasstromen de massaverhouding doen toenemen. Men mag bij een beschrijving van deze systemen niet uitgaan van een evenwichtstheorie.

Blijkens een statistische studie (Shapley)is het aantal W UMa-systemen tot op een afstand van 800 pc van de zon 100 tot 1000 maal zo klein als het aantal normale sterren in hetzelfde volume en van hetzelfde spectrale type. De ruimtedichtheid van de W UMa-sterren is groter dan die van alle andere veranderlijke sterren samen.

De W UMa-sterren zouden wel eens een belangrijke rol kunnen spelen in theorieën over de evolutie van sterren (waaronder begrepen ook dubbelsterren en planetenstelsels). Het is vooral Struve geweest, die de belangrijke rol van de WUMa-sterren heeft aangetoond op basis van zeer uitvoerig en nauwkeurig waarnemingsmateriaal.

I.9.13 *Y Cygni*

Y Cygni is een van de vele tweelingparen waarvan de componenten behoren tot het bovenste deel van de hoofdreeks. Y Cygni is geen contactpaar, maar de componenten staan toch zo dicht bij elkaar dat zij sterke vervormingen ondergaan door rotatie en getijdewerking. Wij menen de snelheid van rotatie te kennen, omdat wij aannemen dat de twee sterren (behoudens libratie) elkaar steeds dezelfde zijde toekeren, zodat de periode van aswenteling gelijk is aan de omloopstijd. Bij Y Cygni en analoge paren is de relatieve baan geen zuivere cirkel. De excentriciteit van de baan is 0,14. Het is nu mogelijk, de beweging van de apsidenlijn te bepalen en daaruit gegevens af te leiden over de mate van concentratie van de materie naar het centrum van de ster.

Eclipsvariabelen van het Y Cygni-type leren ons ook veel over de massa

van de sterren zelf, daar wij storingen door circumstellaire materiestromen niet meer behoeven te vrezen. Wij mogen hen beschouwen als normale sterren. Dit klopt met de massaverhouding, die niet noemenswaard van de eenheid verschilt.

I.9.14 *Castor C = YY Geminorum*

Castor C = YY Geminorum is de enige ons bekende eclipsster van type dM. De andere eclipssterren van de hoofdreeks liggen in het spectrale gebied B0 V tot F6 V. Castor is een vooruitgeschoven post in nog onbekend gebied.

I.9.15 *DQ Herculis (Nova Herculis 1934) en andere exnovae*

Nova Herculis, die in december 1934 opvlamde tot een ster van de eerste grootte, is ook nu nog 'in het nieuws'. De exnova, die als DQ Her wordt aangeduid, is een eclipsster met de zeer korte periode van 4^u39^m (Walker). Nooit eerder was een eclipsster met een zo korte periode waargenomen.

Uit een analyse van het spectrum (Kraft) blijkt, dat slechts een van de componenten van het eclipspaar rechtstreeks waarneembaar is. De zichtbare component is de exnova, of, beter gezegd, een gasmassa in de vorm van een ring, schijf of schil, die de exnova omringt en straalt door fluorescentie in de ver-ultraviolette straling van de eigenlijke exnova die een ster van hoge temperatuur moet zijn. Een veel ijlere gasmassa omhult het systeem als geheel.

Buitengewoon merkwaardig is Walkers ontdekking van regelmatige lichtwisselingen van zeer korte periode (71 sec.). De amplitude van deze wisseling is klein ($0,^m05$), maar de realiteit van het verschijnsel schijnt te zijn gewaarborgd. Een verbluffend staaltje van verfijnde waarnemingstechniek! De kortperiodieke variaties zijn afwezig tijdens de eclips. Zij behoren dus bij de exnova (en eventueel zijn omhulsel).

De ontdekking dat een exnova als component van een dubbelster kan optreden, is van groot belang, omdat men nu een kans krijgt veel meer over de novae te weten te komen dan vroeger mogelijk scheen. Voor de hand liggende toepassingen zijn: bepaling van de afstand en van de massa.

Daarnaast kan men vragen: hoe is het gesteld met de dupliciteit van andere novae? Zo wil Kraft weten of dupliciteit een noodzakelijke voorwaarde kan zijn voor het tot stand komen van een nova-uitbarsting, waarvan oorzaak en mechanisme nog steeds onbekend zijn. Kraft onderzocht de spectra van acht novae. Zes ervan bleken spectroscopische dubbelsterren te zijn. Een rendement van honderd percent mag men niet verwachten, omdat bij sommige sterparen de gezichtslijn bijna loodrecht

op het baanvlak zal staan. Krafts hypothese wordt door deze statistiek weerlegd noch bewezen: het is bijvoorbeeld denkbaar, dat álle sterren in hetzelfde deel van het Hertzsprung-Russelldiagram dubbelsterren zijn, zonder dat de dupliciteit zelf rechtstreeks invloed uitoefent op een eventuele nova-uitbarsting. Dat dupliciteit bij deze sterren niet abnormaal is, blijkt ook uit Kraft's onderzoek van U Geminorum-sterren die veel gelijkenis vertonen met novae. Van de acht onderzochte sterren bleken er vijf spectroscopische dubbelsterren te zijn.

Onder de zes exnovae die tevens spectroscopische dubbelsterren zijn, bevinden zich drie of vier eclipssterren. Een ervan is DQ Herculis. Een andere is WZ Sagittae, met een periode van niet meer dan 1^u22^m. Het twijfelgeval, T Coronae Borealis, komt in deel 3, I.9.16 ter sprake.

I.9.16 *ζ Aurigae, VV Cephei en verwante paren*

Tegenover de ultrakorte perioden van WZ Sge enzovoort, staan de lange perioden van sterren als ζ Aurigae en VV Cephei.

Het VV Cephei-systeem met een eclipsperiode van 7430 dagen, of ruim 20 jaar, bestaat uit een rode superreus, en een Be-ster (zie deel 3, I.8.9) als begeleider. Het licht van de M-ster heeft de bovenhand in het groene deel van het spectrum en verder naar het rood, maar de B-ster wint het in het ultraviolet.

In verhouding tot de reusachtige afmetingen van de M-ster is de B-ster niet meer dan een lichtpunt, zij het dan een lichtpunt van ongemeen grote lichtsterkte. Men begrijpt zonder meer dat het primaire minimum totaal is: de B-ster is achter het grote lichaam van de M-ster schuil gegaan. Het secundaire minimum is nog niet waargenomen.

In een geval als dit kunnen wij met behulp van (9,11) een bovenste grens voor de gemiddelde dichtheid van het systeem berekenen. Met $(t_i + t_e)/2 = 225$ dagen volgt $\bar{\varrho} < 2{,}4 \times 10^{-8}$ g/cm³. Dit is vijftigduizend maal ijler dan de aardatmosfeer op zeeniveau! Men realisere zich, dat dit getal niet betrekking heeft op een steratmosfeer, maar op een ster als geheel, in dit geval de M-ster. Deze bepaling is zo direct, dat aan de juistheid ervan niet kan worden getwijfeld.

Dit is echter niet het enige interessante aspect van dit paar. Reeds voordat de partiële fase van de fotometrische eclips is ingetreden, kondigt hij zich aan door veranderingen in het spectrum. Dit komt, doordat het licht van de B-ster ons alleen kan bereiken via de hoogste lagen van de atmosfeer van de M-component. De M-atmosfeer wordt als het ware voor ons afgetast. Dit is voor de astronoom een bijna unieke gelegenheid, iets van de ruimtelijke structuur van de M-atmosfeer te weten te komen, en een eclips van VV Cephei of van ζ Aurigae is een astronomische ge-

beurtenis van de eerste orde. Er zijn nog andere vermeldenswaarde bijzonderheden: de emissielijnen (Balmerserie) blijven na het intreden van de totale fase nog ongeveer een maand zichtbaar. Dit geeft een aanduiding van de uitgestrektheid van de atmosfeer van de B-ster.

Daar het secundaire minimum niet waarneembaar is, kan de gewone methode voor de bepaling van de geometrie van het systeem niet worden gebruikt. Men kan nu óf op basis van de spectrale classificatie de waarde van J_1/J_2 taxeren, óf zich tevreden stellen met grenswaarden. Beide methoden zijn toegepast. Zij geven dezelfde uitkomst wanneer $i = 90°$. Uit de spectra kan men, zij het met moeite, de afmeting van de relatieve baan afleiden. Verwaarloost men de afmeting van de B-ster, dan vindt men als minimumwaarde voor de straal van de M-ster 1100 $\times$ de straal van de zon, 5,2 astronomische eenheden. Concentrisch in het zonnestelsel geplaatst, zou de ster zich tot de Jupiterbaan uitstrekken.

Maakt men gebruik van een schatting (uit de temperatuur) van de verhouding van de oppervlaktehelderheden J_1/J_2, dan komt men tot veel hogere waarden van R_M, tot in de buurt van 3000 zonsradii of 14 astronomische eenheden, een goed eind op weg naar de baan van Uranus!

Wij willen ons voorlopig houden aan de minimumwaarden. Ook dan komt men tot een massa van bijna 50 zonsmassa's voor de M-ster alleen. De laatste eclips van VV Cep vond plaats in 1956/57.

De ster ζ Aurigae vertoont grote overeenkomst met VV Cephei. Hij is echter langer bekend, en heeft een veel kortere periode, is daardoor intensiever bestudeerd. Maar de problemen van VV Cephei vindt men ook hier, hoewel in minder extreme vorm. Andere sterren, met overeenkomstige eigenschappen, zijn 31 Cygni en 32 Cygni. Het is mogelijk, dat de in deel 3, I.9.15 genoemde eclipsster T Coronae Borealis ook tot deze categorie kan worden gerekend. Maar er zijn nog moeilijkheden met deze interpretatie.

I.9.17 *ε Aurigae en zijn spook*

Tot voor kort zou de F-ster ε Aurigae tussen de in deel 3, I.9.16 besproken sterren hebben kunnen prijken. De eclipsperiode van deze ster bedraagt 9898,5 dagen, of iets meer dan 27 jaar. De lichtcurve heeft een vlak primair minimum dat bijna één jaar duurt, geflankeerd door de beide partiële fasen die ieder iets meer dan een half jaar in beslag nemen. Een secundair minimum is nooit waargenomen.

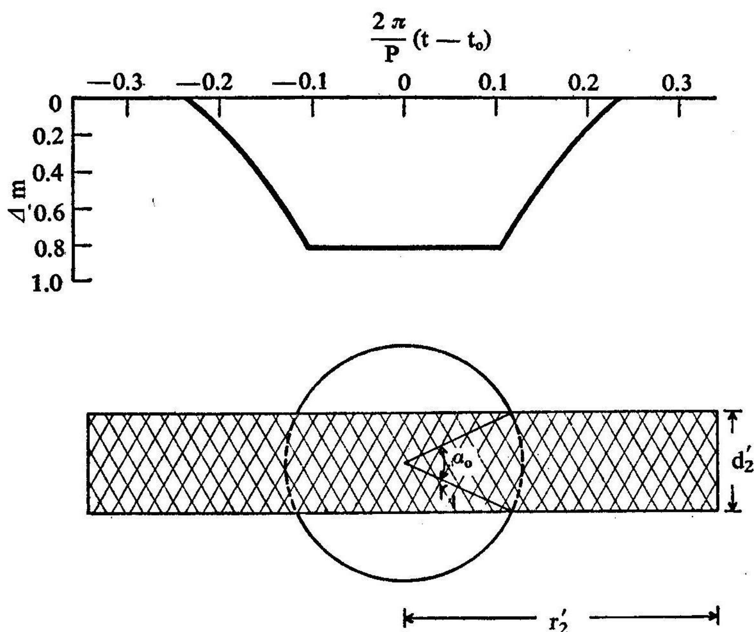
De betrekkelijk lange duur van de partiële fasen onderscheidt ε Aurigae toch wel van sterren als VV Cephei. De meest voor de hand liggende verklaring is dat de beide componenten sterren zijn van grote afmetingen. Maar hoe komt het dan, dat wij van de tweede component niets waar-

nemen? Is dat een gevolg van zeer lage temperatuur? Zelfs in het infrarood blijft de begeleider onzichtbaar!

Huang meent, dat de begeleider door absorberende materie aan het oog is onttrokken. Hij denkt zich rondom de rode ster een schijfvormige wolk, bestaande uit stofdeeltjes. Deze wolk strekt zich uit langs het baanvlak, en voor ons nagenoeg loodrecht op het vlak van de hemel. De schijf is in de richting van zijn vlak volkomen ondoorzichtig, zodat wij nooit iets van de secundaire component waarnemen.

De F-ster beschrijft een baan buiten de wolk en beweegt dus eenmaal per omloop achter de wolk langs. Om het model te doen slagen, en dus ook de permanente zichtbaarheid van de F-ster te verklaren, moet worden aangenomen dat de F-ster groot genoeg is om aan beide vlakke kanten van de absorberende schijf uit te steken (afb. 38). Om de lange duur van de partiële fase te verklaren, moet men de schijf een diffuse rand toekennen. Men kan zich nu enigszins vrijmaken van de kolossale maten van de oude modellen.

Natuurlijk moet men, wanneer men de F-ster verkleint, ook de absorberende schijf kleiner maken, zodat de F-ster blijft uitsteken.



Afb. 38 Huangs model voor ε Aurigae.

Het ε Aurigae-model van Huang is een bijprodukt van een studie over β Lyrae. Huang meent, dat er geen essentieel verschil is tussen deze twee paren. Alleen is bij β Lyrae de helling kleiner dan 90°, zodat we ook de centrale component en de materiestromen te zien krijgen.

De laatste eclips van ε Aurigae vond plaats in 1955-1957.

I.9.18 *V444 Cygni*

Het laatste van onze pronkstukken, dat we echter niet uitvoerig zullen bespreken, is V444 Cygni. Het bestaat uit een Wolf-Rayet-ster en een late O-ster. Een prachtgelegenheid om beide beter te leren kennen!

II Het onzichtbare binnenste

PROF. DR. G. B. VAN ALBADA *Sterrenkundig Instituut der Universiteit van Amsterdam*

II.1 STERREN OP DE WEEGSCHAAL

II.1.1 *Het inwendige van de sterren*

In het vorige hoofdstuk hebben wij vrijwel uitsluitend gesproken over steratmosferen. Daardoor zijn wij letterlijk en figuurlijk aan de oppervlakte gebleven. Op basis van deze oppervlakkige kennis kunnen wij sterren plaatsen in het Hertzsprung-Russelldiagram, maar wij weten niet waarom sommige delen van dit diagram sterk bevolkt zijn, andere leeg of bijna leeg. Wij hebben nog niet nagedacht over de vraag uit welke bron de sterren hun energie putten om miljoenen, ja, miljarden jaren te blijven stralen. Wij weten nog niets van hun evolutie, en de veranderlijke, of zelfs explosieve sterren zijn voor ons alleen nog curiositeiten. Een zo fundamentele onwetendheid kan alleen worden verdreven door een onderzoek van het eigenlijke lichaam van de ster, van het inwendige.

Wij kunnen het inwendige van de sterren niet waarnemen. Waar halen wij dan onze gegevens vandaan? Wij willen drie punten noemen:

1 De theorie moet worden gebaseerd op onze kennis van de fysische eigenschappen van atomen, atoomkernen enzovoort, waardoor wij hun gedragingen ook in on-aardse omgeving hopen te kunnen begrijpen.

2 Er zijn tenminste drie algemene 'toestandsparameters' van een ster die wij kunnen meten: de lichtkracht L, de straal R en de massa $\mathfrak{M}$. Eventuele empirische relaties tussen deze drie grootheden moeten door de theorie worden verklaard.

3 Alle vragen die aan het begin van deze paragraaf werden gesteld, en

nog vele andere, moeten met behulp van de theorie worden beantwoord. Men ziet, dat het aan mogelijkheden tot controle niet ontbreekt!

In de studie van het inwendige der sterren, zoals deze zich heeft ontwikkeld, kunnen drie fasen worden onderscheiden. In de eerste fase, die omstreeks 1880 begon, richtte men zich op de mathematische behandeling van het mechanisch evenwicht van een ster. De fysische grondslag van deze onderzoekingen was zeer beperkt, maar de mathematische uitwerking van het probleem is ook nu nog van belang. Deze fase vindt haar einde en afsluiting in het werk van Emden (1907).

In de tweede fase kon men gebruik maken van de atoomfysica. Het transport van energie in het lichaam van de ster kon nu worden bestudeerd. De principiële stap werd gezet door Karl Schwarzschild (1906), met zijn beschouwingen over het 'stralingsevenwicht'. Het hoogtepunt werd bereikt in het monumentale werk van Eddington.

In de derde fase, die kort voor de Tweede Wereldoorlog begon, is de kernfysica het grote, nieuwe hulpmiddel. Nu komen vrijwel alle problemen binnen ons bereik: de bron van de sterstraling, de groepering in het Hertzsprung-Russelldiagram, evolutie, stabiliteit. Onze mogelijkheden zijn ook sterk vergroot door de revolutionering van de astronomische waarnemingstechniek en door de rekenautomaten.

Maar voordat wij ons op de nieuwe problemen kunnen werpen, moeten wij onze kennis nog op een essentieel punt aanvullen en wel met betrekking tot de massa van de sterren.

II.1.2 *De massa*

Astronomische methoden ter bepaling van de massa van een ster zijn gebaseerd op het meten van het gravitatieveld. In de eerste plaats benut men de dubbelsterren, waar de bepaling van het gravitatieveld in principe heel eenvoudig is. Er zijn ook astrofysisch getinte methoden. Zo is in deel 3, I.5.3 al gebleken, dat de versnelling van de zwaartekracht in de steratmosfeer, g, uit het spectrum kan worden bepaald. Als de straal van de ster bekend is (uit L en T_{eff}), kan men ook de massa berekenen.

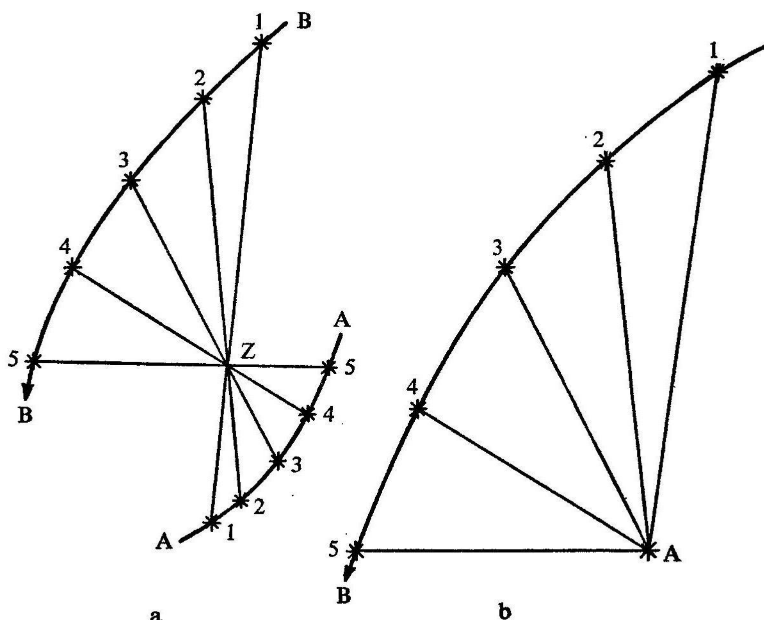
Het bezwaar van deze laatste methode is niet alleen dat zij moet worden geijkt met behulp van meer fundamentele metingen: wanneer de atmosfeer van de ster niet in evenwicht is, wanneer bijvoorbeeld uitstroming van materie plaatsvindt, worden wij bij de bepaling van g op een dwaalspoor geleid. De bepaling van $\mathfrak{M}$ met behulp van (in eigen gravitatieveld) pulserende sterren is moeilijk, door tekortkomingen in de theorie. Tenslotte, wanneer men genoegen wil nemen met statistische gemiddelden in plaats van individuele massabepalingen, kan men gebruik maken van dubbelsterstatistieken, of van de ruimtelijke verdeling van sterren in

sterhopen. Maar geen van deze methoden is zo simpel en direct, voor wat betreft de theoretische grondslag, als de baanbepaling bij dubbelsterren. Helaas is de praktische uitvoering minder eenvoudig!

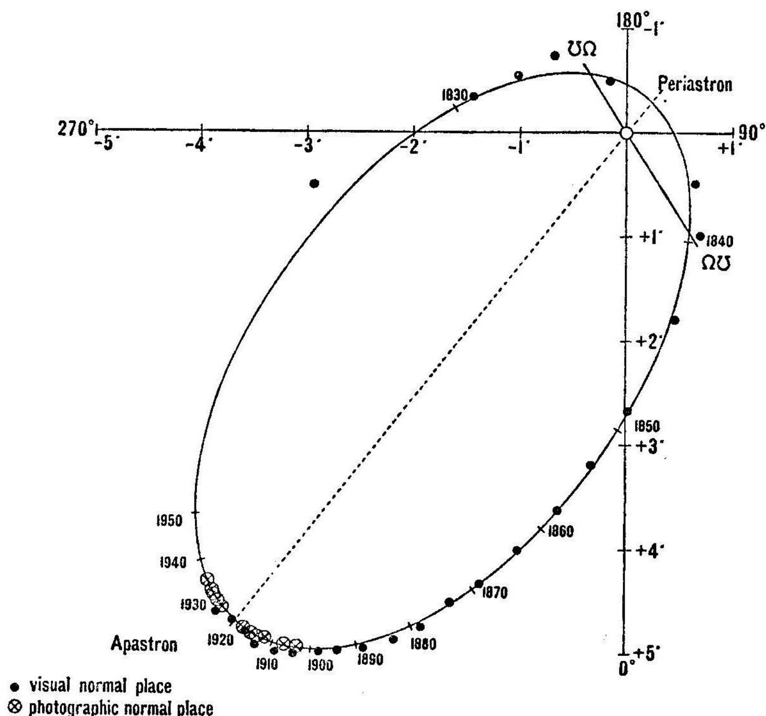
II.1.3 *Visuele dubbelsterren*

Men pleegt de dubbelsterren te verdelen in een aantal groepen, al naar de wijze van waarneming en onderzoek. Visuele dubbelsterren zijn direct herkenbaar aan de telescoop, en zij worden onderzocht door visuele of fotografische positiebepalingen (zie plaat 14). Bij de spectroscopische dubbelsterren gebruikt men de verplaatsing, eventueel verdubbeling van de lijnen in het spectrum. Dit zijn de twee hoofdgroepen.

Bij visuele dubbelstermetingen bepaalt men de relatieve positie van de twee componenten. Om de beweging overzichtelijk voor te stellen, neemt men een vaste positie voor de helderste component (A) en gebruikt deze als beginpunt van de vector **AB** (B = begeleider); zie afb. 39. Uit een



Afb. 39 a. Dubbelsterpaar **AB**, beweging ten opzichte van zwaartepunt; b. relatieve beweging (**B** om **A**). Alle banen zijn gelijkvormig. Niet aangeduid in de afbeelding is de eenparig rechtlijnige beweging van het stelsel als geheel.



Afb. 40 Relatieve baan van de dubbelster γ Virginis (naar Strånd).

goed stel metingen kan men dan de relatieve baan bepalen, die gelijkvormig is met de baan van A – en natuurlijk ook met die van B – om het gemeenschappelijk zwaartepunt. Wij tekenen hierbij aan, dat de waarneming ons de baan niet toont in zijn 'ware' gestalte: wij zien alleen de projectie op de hemel. Men moet de geprojecteerde baan weer oprichten, en dit gelukt, als men maar bedenkt, dat de ster A in het brandpunt moet staan; zie afb. 40. De afmetingen van de baan kent men alleen in boogmaat, en dit is niet voldoende voor een bepaling van de massa. Men komt dus niet verder, tenzij men de parallax kent. De relevante formule (Kepler-Newton) luidt:

$$G\mathfrak{M} = \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \left(\frac{a''}{p''}\right)^3 \qquad (10,1)$$

waarin G = gravitatieconstante, P = periode, a'' = halve grote as, p'' =

de parallax, beide laatste in boogseconden. Krachtens de definitie van p'', is a''/p'' de halve grote as van de baan in astronomische eenheden. De massa $\mathfrak{M}$ is de totale massa van het systeem:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B \tag{10,2}$$

Men maakt in dit soort problemen graag gebruik van een maatsysteem waar de astronomische eenheid, het jaar, de massa van de zon opeenvolgend als eenheid van lengte, van tijd en van massa worden gekozen. Past men dan (10,1) toe op de beweging van de aarde om de zon, dan vindt men (de massa van de aarde verwaarlozend): $G = 4\pi^2$. Dan gaat (10,1) over in:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{P^2}\left(\frac{a''}{p''}\right)^3 \tag{10,3}$$

Wij zijn niet tevreden, zolang wij $\mathfrak{M}_A$ en $\mathfrak{M}_B$ niet afzonderlijk kennen. Om dit doel te bereiken, moeten wij de ligging van het zwaartepunt kennen; zie afb. 39. Het zwaartepunt verdeelt de vector **AB** in twee delen, waarvan de lengte omgekeerd evenredig is met de massa van de begrenzende ster. Dus:

$$\mathfrak{M}_A\, a''_B = \mathfrak{M}_A\, a''_B \tag{10,4}$$

De positie van het zwaartepunt kan alleen worden gevonden door het sterpaar aan te sluiten bij de omringende veldsterren die de standaard van onversnelde beweging moeten aanduiden. Deze metingen die zich over een periode van vele decennia (ten minste!) moeten uitstrekken, zijn delicaat en tijdrovend. Een continue bewaking van de ster over een zeer lange periode is noodzakelijk. Het is geen wonder, dat er een grote achterstand is in de bepaling van massaverhoudingen.

In (10,3) treden a'' en p'' op in de derde macht. Dit betekent, dat een onzekerheid van tien percent in een van deze grootheden leidt tot een onzekerheid van dertig percent in de massa. Wenst men een betrouwbaar resultaat, dan moet men zich beperken tot sterren met niet te kleine p'' of a''.

In een recent (1963) overzicht door Strånd – dat is gewijd aan de bepaling van de massa van individuele dubbelsterren – vindt men een lijst van 41 visuele dubbelsterren (82 componenten), waarvoor een redelijke massabepaling mogelijk is. In onderstaande tabellen wordt een uittreksel uit zijn lijst gegeven. Zie ook afb. 43.

TABEL: MASSA'S VAN VISUELE DUBBELSTERREN, EXCERPT UIT HARRIS, STRÅND, WORLEY

ster	*Sp (A)*	$m_v(A)$	π	$M_b(A)$	$\mathfrak{M}(A)$	*Sp (B)*	$M_b(B)$	$\mathfrak{M}(B)$
Sirius	A1 V	—1,43	0",376	1,22	2,14	DA	11,1	1,05
η Cassiopeiae	G0 V	3,47	174	4,61	0,87	dM0	7,35	0,54
α Centauri	G2 V	—0,04	761	4,29	1,05	dK5	5,42	0,89
ζ Bootis	G8 V	4,68	149	5,39	0,83	K4 V	6,89	0,72
70 Ophiuchi	K0 V	4,20	199	5,54	0,89	dK6	6,80	0,66
Milburn 4	dK5	6,3	139	6,5	0,78	?	7,1	0,54
BD — 8°4352	dM3e	9,7	157	8,7	0,46	?	8,7	0,46
Kruger 60	dM3	9,77	254	9,55	0,26	dM4e	10,64	0,16
BD + 45°2505	dM4	10,0	157	8,8	0,28	?	9,1	0,28
Ross 614	M4	11,3	252	11,1	0,14	?	13,0	0,08
Procyon	F5 IV-V	0,38	287	2,63	1,78	?	12,6	0,65
ζ Herculis	G0 IV	2,89	105	2,93	1,12	dK0	5,49	0,78
o² Eridani BC	DA	9,6	204	10,8	0,44	dM4e	10,4	0,20

M_b = absolute bolometrische magnitude; $\mathfrak{M}$ = massa in zonseenheden

TABEL: MASSA'S EN RADII VAN ECLIPSVARIABELEN, NAAR HARRIS, STRÅND, WORLEY

ster	*Sp (A)*	$M_b(A)$	$\mathfrak{M}(A)$	$R(A)$	*Sp (B)*	$M_b(B)$	$\mathfrak{M}(B)$	$R(B)$
Y Cygni	09,5	—6,5	17,4	5,9	09,5	—6,5	17,2	5,9
Z Vulpeculae	B3-4 V	—3,6	5,4	4,7	A2-3 III	—0,7	2,3	4,7
U Ophiuchi	B5	—2,5	5,30	3,4	B6	—2,0	4,65	3,1
ζ Phenicis	B6 V	—2,2	6,1	3,4	A0 V	+ 0,5	3,0	2,0
AR Aurigae	B8	—0,2	2,55	1,8	B9,5	+ 0,4	2,30	1,8
RX Herculis	B9,5	—0,2	2,75	2,4	A1	+ 0,7	2,33	2,0
TX Herculis	A5	+ 1,7	2,1	1,8	F0	+ 2,8	1,8	1,5
WW Aurigae	A5-7	+ 1,6	1,81	1,9	A7	+ 1,8	1,75	1,9
Z Herculis	F4 IV-V	+ 3,0	1,22	1,6	K0 IV	+ 3,3	1,10	2,6
WZ Ophiuchi	G0	+ 3,9	1,11	1,37	G0	+ 3,9	1,11	1,35
UV Leonis	G0	+ 4,4	0,9	1,10	G2	+ 4,7	0,9	0,99
AR Lacertae	G2	+ 3,8	1,32	1,54	K0	+ 3,1	1,31	2,86
YY Geminorum	M1e	+ 7,7	0,64	0,62	M1e	+ 7,7	0,64	0,62

Strånds lijst bevat bijna alleen sterren van de hoofdreeks, met een spectraal type F en later. Sirius is de enige vertegenwoordiger van vroegere typen. Er zijn een paar subreuzen, een paar witte dwergen en een reuzenster (Capella). De oorzaak van deze eenzijdigheid is, dat de lijst zich noodzakelijkerwijze beperkt tot sterren in de omgeving van de zon (tot 25 pc afstand). Zeldzame stertypen krijgt men dan nauwelijks.

Er is weinig hoop op radicale verbetering van deze situatie in de nabije toekomst. Actieve waarnemers van dubbelsterren zijn er weinig. Men moet zich vooral toeleggen op efficiëntie en kwaliteitsverbetering. Voor zover het paren betreft van grote separatie (3″ en meer), heeft de fotografische methode, zoals deze een halve eeuw geleden door Hertzsprung tot ontwikkeling werd gebracht, en nadien op een aantal sterrenwachten met veel succes is toegepast, goede mogelijkheden, wanneer men er tenminste in slaagt de zeer tijdrovende bewerkingen te automatiseren. Doeltreffende samenstelling van de waarnemingsprogramma's en coördinatie zijn van het grootste belang. Men bedenke, dat de Index Catalogue 64 246 paren noemt! Snelle relatieve beweging mag niet het criterium zijn voor opname in de registers, omdat men, wil het materiaal bruikbaar zijn voor statistische doeleinden, niet eenzijdig mag selecteren, en zeker niet naar de beweging. Men dient te letten op het nut voor de astrofysica, op de bereikbare nauwkeurigheid, voor zover het gaat om individuele gevallen.

II.1.4 *Statistische onderzoekingen*

Over het statistisch gebruik van dubbelstermetingen nog een enkel woord.

De grote meerderheid van dubbelsterren heeft een omloopstijd van veel meer dan 1000 jaar. De waargenomen boog is veel te kort voor een betrouwbare massabepaling. Men kan echter een momentane positie bepalen en een gemiddelde snelheid, over de laatste eeuw bijvoorbeeld. Men kan dan een onderste grens bepalen voor de massa van het paar, door de eis te stellen dat de sterren door hun onderlinge aantrekking zijn verbonden.

Wij schrijven kortheidshalve:

$$\mu = G\mathfrak{M}p''^3, \quad G = 4\pi^2 \qquad (10,5a, b)$$

zodat in een gebonden systeem, waar $G\mathfrak{M}/r > \frac{1}{2}v^2$:

$$\mu > \tfrac{1}{2}\, w^2 s \qquad (10,6)$$

In deze formules betekent s de separatie in boogseconden, w de relatieve snelheid in boogseconden per jaar, beide zoals de waarnemer ze ziet, geprojecteerd aan de hemel. Daar een vector bij parallelprojectie nooit

langer wordt, kan de ongelijkheid (10,6) door de projectie niet zijn verzwakt. Daar s en w rechtstreeks kunnen worden gemeten, kent men nu de benedenste grenswaarde voor μ. Helaas vindt men geen bovenste grens.

De vraag is trouwens, wat men moet doen met deze μ, die immers in zijn definitie (10,5) de parallax bevat, die voor de meeste dubbelsterren onbekend is. Het antwoord is, dat wij voor statistische doeleinden met goede spectroscopische parallaxen kunnen volstaan. Dan wordt kennis van μ gelijkwaardig aan kennis van $\mathfrak{M}$.

Aannemende, dat ons waarnemingsmateriaal voldoende aselect is, kunnen wij middelwaarden berekenen:

$$\overline{sw^2} = \frac{\pi}{32}\,\bar{\mu}\,(5 - 2\overline{e^2}) \tag{10,7}$$

als e = excentriciteit van de baan, waarvan wij alleen een middelwaarde behoeven te kennen. Wij kunnen het ook zonder kennis van e stellen, want:

$$\overline{sw^2(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\Phi)} = \frac{3\pi}{32}\,\bar{\mu} \tag{10,8}$$

Hier is Φ de hoek tussen de vectoren s en w, een direct waarneembare grootheid.

Men verdeelt nu de sterren zo goed mogelijk in fysisch homogene groepen, en bepaalt voor elke groep afzonderlijk de grootheid $\bar{\mu}$ als indicator van de gemiddelde massa. Een grondig en omvangrijk onderzoek op deze basis is gedaan door Russell en Moore, enkele jaren voor de Tweede Wereldoorlog. Men zou sommige delen van dit onderzoek nu misschien moeten herhalen met meer en beter waarnemingsmateriaal en met moderne astrofysische criteria voor de indeling in groepen. Maar een groot deel van onze tegenwoordige kennis van stermassa's is toch voortgekomen uit dit werk. Een bijzonder voordeel is – in vergelijking tot het onderzoek van individuele sterren – dat men zich niet behoeft te beperken tot de omgeving van de zon. Daardoor worden ook de meer zeldzame stertypen, als de O-sterren, en B-sterren, en de reuzen bereikbaar.

II.1.5 *Astrometrische dubbelsterren; planetaire componenten*

Alle sterren hebben een beweging in de ruimte, maar deze is, binnen praktische grenzen, eenparig rechtlijnig. Ziet men een ster een slingerende beweging aan de hemel beschrijven, dan is er geen twijfel mogelijk: de ster heeft een donkere begeleider. Langs deze weg zijn de begeleiders van

Sirius en Procyon ontdekt en niet lang geleden is dit ook bij Ross 614 gebeurd (Lippincott en Van de Kamp). De drie hier genoemde begeleiders zijn dan ook niet volkomen donker, wel zeer zwak van licht. Een principiële grens tussen donker en lichtgevend is natuurlijk niet te trekken. Maar het is van belang te weten, of er al of niet een geleidelijke overgang is tussen zwakke sterren en planeten.

Een schijnbaar enkelvoudige ster, die een slingerende beweging vertoont, heeft dus een donkere begeleider. Hoe staat het met de massabepaling? Men kent nu niet de relatieve baan, dus niet a'', maar a''_A. Men kan dan niet de massa van het systeem berekenen, maar alleen de 'massafunctie' $f(B,A)$:

$$f(B,A) = \frac{\mathfrak{M}_B^3}{(\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B)^2} \qquad (10,9)$$

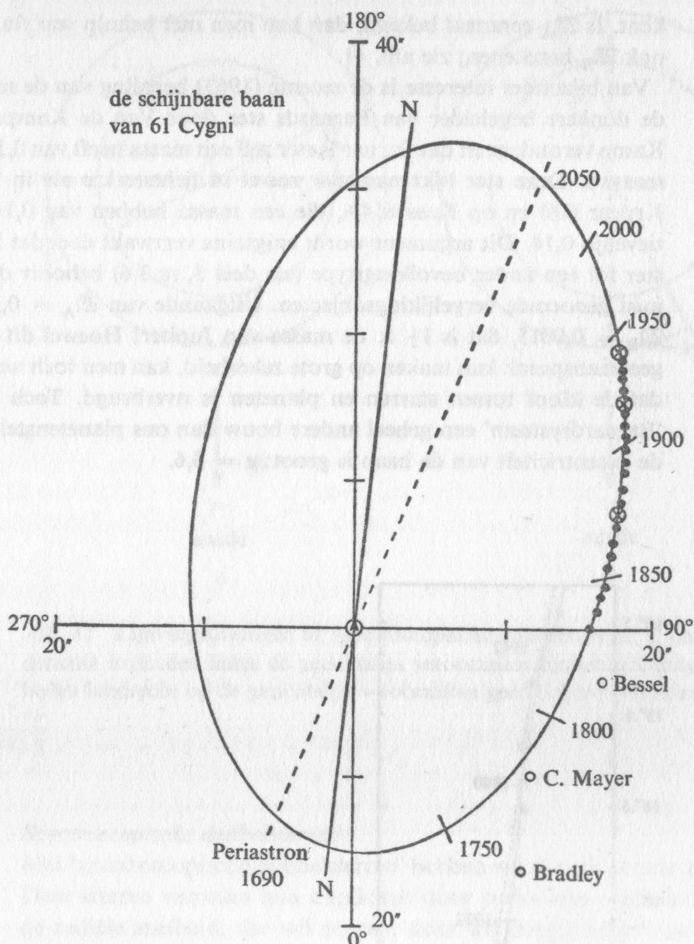
Zie onderstaande tabel:

$\mathfrak{M}_B/\mathfrak{M}_A$	$f(B,A)/\mathfrak{M}_A$	$f(B,A)/\mathfrak{M}_B$
0.20	0.006	0.028
0.40	0.033	0.082
0.60	0.084	0.141
0.80	0.158	0.198
1.00	0.250	0.250

Van f naar de massa's is een grote stap. Om $\mathfrak{M}_B$ te kunnen vinden, is voorafgaande kennis van $\mathfrak{M}_A$ noodzakelijk. Wanneer de hoofdster tot de goed bekende stertypen hoort, kan men een redelijk goede gissing maken omtrent zijn massa. Ook kan het zijn, dat A zelf weer lid is van een ander, wijder sterrenpaar en dat men langs deze weg zijn massa reeds

Plaat 14 Drie opnamen van de dubbelster Kruger 60 tonen de relatieve beweging.

Plaat 15 Lijnverdubbeling bij de spectroscopische dubbelster Mizar = ζ Ursae Majoris. Twee sterspectra (licht, donkere lijnen) opgenomen in verschillende fasen. De heldere lijnen aan weerszijden behoren tot een vergelijkingsspectrum, voortgebracht in het laboratorium.



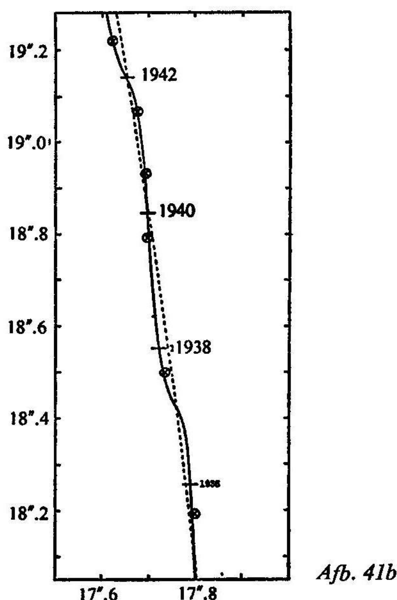
Afb. 41a (zie pag. 114)

Plaat 16 De kosmische nevel Messier 16. Let op de globulen en de 'olifantsslurven', mogelijke geboorteplaats van sterren en sterverzamelingen. Karakteristiek zijn ook de klonteringen van heldere sterren.

Plaat 19 Spectra van witte dwergen, beschikbaar gesteld door Dr. Greenstein. Spectrale typen: DB, DB, DA, DA, DF, DF. De vergelijkingslijnen duiden de positie aan van lijnen van waterstof en van helium. In de F-sterren ziet men ook het lijnenpaar H, K (Ca II).

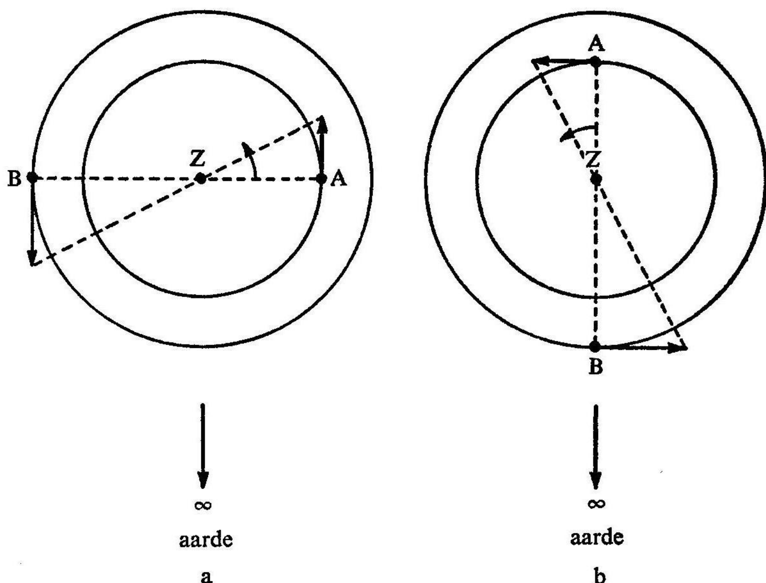
kent. Is $\mathfrak{M}_A$ eenmaal bekend, dan kan men met behulp van $f(B,A)$ (10,9) ook $\mathfrak{M}_B$ berekenen; zie afb. 41.

Van bijzonder interesse is de recente (1963) bepaling van de massa van de donkere begeleider van Barnards ster door Van de Kamp. Van de Kamp veronderstelt dat Barnards ster zelf een massa heeft van 0,15 zonnemassa's. Deze ster lijkt namelijk zowel in lichtsterkte als in kleur op Kruger 60B en op Ross 614A, die een massa hebben van 0,16 respectievelijk 0,14. Dit argument wordt enigszins verzwakt doordat Barnards ster tot een ander bevolkingstype (zie deel 3, III.3.6) behoort dan de zo juist genoemde vergelijkingsobjecten. Uitgaande van $\mathfrak{M}_A = 0{,}15$ wordt $\mathfrak{M}_B = 0{,}0015$, dat is $1\frac{1}{2} \times$ de massa van Jupiter! Hoewel dit resultaat geen aanspraak kan maken op grote zekerheid, kan men toch wel zeggen, dat de kloof tussen sterren en planeten is overbrugd. Toch heeft dit 'Barnardsysteem' een geheel andere bouw dan ons planetenstelsel, want de excentriciteit van de baan is groot: $e = 0{,}6$.



Afb. 41b

Afb. 41 De onzichtbare derde component (C) in het systeem 61 Cygni; *a.* de relatieve baan (B om A); *b.* op 50 × vergrote schaal getekende sectie van de baan toont de invloed van de onzichtbare begeleider (naar Strånd).



Afb. 42 Lijnverplaatsingen bij spectroscopische dubbelsterren; a. verschillend gerichte snelheden langs de gezichtslijn veroorzaken lijnverdubbeling; b. snelheden loodrecht op de gezichtslijn veroorzaken geen doppler-verplaatsing.

II.1.6 *Spectroscopische dubbelsterren*

Met 'spectroscopische dubbelsterren' hebben wij al even kennis gemaakt. Deze sterren verraden hun dupliciteit door periodieke veranderingen in de radiële snelheid, dat wil zeggen: door als doppler-effect geïnterpreteerde periodieke verschuivingen van de lijnen in het spectrum; zie afb. 42.

In principe is natuurlijk iedere dubbelster een 'spectroscopische dubbelster', tenzij het vlak van de baan samenvalt met het vlak van de hemel, dat wil zeggen: tenzij de helling (i) van de baan gelijk aan nul is. In werkelijkheid kan slechts een klein gedeelte van de dubbelsterren als spectroscopische dubbelster worden waargenomen. Dit komt, doordat de perioden in vele gevallen te lang, en de baansnelheden te klein zijn. In de catalogus van Moore en Neubauer, die is bijgewerkt tot begin 1948, zijn 524 banen van spectroscopische dubbelsterren vermeld.

De bijzondere betekenis van spectroscopische dubbelsterren voor massabepaling ligt vooral in de omstandigheid dat snelheid van beweging

wordt gemeten in absolute maat (km/sec). Daardoor vervalt de noodzaak de parallax te kennen. Men kan dan ook ver verwijderde objecten gebruiken, als de ster maar helder genoeg is om een spectrum van goede kwaliteit te kunnen krijgen.

Een groot nadeel is echter, dat men de ruimtelijke ligging van de baan niet kan bepalen. Om dit te verduidelijken, beschouwen wij even het speciale geval dat de ware baan cirkelvormig is en dan ook met constante snelheid wordt doorlopen (gevolg van de perkenwet). Ontbindt men de cirkelbeweging in drie componenten langs onderling loodrechte assen, waarvan één in de richting van de gezichtslijn (zie afb. 42), dan kan men alleen de beweging in de laatstgenoemde richting – die dan een harmonische trilling is – bepalen. De helling i vindt men niet. Bij een visuele dubbelster is dat anders: daar wordt een ware cirkelbaan gezien als een ellips met de hoofdster in het middelpunt. In dit geval staat onmiddellijk vast, dat de ware baan een cirkel is, en de hellingshoek kan meteen worden aangegeven. Maar bij een spectroscopische dubbelster vindt men alleen a sin i. De factor sin i gaat dan met de derde macht over in de massa.

Wanneer de twee componenten minder dan 1 magnitude verschillen in lichtsterkte, kan men meestal de spectrale lijnen van beide sterren zien; zie plaat 15. In dat geval kan men de massaverhouding bepalen. Is het helderheidsverschil te groot, en ziet men maar één spectrum, dan belandt men bij de massafunctie.

De enige mogelijkheid om de factor $\sin^3 i$ kwijt te raken, is gelegen in combinatie met waarnemingen van een andere soort. In de zeldzame gevallen waarin het paar ook visueel kan worden waargenomen (Capella, interferometrisch!), kan het volledige antwoord worden gevonden.

II.1.7 *Eclipsparen*

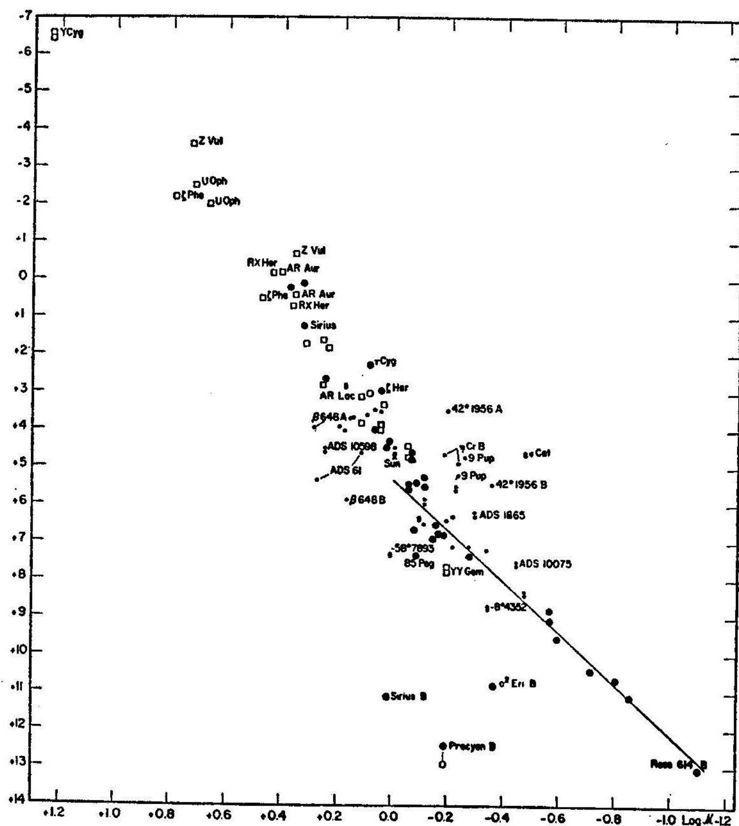
Het belangrijkst zijn de paren die ook als eclipssterren kunnen worden waargenomen.

Strånds samenvatting geeft massa's voor 26 spectroscopisch/fotometrische paren, dus voor 52 sterren. Zeven paren zijn van het W UMa-type; zie deel 3, I.9.12. Bij de 19 andere vindt men veel sterren van het bovenste deel van de hoofdreeks, en een aantal superreuzen. Maar in het hele verzamelde materiaal van visuele en spectroscopisch/fotometrische dubbelsterren met goed bepaalde massa's vindt men slechts twee normale reuzen: de beide componenten van Capella.

Natuurlijk kan men de spectroscopische dubbelsterren ook gebruiken voor statistische bepaling van de massa van sterren, zoals is gedaan door Russell en Moore.

II.1.8 *Massa-lichtkrachtrelatie*

Sinds ongeveer 1920 weten wij, dat er op zijn minst een statistische betrekking is tussen de massa's van de sterren en hun lichtkracht. Eddington's studie van het inwendige der sterren bracht hem tot de conclusie dat een dergelijke relatie noodzakelijkerwijs moet bestaan, en stelde hem in staat de algemene vorm ervan aan te geven; deel 3, II.4.3. Deze laatste was in goede overeenstemming met Hertzsprungs ongeveer terzelfder tijd gevonden empirische relatie, al bleek er een constant verschil van meer



Afb. 43 Massa-lichtkracht-relatie naar Harris, Strånd en Worley. Open vierkanten: eclipsparen; stippen: visuele dubbelsterren; kleine stippen: zwakke bepalingen. Verticaal: absolute magnitude; horizontaal: log massa uitgedrukt in die van de zon.

dan 2 magnituden te bestaan in de absolute lichtsterkte. Dit verschil is later verklaard als gevolg van een ongelukkige keuze van een der basisparameters in het theoretisch model en is niet van principiële aard.

Tegenwoordig is men het er wel over eens dat wij inderdaad hebben te maken met een massa-lichtkracht-*relatie*, en niet met een *wet*. De afwijkingen die bij individuele sterren worden gevonden, zijn gedeeltelijk reëel en kunnen soms worden verklaard. Wel blijft de relatie bestaan, maar hij krijgt een meer statistisch karakter. Daarom grijpen wij eerst naar het statistisch onderzoek door Russell en Moore.

Volgens hen is:

$$\overline{M_b} = 5{,}20 - 25 \log \overline{\mathfrak{M}^{1/3}} \qquad (10{,}10)$$

een bruikbare interpolatieformule over een interval van bijna 18 magnituden! Maar de witte dwergen laten zich niet inpassen.

Het is echter ook van groot belang te weten, hoe de individuele afwijkingen moeten worden geïnterpreteerd. Hier kan de samenvatting van Strånd weer van dienst zijn. Volgens Strånd bestaat de empirische $\mathfrak{M},L$-relatie uit twee stukken; zie ook afb. 43. De realiteit van deze verdeling is echter niet gewaarborgd. De meest betrouwbare bepalingen geven over het algemeen punten dicht bij de centrale lijn. Tot de uitzonderingen behoren de witte dwergen. Er zijn nog andere afwijkingen die waarschijnlijk reëel zijn. Dit geldt voor de subreuzen ζ Herculis en τ Cygni, maar de subreuzen ξ Scorpii en ψ Velorum vertonen geen duidelijke afwijkingen. De reuzenster Capella ligt weer dicht bij de centrale lijn. Laag in de grafiek ligt de B-component van 85 Pegasi ettelijke magnituden onder de lijn. Naar onze tegenwoordige mening zijn dergelijke verschillen reëel en houden verband met de leeftijd van de ster.

II.2 WAAROM DE STERREN STRALEN

II.2.1 *Zon en planeten*

Binnen het planetenstelsel is de zon allesoverheersend, niet alleen door zijn straling, maar ook door zijn massa die 743 maal zo groot is als die van alle overige leden van het systeem bij elkaar.

Het zal blijken, dat de overheersende positie van de zon wat betreft de lichtsterkte, een gevolg is van zijn grote massa.

II.2.2 *Temperatuur en druk in het inwendige van een ster: een ruwe schatting*

Het zal niemand verwonderen te vernemen, dat de materie in het in-

wendige van een ster is blootgesteld aan – voor onze begrippen – zeer hoge temperatuur (T) en druk (P). De druk wordt bepaald door het gewicht van een verticale kolom stermaterie. Wij maken een zeer ruwe schatting:

	aardse atmosfeer		inwendige van zon	
H, respectievelijk R	8×10^5	cm (equivalente hoogte)	7×10^{10}	cm (straal)
ϱ = dichtheid	$1{,}3 \times 10^{-3}$	g/cm³ (basis)	1,4	g/cm³ (gemiddelde)
g = versnelling zwaartekracht	10^3	cm/sec² (overal)	$2{,}8 \times 10^4$	cm/sec² (oppervlak)
P = druk	10^6	dyne/cm² (basis)	$2{,}8 \times 10^{15}$	dyne/cm² (orde van grootte)
μ = atoomgewicht	29	(overal)	0,7	(gemiddelde)
T = temperatuur	280° K	(basis)	$1{,}7 \times 10^7$	gr. K. (orde van grootte)

Dit zijn slechts ruwe schattingen. De druk is evenredig aan dichtheid × gravitatie-versnelling × hoogte, de temperatuur wordt berekend uit P, ϱ en μ met behulp van de formule van Boyle en Gay-Lussac. Het belangrijkste resultaat is de hoge waarde van de temperatuur in het inwendige van de zon.

II.2.3 *Massa en lichtsterkte*

Deze hoge waarde van T vindt zijn oorzaak in de hoge gravitatiedruk, dus in de grote massa ($\mathfrak{M}$) van de zon. Dit geldt natuurlijk ook voor andere sterren. Binnen het lichaam van de ster is dan ook een sterk temperatuurverval. Dit temperatuurverval veroorzaakt een naar buiten gerichte energiestroom, die verschillende fysische gestalten kan aannemen, maar die in de buitenste lagen van een stabiele ster hoofdzakelijk als stralingsstroom moet worden gedacht. En zo blijkt dat, in laatste instantie, de sterren tot straling worden gedwongen door hun grote massa. Deze opvatting vindt krachtig steun in het bestaan van een empirische massa-lichtkracht-relatie die werd besproken in deel 3, II.1.8.

II.2.4 *De primaire emissie*

De sterren stralen dus, maar dit brengt een nieuw probleem met zich mee.

Uitstraling betekent energieverlies voor de ster, en het betekent dus ook, dat de ster een beetje moet veranderen. Wij taxeren de energie-inhoud van de zon – die wij als voorbeeld nemen – op 3×10^{48} erg (thermische energie), en wij weten dat de zon elke seconde 4×10^{33} erg straalt. Deze getallen suggereren een levensduur van ongeveer 25 miljoen jaar, in flagrante strijd met wat de aardwetenschappen ons leren. De studie van het radioactief verval in de aardkorst leidt namelijk tot de conclusie dat de zon ongeveer vijf miljard jaar oud is.

Wij willen het probleem nog van een andere kant bezien. De uitstraling van de zon bedraagt op het ogenblik 2 erg per gram en per seconde, of $1\frac{1}{2}$ kleine calorie per gram en per jaar. Dit lijkt heel weinig, maar het voert tot een totaal van 3×10^{17} erg, of 7×10^{9} kleine calorie per gram sinds het ontstaan van de zon. Dit kolossale bedrag kan alleen zijn voortgebracht in kernprocessen.

Het vrijmaken van energie in kernprocessen wordt nogal eens aangeduid met de term 'energieproduktie', een ongelukkige keuze, omdat energie niet kan worden geproduceerd. Dit zou een doorbreking van de behoudwetten betekenen. Wel kan men spreken van het vrijmaken van energie. Wij zullen ook gebruik maken van de term 'primaire emissie', waardoor de nadruk wordt gelegd op het onderscheid met de gewone emissieprocessen die als secundair kunnen worden beschouwd, omdat zij optreden in voortdurende herhaling, bij het doorgeven van straling van atoom tot atoom.

De energie die wordt vrijgemaakt bij het omzetten van vier atomen waterstof in één atoom helium, bedraagt ongeveer 4×10^{-5} erg. Per gram waterstof (6×10^{23} H-atomen) komen wij op 6×10^{18} erg. Hiermee zijn de huishoudelijke behoeften van een ster als de zon ruim gedekt.

II.2.5 *Evolutie*

Ook voor de primaire emissie geldt, dat hij de ster niet onveranderd laat. In de diepe lagen van de ster wordt, langzaam maar gestadig, waterstof veranderd in helium. Hierdoor veranderen de fysische eigenschappen van de stermaterie, en het uiterlijk van de ster kan dan niet ongewijzigd blijven. Wij krijgen nu echter te maken met een veel ruimere tijdschaal die in alle opzichten aanvaardbaar is.

Wij kunnen nu, voor zover onze fysische kennis en ons rekentechnisch apparaat het toelaten, de te verwachten veranderingen in het uiterlijk van een ster berekenen, en de gang van de evolutie voorspellen. De voor de hand liggende vraag, hoe deze voorspellingen kunnen worden geverifieerd, zullen wij voorlopig ter zijde leggen, maar zal in deel 3, III.3.8 opnieuw aan de orde worden gesteld.

Er moet nog één opmerking worden gemaakt om de verstrekkende consequenties van het nieuw-verworven inzicht in het juiste licht te stellen. Sterren ontstaan naar alle waarschijnlijkheid als condensaties in het interstellaire medium; zie deel 3, III.1.3. Maar wij weten ook dat althans sommige sterren in een latere fase van hun bestaan een deel van hun eigen materie naar het interstellaire medium afstoten. Hierdoor wordt het interstellaire medium verrijkt met in de sterren gevormde elementen, van helium tot en met uranium. Later gevormde sterren beginnen dan al dadelijk met een andere chemische samenstelling dan hun voorgangers. Zo evolueert het interstellaire medium, zo veranderen de statistische eigenschappen van de sterbevolking, zo evolueert ook het sterrenstelsel; zie ook deel 3, III.3 en deel 4, I.6. Wij kunnen hier nu niet verder op ingaan, en behoeven dit ook niet te doen, wanneer het maar duidelijk is geworden, dat de studie van evolutieprocessen ons de diepere samenhang in de kosmos kan doen begrijpen.

II.2.6 *De slotfase*

Onherroepelijk moet ook voor een ster het levenseinde komen. Want de hoeveelheid kernenergie die in de ster is opgeslagen, is niet onuitputtelijk. Met de conclusie, dat 'de sterren tot straling worden gedwongen door hun grote massa' voelt men zich op den duur niet meer veilig. Men kan op verschillende manieren trachten aan dit dilemma te ontkomen. Wij geven hier alleen een korte samenvatting:

1 De ster kan contraheren ad infinitum. Volgens de Newtonse theorie is de vrijgekomen gravitatie-energie evenredig met $\mathfrak{M}^2/R$, en wanneer R onbegrensd klein kan worden, wordt de gravitatie-energie onbegrensd groot. Vanzelfsprekend kan men deze oplossing niet aanvaarden voordat algemene relativiteitstheorie, quantummechanica en hoge-energiefysica bij de bestudering zijn ingeschakeld.

2 Het kan zijn, dat de samendrukbaarheid van de stermaterie bij hoge dichtheid afneemt. In dat geval kan mechanisch evenwicht misschien ook bij lage temperatuur worden verwezenlijkt. Als de temperatuurgradiënt tot nul nadert, dooft de ster uit.

3 De ster kan een deel van zijn materie in de wereldruimte uitstoten.

Lange tijd heeft men hoofdzakelijk aan een combinatie van de verklaringswijzen *2* en *3* gedacht, maar *1* mag stellig niet uit het oog worden verloren. Wij komen op deze problemen terug in deel 3, III.3.

II.3 MECHANISCH EVENWICHT EN STABILITEIT

II.3.1 *Mechanisch evenwicht*

Hoewel wij bij de beschouwingen over het inwendige van de sterren de fysische aspecten van het probleem op de voorgrond zullen plaatsen, is een kleine uitbreiding van ons mathematisch vocabulaire noodzakelijk.

Wij beperken ons tot strikt bolvormige sterren, waarvan wij mogen aannemen, dat zij niet roteren. Wij gebruiken r als lopende coördinaat, om de afstand van een willekeurig gekozen punt tot het middelpunt van de ster aan te duiden. Van centrum tot oppervlak doorloopt r de waarden O tot R. Voor een punt buiten de ster is $r > R$.

De meeste fysische grootheden die wij zullen beschouwen, zijn functies van r. Wanneer er geen misverstanden dreigen, zullen wij de afhankelijkheid van r niet altijd uitdrukkelijk vermelden. Zo doen wij, bijvoorbeeld, met $\varrho(r)$, die de lokale dichtheid aangeeft. De massa van een dunne schil in het lichaam van de ster is:

$$dm = 4\pi\varrho r^2\,dr \tag{12,1}$$

De totale massa van alle stermaterie binnen deze schil noemen wij $m(r)$, de 'binnenmassa' van de schil r:

$$m(r) = \int_{r=0}^{r} dm = \int_{0}^{r} 4\pi\varrho r^2 dr \tag{12,2}$$

Voor $r \geqslant R$ geldt: $m(r) = \text{constant} = \mathfrak{M}$.

Wanneer wij spreken over de gemiddelde dichtheid, $\bar{\varrho}$, denken wij meestal aan de ster in zijn geheel. Maar men kan ook een 'gemiddelde binnendichtheid' $\bar{\varrho}(r)$ definiëren, door te stellen:

$$\bar{\varrho}(r) = m(r)/(\tfrac{4}{3}\pi r^3) \tag{12,3}$$

Een belangrijke grootheid is de versnelling van de zwaartekracht, $g(r)$. Volgens een theorema van Newton is:

$$g(r) = Gm(r)/r^2 \tag{12,4}$$

In het middelpunt van de ster is $g = 0$.

Wij komen nu tot het voornaamste onderwerp van deze paragraaf: de conditie van mechanisch evenwicht en de berekening van de druk $P(r)$. Beschouw een klein volume-element: dV. De massa binnen dit element is ϱdV, het gewicht $g\varrho dV$. Het gewicht is een neerwaarts gerichte kracht, tegen de richting van r in, en wordt daarom negatief gerekend. Het moet worden gecompenseerd door de werking van de drukgradiënt.

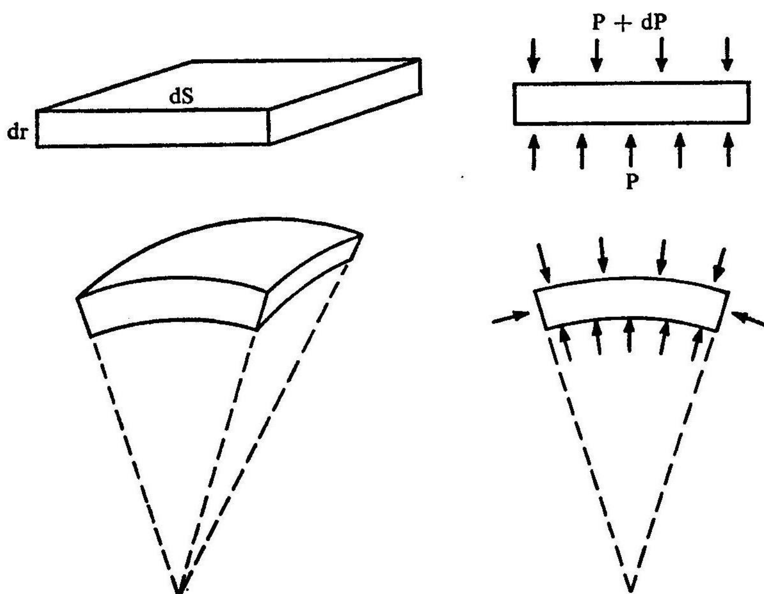
Neem voor dV een miniatuurcilindertje, doorsnede dS, hoogte dr; zie afb. 44. De druk aan de basis en die aan de top zijn respectievelijk P en $P + dP$; dP is negatief. De evenwichtsconditie luidt nu:

$$[P - (P + dP)]dS - g\varrho \, dS \, dr = 0,$$

waaruit dan volgt:

$$\frac{dP}{dr} = - g\varrho \qquad (12,5)$$

De hier gegeven afleiding van de evenwichtsconditie is simpel, maar niet correct, omdat men de ster niet kan opbouwen uit cilindrische volumedeeltjes. Er blijven tussenruimten, waarin zich materie bevindt, die ten onrechte is veronachtzaamd. Deze fout wordt vermeden als men dV conisch kiest; afb. 44. Een analyse van de situatie op deze basis bevestigt de juistheid van (12,5), mits de druk isotroop is. In een gasvormig medium is aan deze voorwaarde stellig voldaan, zodat (12,5) toch correct is.



Afb. 44 De conditie voor het mechanisch evenwicht: de gradiënt van de druk.

II.3.2 *Homologie*

Het berekenen van stermodellen is een zeer moeizaam en tijdrovend werk. Het ligt dus voor de hand te zoeken naar eenvoudiger methoden die meer zijn afgestemd op voorlopige oriëntatie. De belangrijkste van deze is de homologietransformatie.

Men kan een stermodel beschrijven door de binnenmassa m te geven als functie van r. Men krijgt een homoloog model door alle massa's te vermenigvuldigen met η, alle afstanden met λ. De in deel 3, II.3.1 gegeven formules stellen ons dan in staat, de overeenkomstige homologiefactoren voor andere fysische grootheden te vinden:

fysische grootheid	*homologiefactor*
r	λ
m	η
ϱ	η/λ^3
g	η/λ^2
P	η^2/λ^4

II.3.3 *Polytropen*

De in deel 3, II.3.1 gegeven formules vormen nog geen voldoende grondslag voor de bepaling van de structuur van een werkelijke ster. Formeel kunnen wij uitgaan van een willekeurige sferisch symmetrische verdeling van de beschikbare materie, waaruit dan andere grootheden kunnen worden berekend via het schema:

$$\varrho(r) \xrightarrow{(12,2)} m(r) \xrightarrow{(12,4)} g(r) \xrightarrow{(12,5)} P(r).$$

De aldus verkregen waarden voor de druk P zijn afgeleid uit de gravitatiewerkingen; wij zullen in dit verband spreken van de 'gravitatiedruk'. Wil de ster in evenwicht blijven, dan moet de gravitatiedruk worden geneutraliseerd door gas- en stralingsdruk. Deze tegendruk kan alleen worden berekend, wanneer wij de fysische gesteldheid van de ster van laag tot laag kennen. De bespreking van dit moeilijke probleem moet worden uitgesteld tot wij beter zijn geprepareerd (zie deel 3, II.5 en verder). Het zal dan blijken, dat de fysische eis zo zwaar is, dat alle willekeur in de constructie van stermodellen in feite wordt opgeheven.

Alvorens ons op deze nieuwe problemen te werpen, willen wij nog een opmerking maken over een klasse van mathematische modellen, de zoge-

noemde polytropen, die uitvoerig zijn bestudeerd door Emden. De familie der polytropen is te beschouwen als een technisch hulpmiddel, dat ook bij de ontwikkeling van de fysische modellen van nut blijkt te zijn. In de polytrope modellen wordt een direct verband tussen druk en dichtheid gepostuleerd, waardoor het berekeningsschema wordt voltooid; de polytrope betrekking vormt een 'Ersatz' voor de nog ontbrekende fysische kennis.

Emden ging bij zijn berekeningen uit van de 'polytrope' relatie tussen P en ϱ:

$$P = K.\varrho^{1+1/n} \qquad (12,6)$$

waarin K en n positieve constanten zijn. Men kan de formule ook schrijven als $\varrho^{n+1} = C.P^n$. Uit de laatste vorm blijkt, dat $n = 0$ correspondeert met $\varrho = C$, een model van constante dichtheid dus.

Alle modellen met $n > 0$ vertonen een zekere concentratie naar het centrum. Een overzicht van enkele belangrijke grootheden vindt men in onderstaande tabel:

TABEL: CONCENTRATIE VAN MATERIE IN POLYTROPEN

n	$\varrho(0)/\bar{\varrho}(R)$	$P(0)/(G\mathfrak{M}^2R^{-4})$
0,0	1,00	0,119
0,5	1,84	0,262
1,0	3,29	0,393
1,5	5,99	0,770
2,0	11,40	1,638
2,5	23,4	3,91
3,0	54,2	11,05
3,5	152,9	40,91
4,0	622	247,6
4,5	6189	4922
5,0	∞	∞

Het model met $n = 5$ ligt aan de grens van de fysische mogelijkheden. De oneindig grote dichtheidsconcentratie betekent niet dat de dichtheid in het centrum oneindig groot wordt, maar dat $\bar{\varrho}(R) = 0$, gevolg van nog eindige massa bij oneindig grote straal. Modellen met $n > 5$ zijn volkomen onbegrensd en moeten worden uitgesloten.

De enorme concentratie van de materie naar het centrum in de modellen met niet al te kleine n blijkt uit de tweede kolom van de tabel. De druk

in het centrum van model $n = 3$ is ongeveer 100 maal zo groot als in het homogene model.

De in de tabel aangegeven oplossingen van de evenwichtsvergelijkingen kunnen worden toegepast op een ster in zijn geheel. Dit zijn de E-oplossingen, naar Emden. Er zijn andere oplossingen die zich hetzij aan de oppervlakte, hetzij in het centrum van de ster ernstig misdragen. Deze kunnen vaak bruikbaar zijn in een deel van de ster, waar zij geen singulariteiten vertonen.

II.3.4 *Adiabatische toestandsveranderingen*

Wanneer wij niet alleen het evenwicht, maar ook de stabiliteit van de ster willen onderzoeken, moeten wij nagaan hoe de stermaterie reageert op een aan de ster opgelegde verstoring van de evenwichtstoestand.

Dergelijke reacties zijn in eerste instantie *lokaal* bepaald, en zij voltrekken zich *adiabatisch*. Een kleine hoeveelheid materie, die door de een of andere oorzaak een iets hogere gasdruk heeft dan zijn omgeving, zal expanderen door de materie in zijn omgeving opzij te duwen. De expanderende materie verricht dus mechanische arbeid, en moet daartoe een deel van zijn eigen energieinhoud verbruiken, waardoor hij afkoelt. Wanneer het elementje inderdaad alleen eigen energie verbruikt, wanneer dus de wisselwerking met de omgeving een zuiver mechanisch karakter draagt, spreken wij van een adiabatisch proces. Veranderingen in de energieinhoud door instraling of uitstraling vallen daar dus niet onder. Deze laatstgenoemde processen zijn thermisch. Men late zich niet in de war brengen doordat bij adiabatische processen ook temperatuurveranderingen plaatsvinden. De onderscheiding adiabatisch/thermisch heeft betrekking op de wijze van energieoverdracht tussen de gaselementjes, niet op het al of niet optreden van veranderingen in de temperatuur.

De rechtvaardiging voor het werken met adiabatische veranderingen bij het onderzoek van de stabiliteit berust op een enorm verschil in de tijdschaal voor adiabatische en voor thermische processen. De zon kan het equivalent van zijn tegenwoordige warmte-inhoud uitstralen in ongeveer 25 miljoen jaar. Een verstoring van het mechanisch evenwicht zou leiden tot pulsatie met een periode van ongeveer 1 uur. Ziedaar het verschil.

Wij kunnen hier niet verder ingaan op de theorie van de adiabatische processen, en wij zullen volstaan met het vermelden van enkele uitkomsten. Wij stellen:

$$c_p/c_v = \gamma, \qquad (12,7)$$

waarin c_p en c_v de soortelijke warmte bij constante druk, respectievelijk

constant volume voorstellen. Men veronderstelt, dat binnen een zeker domein de soortelijke warmten constant zijn. Gebruik makend van de wet van Boyle en Gay-Lussac, vindt men de vergelijking van Poisson, die geldt bij adiabatische expansie:

$$P = K'\varrho^{\gamma} \tag{12,8}$$

De formules (12,6) en (12,8) vertonen een sterke uiterlijke gelijkenis, maar zij hebben niet dezelfde betekenis. Vergelijking (12,6) is een willekeurig gekozen betrekking tussen P en ϱ, waarbij P en ϱ de waardeparen zijn, zoals zij in het door ons geconstrueerde stermodel voorkomen. Vergelijking (12,8) duidt een belangrijke fysische eigenschap van de stermaterie aan, namelijk het verband tussen druk en dichtheid bij adiabatische expansie of contractie van de stermaterie. Vergelijking (12,6) wordt geacht te gelden voor het gehele stermodel, of althans voor een groot gedeelte daarvan, maar zegt niets over de gevolgen van kleine, lokale expansie of andere toestandsveranderingen. Vergelijking (12,8) daarentegen geldt alleen lokaal, en beschrijft juist wél de gevolgen van lokale expansie. Wil men (12,8) toepassen op de gehele ster, dan moet men ieder volume-elementje zijn eigen K' toekennen.

Natuurlijk kan men stermodellen beschouwen, waarbij K' overal in de ster dezelfde waarde heeft. In dat geval voert (12,8) automatisch tot (12,6), met:

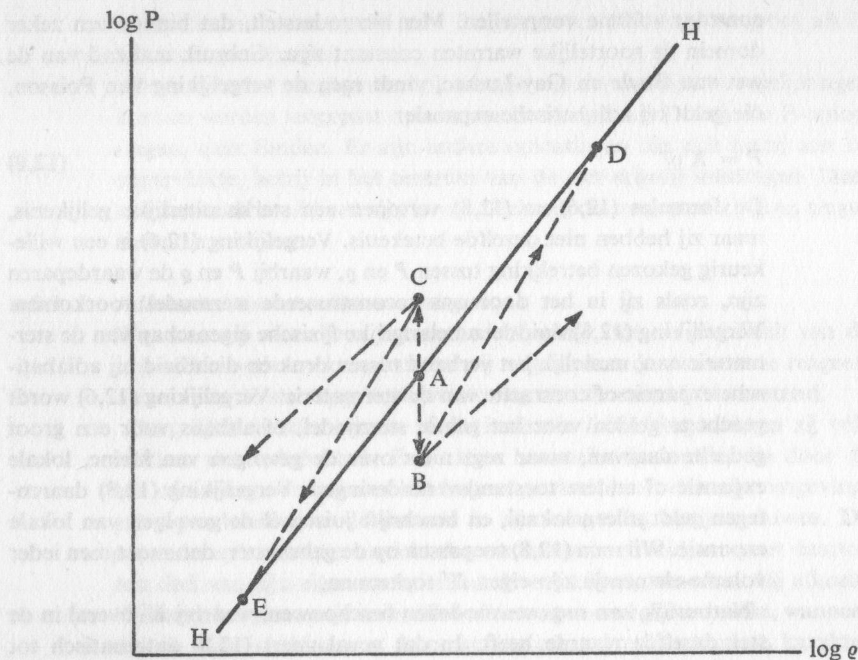
$$n = 1/(\gamma - 1), \quad \gamma = 1 + 1/n, \quad \text{(adiabatisch model)} \tag{12,9a, b}$$

In deel 3, II.4 zal blijken, dat deze 'adiabatische' modellen ook fysisch interessant kunnen zijn. Maar het principiële verschil tussen (12,6) en (12,8) mag toch niet uit het oog worden verloren.

II.3.5 *Mechanische stabiliteit*

Homologietransformaties met $\eta = 1$, $\lambda \neq 1$ stellen ons in staat, uit een enkel voorbeeld een gehele reeks stermodellen te construeren, waarbij steeds aan de eis van mechanisch evenwicht is voldaan. Van model tot model varieert ϱ als λ^{-3} en P als λ^{-4} (zie de tabel in deel 3, II.3.2). Een verstoring van het mechanisch evenwicht kan men verkrijgen door op P nog eens een extra vermenigvuldigingsfactor toe te passen.

In afb. 45 geven abscis en ordinaat representatieve waarden van log ϱ en van log P. De lijn HH, met helling 4/3, duidt een reeks homologe toestanden aan, waarbij aan de voorwaarde van mechanisch evenwicht is voldaan. Zolang geen verdere condities worden gesteld, zijn al deze toestanden gelijkwaardig. Indexpunten zoals B en C, onder of boven HH gelegen, corresponderen met niet-evenwichtstoestanden. In toestand B is



Afb. 45 Stabiliteit van het mechanisch evenwicht.

de druk te laag en zal de ster contraheren. Bij deze contractie, die snel en dus adiabatisch geschiedt, is *P* evenredig met ϱ^{γ}. De index van de ster beweegt naar rechtsboven (*P* en ϱ worden groter), langs een lijn met helling γ. In toestand C is de druk te hoog: de ster expandeert, en de index beweegt naar linksbeneden, eveneens langs een lijn met helling γ. Men ziet uit de afbeelding dat voor $\gamma > 4/3$ een ster na verstoring van het mechanisch evenwicht toch altijd naar de lijn HH, dus naar een toestand van mechanisch evenwicht terugkeert, terwijl voor $\gamma < 4/3$ de ster zich

---

Plaat 17 Herbig-Haro-object. Het schijnt alsof tussen 1947 en 1954 twee nieuwe sterren zijn geboren! De rode opname (op 2 à 3 maal groter schaal) laat zien, dat wij niet hebben te doen met stellaire objecten, maar met nevels van niet te verwaarlozen afmetingen (opnamen beschikbaar gesteld door Dr. Herbig).

steeds verder van dit evenwicht verwijdert. In dat geval is een catastrofe (implosie dan wel explosie) onvermijdelijk. Mechanische stabiliteit eist dus $\gamma > 4/3$; zie ook deel 3, III.2.5.

Voor een normaal eenatomig gas is $\gamma = 5/3$, zodat aan de stabiliteitsvoorwaarde ruimschoots is voldaan. Is de temperatuur zo hoog dat de stralingsdruk een rol gaat spelen, dan wordt γ kleiner, maar blijft toch boven de kritieke waarde 4/3.

Wij hebben onze discussie beperkt tot homologe modellen en uniforme evenwichtsverstoringen, terwijl de adiabaten werden afgeleid uit één vaste waarde van γ. Deze oversimplificatie helpt ons aan een gemakkelijk te begrijpen formulering van de stabiliteitsconditie, die van toepassing is op de ster in zijn geheel. Verder dan dit willen wij nu niet gaan, maar later zullen wij ook met lokale stabiliteitscondities te maken krijgen.

II.4 'KLASSIEKE' STERMODELLEN

Een ontzaglijke hoeveelheid energie ligt opgetast in het inwendige van de sterren. Volgens deel 3, II.2.4 zou de voorraad gelijkwaardig zijn aan de totale uitstraling van de zon over een periode van ongeveer 25 miljoen jaar. Wanneer dit energiereservoir open en bloot lag, zou het in enkele seconden leegstromen. De 700 000 km dikke, beschermende gasmantel vertraagt dit leegstromen zodanig, dat een 'gemiddeld energiepakketje' 25 miljoen jaar nodig heeft om de oppervlakte van de zon te bereiken.

II.4.1 *Convectie*

Transport van energie kan op verschillende wijze geschieden. In Emden's tijd dacht men hoofdzakelijk aan convectie. Men knoopte daarbij aan

---

Plaat 18 Spectra van twee sterren van het T-Tauri-type. Ieder sterspectrum is geflankeerd door vergelijksspectra, geproduceerd in het laboratorium. De sterspectra tonen een continue achtergrond, afkomstig van het eigenlijke lichaam van de ster en een emissiespectrum, gevormd in de omringende nevel. Waterstof en geïoniseerd calcium vertonen sterke emissie. Let op de grote lijnenrijkdom bij DG Tauri en op de Balmerserie die zich voortzet tot dicht bij de grens van de serie. Bij AS 205 ziet men een of twee kwiklijnen (één rechts van Hγ), afkomstig van stadsverlichting. Deze lijnen steken aan weerszijden buiten het sterspectrum uit (opnamen ter beschikking gesteld door Dr. Herbig).

Plaat 23 Ster van het T Tauri-type met variabele nevel (Hubble, Mt. Wilson).

bij wat men wist van de atmosfeer van de aarde, waar, althans in de benedenste lagen (troposfeer), de convectie van grote betekenis is. Ook was het bekend, dat convectie optreedt in een vloeistof die van beneden af wordt verwarmd: men denke aan het pannetje water op het fornuis. De stermaterie wordt ook van beneden af verwarmd.

Natuurlijk is de voorwaarde voor het optreden van convectie in een gas anders dan in een vloeistof (wat aan Emden en zijn tijdgenoten niet is ontgaan!), maar beide condities kunnen worden afgeleid uit eenzelfde algemene redenering.

Wij denken ons twee tamelijk dicht boven elkaar gelegen niveaus, I en II, in het inwendige van een ster (afb. 46). De waarden van P, ϱ en T in deze beide niveaus duiden wij aan met de indices 1 en 2. Wij brengen een kleine hoeveelheid gas van het onderste niveau naar het bovenste, waarbij wij er zorg voor dragen, dat aan het elementje zelf niets verandert. Voor het tot stand brengen van deze kleine verplaatsing is geen mechanische arbeid nodig, omdat gravitatiekracht en drukgradiënt elkaar in evenwicht houden tot op grootheden van een hogere orde van kleinheid (zie deel 3, II.3). Maar het elementje is, wanneer het boven is gekomen, niet meer in evenwicht met zijn omgeving, omdat de inwendige druk, nog steeds P_1, groter is dan die van zijn omgeving, P_2. Het opgestegen elementje zal iets expanderen, tot zijn druk gelijk is geworden aan die van de omgeving. Dergelijke mechanische aanpassingen verlopen heel snel, en wij mogen aannemen dat zij adiabatisch geschieden (zie deel 3, II.3.4). De temperatuur van het elementje wordt door deze expansie verlaagd. Blijkt nu, na afloop van dit adiabatisch proces, de temperatuur van het elementje (T_1') nog steeds hoger te zijn dan die van zijn omgeving (T_2), dan is het elementje soortelijk lichter, en zal het verder stijgen. Dit proces wordt voortgezet van niveau tot niveau. Kennelijk hebben wij te maken met convectie, die dus gebonden is aan de conditie $T_1' > T_2$, wat ook kan worden geschreven als:

$$(T_1' - T_1)/(P_2 - P_1) < (T_2 - T_1)/(P_2 - P_1) \qquad (13,1)$$

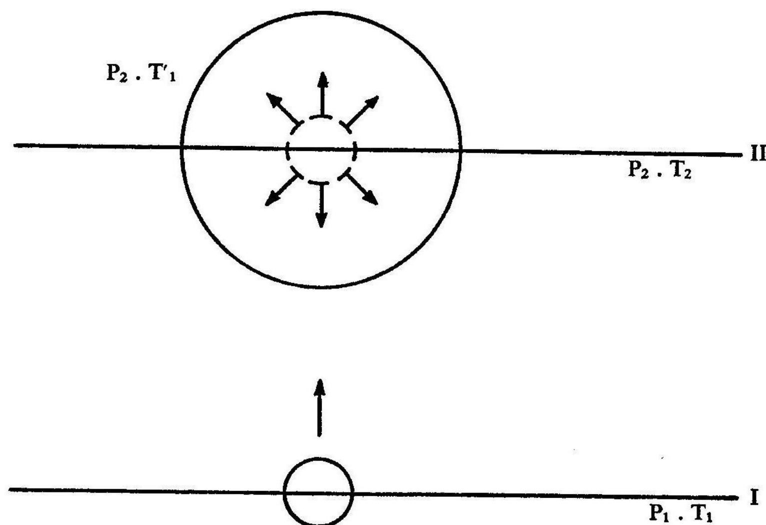
(Men bedenke, dat $P_2 - P_1$ negatief is.) Vergelijking (13,1) laat zich beknopter schrijven als:

$$(dT/dP)_{ad} < (dT/dP)_* \text{ (voorwaarde voor het optreden van convectie)} \qquad (13,2)$$

Gelijkwaardig is voorts:

$$(d \log T \,/\, d \log P)_{ad} < (d \log T \,/\, d \log P)_* \qquad (13,3)$$

Uitdrukkelijk stellen wij vast dat het rechterlid van vergelijking (13,3)



Afb. 46 Voorwaarde voor het optreden van convectie.

betrekking heeft op een verticale verplaatsing van een klein gaselementje, het linkerlid op lokale, adiabatische expansie zonder verplaatsing.

In die gebieden van de ster waar convectie heerst, moet aan de conditie (13,3) zijn voldaan.

II.4.2 *Stralingsevenwicht*

Het geloof aan de universele toepasbaarheid van het adiabatisch/polytrope stermodel moest worden opgegeven als gevolg van het baanbrekende werk van Karl Schwarzschild, aan het begin van deze eeuw.

Schwarzschild toonde aan, dat transport van energie door straling in het inwendige van de sterren veel belangrijker is dan men had gedacht. Hij wees erop, dat de energiedichtheid van gewone materie evenredig is met de eerste macht van de temperatuur, maar die van straling met T^4. Dit betekent een enorme vergroting van de invloed van de straling bij hoge en zeer hoge temperatuur. Wanneer nu, bij een sub-adiabatische temperatuurgradiënt, de vereiste energiestroom door elektromagnetische straling kan worden onderhouden, wordt de gradiënt op deze waarde gefixeerd. Dan is van convectie geen sprake, en moeten wij spreken van stralingsevenwicht.

Bij de verdere uitwerking van de condities voor stralingsevenwicht

maken wij gebruik van een analogie met het mechanisch evenwicht (zie 12,1, 12,4 en 12,5):

mechanisch evenwicht		*stralingsevenwicht*	
$\frac{dm}{dr} = 4\pi\varrho r^2$	(12,1)	$\frac{dL}{dr} = 4\pi\varepsilon\varrho r^2$	(13,4)
$g = \frac{Gm}{r^2}$	(12,4)	$F = \frac{L}{4\pi r^2}$	(13,5)
$-\frac{dP}{dr} = g\varrho$	(12,5)	$-\frac{dP_{rad}}{dr} = \frac{\varkappa\varrho F}{c}$	(13,6)

Hier is ε de primaire emissie per gram, natuurlijk lokaal, zodat $\varepsilon\varrho$ = primaire emissie per cm^3. De totale primaire emissie in het volume-element $4\pi r^2 dr$ geeft dan de aangroeiing van de lichtsterkte, dL, als in (13,4). L heeft dus betrekking op het niveau r, en zal, als misverstand dreigt, worden aangeduid door $L(r)$.

Vergelijking (13,5) behoeft nauwelijks toelichting. F is de energiestroom per eenheid van oppervlak.

Vergelijking (13,6), de parallel van (12,5), is de eigenlijke evenwichtsvergelijking. Wij gaan uit van de atomaire absorptie, en denken ons ieder atoom vervangen door een ondoorlaatbaar schijfje van het vereiste oppervlak, meestal 'werkzame doorsnede' genoemd. Door de 'werkzame doorsneden' van alle atomen in 1 gram stermaterie bij elkaar op te tellen, krijgt men de coëfficiënt van absorptie voor 1 gram stermaterie, ($\varkappa$), uitgedrukt in cm^2/gram. Dan is $\varkappa\varrho$ de absorptie in 1 cm^3 stermaterie, uitgedrukt in cm^2 per cm^3 of in cm^{-1}. F is de stralingsstroom, in erg cm^{-2} sec^{-1}; wij interesseren ons echter nu niet voor de absorptie van energie, maar wel voor die van hoeveelheid van beweging. Deze wordt verkregen door te delen door c, de snelheid van het licht. De opwaarts gerichte versnelling, die op deze wijze ontstaat, kan nu worden geïnterpreteerd als een drukgradiënt, waardoor de stralingsdruk (P_{rad}) zijn intrede doet. Het eindresultaat van deze berekening vindt men in (13,6).

Eén opmerking nog: de coëfficiënt van absorptie is uiteraard afhankelijk van de golflengte van de passerende straling. Maar men moet (13,6) algemeen kunnen toepassen. Het is mogelijk een gemiddelde $\varkappa$ zo te bepalen, dat de belangrijkste formules ook voor de totale straling van de

ster geldig blijven. Op de bepaling van dit Rosselandgemiddelde zullen wij hier niet verder ingaan.

II.4.3 *Het standaardmodel*

Sir A. S. Eddington heeft de mathematische verwantschap tussen de twee soorten evenwicht gebruikt voor de constructie van zijn beroemde 'standaardmodel' dat wij hier, in nog iets verder vereenvoudigde gedaante, zullen bespreken.

Wij gaan uit van de veronderstelling dat $\varkappa$ en ε binnen het lichaam van de ster constant zijn. Wanneer wij nu de vergelijkingen voor stralingsevenwicht delen door de vergelijkingen voor mechanisch evenwicht, vinden wij:

$$\frac{dL}{d\mathfrak{m}} = \varepsilon \qquad (13,7)$$

$$\frac{F}{g} = \frac{L}{4\pi G\mathfrak{m}} \qquad (13,8)$$

$$\frac{dP_{rad}}{dP} = \frac{\varkappa F}{gc} \qquad (13,9)$$

Daar in het centrum van de ster $L,\mathfrak{m} = 0$, terwijl aan de oppervlakte P en P_{rad} mogen worden verwaarloosd (in vergelijking tot hun waarde diep in de ster), kunnen wij de eerste en de derde vergelijking vervangen door:

$$\frac{L}{\mathfrak{m}} = \varepsilon \qquad (13,10)$$

$$\frac{P_{rad}}{P} = \frac{\varkappa F}{gc} = 1 - \beta \qquad (13,11)$$

waarbij β een door Eddington ingevoerde constante is, die gelijk is aan de verhouding $\frac{\text{gasdruk}}{\text{totale druk}}$. Uit (13,8) en (13,11) vinden wij dan:

$$L = \frac{4\pi cG(1-\beta)\mathfrak{m}}{\varkappa} \qquad (13,12)$$

een vergelijking die reeds de kiem van de massa-lichtkracht-wet in zich draagt. Vergelijking (13,12) geldt zowel voor de ster als geheel als voor elk niveau afzonderlijk.

Vergelijking (13,12) kan slechts nut afwerpen als de nog onbekende factor $1 - \beta$ kan worden berekend of geëlimineerd. Dit is mogelijk door de gasdruk en de stralingsdruk met elkaar te vergelijken. Aldus:

$$P_{gas} = \beta\, P_{totaal} = (\Re/\mu)\, \varrho T \qquad (13,13)$$

$$P_{rad} = (1-\beta)\, P_{totaal} = (a/3)\, T^4 \qquad (13,14)$$

waaruit door eliminatie van T volgt:

$$\frac{1-\beta}{\beta^4} = \frac{(a/3)\ P^3}{(\Re/\mu)^4 \varrho^4} \qquad (13,15)$$

Wij nemen nu aan, dat behalve β ook μ een constante waarde heeft. Dan volgt uit (13,15) dat P^3/ϱ^4 constant is. Hetzelfde geldt blijkens (13,14) voor P/T^4. Het stermodel is dus een polytrope met $n = 3$.

Het rechterlid van vergelijking (13,3) heeft de waarde $\frac{1}{4}$

Het linkerlid van deze zelfde vergelijking volgt uit de formule (12,8) en is gelijk aan $1 - 1/\gamma$. De fysica leert ons, dat γ is gelegen tussen de grenzen 5/3 (ideaal gas) en 4/3 (ruimte gevuld met elektromagnetische straling), waaruit volgt, dat aan de ongelijkheid (13,3) niet is voldaan. Uit dit onderzoek moeten wij dus concluderen dat, althans in het hier beschouwde, simpele probleem, in het inwendige van de sterren geen convectie optreedt, en dat er stralingsevenwicht heerst zodat Schwarzschild gelijk krijgt tegenover Emden. Deze uitkomst geldt echter alleen wanneer de ster mag worden beschouwd als een 'mengprodukt' van ideaal gas en elektromagnetische straling, zonder onderlinge wisselwerking. Wij zullen later de uitzonderingen op deze regel ontmoeten, die van grote betekenis zullen blijken te zijn.

Wij keren nu terug tot de bespreking van het standaardmodel zelf.

Uit de tabel van homologiefactoren in deel 3, II.3.2 blijkt, dat in een homologietransformatie P^3/ϱ^4 evenredig is aan $\mathfrak{M}^2$. En zo volgt uit formule (13,15):

$$\frac{1-\beta}{\beta^4} = 0{,}00309\ \mu^4 \mathfrak{M}^2 \text{ (m in zonne-eenheden)} \qquad (13,16)$$

In het standaardmodel is dus, bij gelijkblijvende chemische samenstelling, β een functie van $\mathfrak{M}$, en van $\mathfrak{M}$ alleen, een resultaat dat niet vanzelfsprekend kan worden geacht. Het betekent dat de straal van de ster (R), die onafhankelijk van $\mathfrak{M}$ kan worden gevarieerd, geen invloed heeft op β. In (13,12) staat nu in het rechterlid nog maar één grootheid die afhankelijk kan zijn van R, en wel $\varkappa$.

Voor eens ter als de zon is $1 - \beta$ klein, en men kan (13,12) met behulp van (13,16) nu beschrijven als

$$L = \text{cons.}\ (\beta\mu)^4\mathfrak{M}^3/\varkappa \qquad (13,17)$$

Om verder te komen, moet men de waarde van $\varkappa$ kennen. Men zal begrijpen, dat een empirische bepaling niet gemakkelijk kan worden verkregen. Wij moeten het probleem theoretisch te lijf gaan.

Wij moeten er rekening mee houden, dat de materie binnen een ster in vergaande mate is geïoniseerd. Zolang er nog enkele elektronen aan atoomkernen gebonden blijven, zijn gebonden-vrije absorptieprocessen mogelijk. Vrij-vrij absorptie is altijd mogelijk, maar is kwantitatief vrij onbelangrijk. Is de ionisatiegraad van de materie zeer ver voortgeschreden, dan krijgt verstrooiing aan vrije elektronen de overhand. Dit is vooral van belang voor sterren in het bovenste gedeelte van de hoofdreeks.

Wij kunnen niet diep ingaan op de theorie van de absorptiecoëfficiënt en volstaan met enkele opmerkingen. De semiklassieke bepaling van deze coëfficiënt voor b-f- en f-f-overgangen (Kramers, 1923) heeft zich weten te handhaven tot op de huidige dag als een uitstekende benadering voor een groot deel van het spectrum dat uit astrofysisch oogpunt van belang is. Moderne, met behulp van de quantummechanica verkregen resultaten zijn beschikbaar in tabellarische vorm. Volgens Kramers is

$$\varkappa = \varkappa_0\,(1 - X - Y)\,(1 + X)\varrho/T^{3,5} \qquad (13,18)$$

X is de gewichtsconcentratie van waterstof, Y die van helium, $\varkappa_0$ een constante, waarin specifieke eigenschappen van de absorberende atomen zijn verwerkt. De factor $1 - X - Y$ duidt aan dat de absorptie wordt beheerst door de zware elementen, en niet door waterstof en helium: vooral op de kernlading komt het aan. De factor $1 + X$ vertegenwoordigt de elektronendichtheid. Het optreden van deze factor in de f-f-processen behoeft geen toelichting. Bij de b-f-processen moet men bedenken dat het aantal atoomrompen met gebonden elektron blijkens de wet van Saha deel 3, I.3.3 toch weer evenredig is aan de elektronendichtheid. Of, om de redenering in andere vorm te herhalen: absorptie is via de wet van Kirchhoff (deel 3, I.2.1) gekoppeld aan de emissie, waar het optreden van de elektronendichtheid als factor wel evident is.

Dat bij volledige, althans zeer ver gaande ionisatie van de stermaterie de factor $1 + X$ werkelijk evenredig is aan de elektronendichtheid, nauwkeuriger gezegd: aan het aantal vrije elektronen per eenheid van massa, volgt uit een vergelijking van Z/A voor diverse atoomsoorten (Z = kernlading, A = atoomgewicht). Voor waterstof geldt $Z/A = 1$, voor helium en zwaardere elementen $Z/A = \frac{1}{2}$ of nog iets kleiner.

Heeft verstrooiing door vrije elektronen de overhand, dan is de situatie veel eenvoudiger. In plaats van (13,18) krijgt men dan:

$$\varkappa = \sigma_0(1 + X) \qquad (13,19)$$

Toepassing van (13,18/19) op (13,17) levert nu:

$$L = \text{cons.}\ [\varkappa_0(1 + X)\ (1 - X - Y)]^{-1}\ (\beta\mu)^{7,5}\mathfrak{M}^{5,5}R^{-0,5} \qquad (13,20)$$

$$L = \text{cons.}\ [\sigma_0(1 + X)]^{-1}\ (\beta\mu)^4\mathfrak{M}^3 \qquad (13,21)$$

In de eerste vorm van de massa-lichtkracht-relatie spelen ook de lineaire afmetingen van de ster in zeer beperkte mate mee.

Voor sterren van niet te grote massa, waar β in de buurt van 1 ligt, neemt de lichtsterkte toe met een hoge macht van $\mathfrak{M}$. Voor grotere massa wordt de curve vlakker. Voor sterren van zeer grote massa, waar $1 - \beta \approx 1$, leert (13,18) dat de verhouding $L/\mathfrak{M}$ tot een constante waarde nadert. Men bedenke, dat voor deze sterren $\varkappa$ als een constante mag worden opgevat (verstrooiing aan vrije elektronen).

II.4.4 *Het puntbronmodel*

In het standaardmodel heeft de primaire emissie (ε) overal in de ster dezelfde (of bijna dezelfde) waarde. Ook Eddington was er niet van overtuigd dat hiermee de werkelijke situatie correct wordt weergegeven. Als tegenhanger berekende hij een 'puntbronmodel', waarbij hij veronderstelde dat alle energie die de ster uitstraalt, in het middelpunt van de ster wordt geproduceerd. Met deze, kennelijk op de spits gedreven veronderstelling, wordt $F = L/4\pi r^2$ in het centrum van de ster oneindig groot. Energietransport door straling eist dan een oneindig hoge temperatuurgradiënt. Een dergelijke toestand zou hevig instabiel zijn. In het centrale deel van de ster moet dus convectie optreden. Deze convectie moet zorg dragen voor het transport van energie in dat deel van de ster waar stralingstransport ontoereikend zou zijn. Achteraf gezien, behoeven wij dan niet eens te veronderstellen dat alle primaire emissie precies in het centrum plaatsvindt, zolang hij maar binnen de convectieve kern is gelokaliseerd.

II.5 DE CHEMISCHE SAMENSTELLING VAN DE STERMATERIE

II.5.1 *Invloed op de lichtkracht*

In de massa-lichtkracht-relatie (13,20-21) treedt het atoomgewicht μ op met een hoge exponent. De chemische samenstelling van een ster heeft dus grote invloed op de lichtsterkte. Wanneer bij de sterren een grote verscheidenheid in chemische samenstelling, althans in de waarde van μ, zou bestaan, zou er van directe massa-lichtkracht-relatie niet veel terechtkomen.

Gelukkig behoeven wij ons niets gelegen te laten liggen aan de enorme gevarieerdheid van de atoomgewichten die men vindt in de fysisch-chemische tabellen. Want de ver voortgeschreden ionisatie van de stermaterie heeft grote invloed op het effectief atoomgewicht en beperkt dit tot waarden tussen 0,50 en 2,25.

II.5.2 *Effectief atoomgewicht* μ

Het atoomgewicht μ maakt zijn entree via de relatie tussen gasdruk en temperatuur (Boyle en Gay-Lussac):

$$P_{gas} = (\Re/\mu)\varrho T \qquad (14,1)$$

De kinetische gastheorie leert ons dat:

$$P_{gas} = NkT \qquad (14,2)$$

waarin N = totaal aantal vrije deeltjes per cm^3, ongeacht hun natuur. Verder is k, de constante van Boltzmann, gekoppeld aan $\Re$ via:

$$k = m_H \Re \quad (m_H = \text{massa waterstofatoom}) \qquad (14,3)$$

Uit (14,1/2) volgt nu:

$$1/\mu = m_H N/\varrho \qquad (14,4)$$

II.5.3 *Waarde van* μ *voor stermaterie*

Wij nemen nu aan, dat een element (i) is vertegenwoordigd met X_i gram per gram stermaterie. Dit element heeft atoomgewicht A_i, kernlading Z_i: wij nemen aan, dat van de Z_i elektronen er gemiddeld $Z_i - z_i$ vrij zijn: de resterende z_i elektronen vormen samen met de atoomkern de atoomromp die in de kinetische gastheorie als een enkelvoudig deeltje mag worden opgevat. Wij vinden nu:

$$\frac{N}{\varrho} = \Sigma_i \frac{X_i(Z_i - z_i + 1)}{A_i\, m_H} = \frac{1}{\mu m_H} \qquad (14,5)$$

De grootheid μ is het harmonisch gemiddelde atoomgewicht, berekend over alle vrije deeltjes.

In onderstaande tabel vindt men een overzicht van μ-waarden voor enkele elementen afzonderlijk. Ook het zeldzame zware waterstof en het nog zeldzamer lichte helium zijn in de tabel opgenomen. Voor de meeste elementen hebben wij volledige ionisatie aangenomen, maar ijzer hebben wij de twee sterkst gebonden elektronen laten behouden, om in globale overeenstemming te blijven met de werkelijke situatie in sterren van de hoofdreeks.

TABEL: EFFECTIEVE ATOOMGEWICHTEN (μ) VOOR STERK GEIONISEERDE ELEMENTEN

chemisch symbool	A	Z	z	$(Z-z+1)/A$	μ	$(Z-z)/A$	μ_e
H	1	1	0	2	0,50	1	1,00
(Deuterium)	2	1	0	1	1,00	1/2	2,00
He (licht)	3	2	0	1	1,00	2/3	1,50
He (normaal)	4	2	0	3/4	1,33	1/2	2,00
O (normaal)	16	8	0	9/16	1,78	1/2	2,00
Fe (normaal)	56	26	2	25/56	2,24	3/7	2,33

De stermaterie is een mengsel van allerlei verschillende stoffen. Uit (14,5) blijkt, dat de resulterende μ een gewogen harmonisch gemiddelde is van de μ-waarden van de samenstellende elementen.

Een ruwe, maar zeer bruikbare benadering van μ volgt wanneer men voor alle elementen zwaarder dan helium kiest $\mu = 2$, terwijl men deuterium en licht helium buiten beschouwing laat. Met waterstofgehalte X, heliumgehalte Y, wordt dan:

$$\frac{1}{\mu} = 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}(1 - X - Y) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}X + \frac{1}{4}Y \qquad (14,6)$$

II.5.4 *Stellair elektrisch veld*

Wij hebben tot nu toe de aandacht gericht op de gasdruk die, samen met de stralingsdruk, de materie van de ster in evenwicht moet houden tegen de eigen gravitatie. Maar evenwicht moet niet alleen gelden voor het totaal. Het is ook vereist voor alle soorten deeltjes afzonderlijk. Dit schijnt op het eerste gezicht onbereikbaar. De elektronen leveren door hun grote aantal meer dan de halve bijdrage tot de gasdruk, maar de gravitatie werkt bijna uitsluitend op de atoomrompen.

Waren er geen andere krachten in het spel, dan zouden de elektronen in de ster naar buiten worden gedreven en de positief geladen atoomrompen naar binnen. Deze polarisatie brengt een elektrisch veld (F) teweeg, dat verdere ladingsverschuivingen tegengaat. In plaats van (12,5) treedt nu:

$$dP_e/dr = -g\, N_e m_e - eFN_e \qquad (14,7)$$

$$dP_i/dr = -g\, N_i A_i m_{\rm H} + eF(Z_i - z_i)N_i \qquad (14,8)$$

$$\frac{N_i}{\varrho} = \frac{X_i}{A_i m_H} \tag{14,9}$$

$$\frac{N_e}{\varrho} = \Sigma_i \frac{N_i}{\varrho}(Z_i - z_i) = \frac{1}{\mu_e m_H} \tag{14,10a, b}$$

Hier is μ_e het harmonisch gemiddelde atoomgewicht berekend per vrij elektron.

Telt men alle vergelijkingen (14,7) en (14,8) (voor alle waarden van i) bij elkaar op, dan vindt men (12,5) terug. Deze laatste vergelijking blijft dus als één van de evenwichtsvoorwaarden gehandhaafd.

Uit de vergelijkingen volgt verder, dat de elementen met een grote waarde van $(Z-z)/A$, of een kleine waarde van μ_e in de evenwichtstoestand minder naar het stercentrum zijn geconcentreerd dan de andere. Het verschil is eigenlijk alleen van belang voor waterstof dat de neiging heeft 'boven te drijven'. In normale, dat wil zeggen: gasvormige sterren is het te verwachten verschil in distributie echter niet bijzonder groot, en de geringe snelheid van diffusieprocessen in een ster maakt het twijfelachtig of de evenwichtsseparatie ooit zal worden bereikt – tenzij dit reeds in de protoster was gebeurd. Het te verwachten elektrisch veld is klein. Voor een ster als de zon bedraagt de elektrische verschuiving ongeveer 10^{-25} cm, en de totale lading is slechts 140 coulomb.

II.5.5 *Stralingsdruk, mogelijke instabiliteit*

Wij weten al (13,16) dat het getal $1 - \beta$, dat het aandeel van de stralingsdruk in de totale druk weergeeft, geheel bepaald is door $\mu^2\mathfrak{M}$. Dit geldt althans voor het standaardmodel. Nu is er wel enige reden om aan te nemen dat een relatief hoge waarde van de stralingsdruk de stabiliteit van de ster in gevaar kan brengen. Dit werd al opgemerkt door Eddington, en is door moderne onderzoekingen bevestigd. Wij vinden een aanduiding in (13,3), wanneer wij in aanmerking nemen dat de stralingsdruk evenredig is met T^4 (uiteraard ook bij adiabatische veranderingen), hetgeen leidt tot $\gamma = 4/3$, de uiterste stabiliteitsgrens. Een kleine storing kan dan gevaarlijk worden.

Schwarzschild en Härm hebben aangetoond, dat sterren met $\mathfrak{M} > 60$ zonsmassa's (en een lichtsterkte van een miljoen!) in het hoofdreeksstadium inderdaad in een instabiele toestand geraken. De ster vertoont vermoedelijk *P* Cygni activiteit, dat wil zeggen: hij stoot een reeks materieschillen uit. Voor sterren met $\mathfrak{M} > 95$ is dit beveiligingsmechanisme vermoedelijk niet voldoende, zodat de ster te gronde dreigt te gaan.

II.6 DE HERKOMST VAN DE STERSTRALING

In deel 3, II.2.4 hebben wij al gezien, dat een ster als de zon moet beschikken over een zeer groot energiereservoir waaruit de uitstraling van de ster kan worden 'bekostigd'. Het woord 'kernenergie' is al gevallen.

Het gaat echter niet alleen om de grootte van dit reservoir. Andere problemen dringen zich aan ons op. Hoe komt het dat een ster, geladen met kernenergie, niet explodeert? Hoe komt de onderlinge aanpassing tot stand van de vrijmaking van energie in het inwendige der sterren en het energieverlies door uitstraling? Wat gebeurt er met een ster die (eventueel tijdelijk) niet kan beschikken over energie uit subatomaire bron? Wij bespreken eerst de derde (laatste) vraag.

II.6.1 *Contractietheorie*

In de tijd toen nucleaire reacties nog onbekend, ja, nauwelijks denkbaar waren, schenen de sterren bij hun energievoorziening geheel en al afhankelijk te zijn van gravitatiewerkingen. In deze situatie ontstond Helmholtz' contractietheorie, de eerste serieuze poging om de 'bron' van de sterstraling op te sporen.

Wanneer een ster straling uitzendt, verkleint hij daardoor zijn energieinhoud. Het directe gevolg is een afname van de temperatuur in het inwendige en dus ook van de druk. Het mechanisch evenwicht is verbroken, en het mechanisme van deel 3, II.3.5 treedt in werking. De ster gaat contraheren en, wanneer de ster mechanisch stabiel is, vindt hij een nieuw evenwicht, bij iets verkleinde afmetingen, verhoogde dichtheid, druk en temperatuur.

Het is interessant en instructief, het probleem nog nadrukkelijker van de energiekant te bekijken. Daarbij laten wij de stralingsdruk buiten beschouwing.

Bij uniforme adiabatische contractie neemt de thermische energie van de ster toe (de ster verricht negatieve uitwendige arbeid). De thermische energie (W) varieert evenredig aan T of aan $\varrho^{\gamma-1}$, dus aan $R^{-3(\gamma-1)}$. De (negatieve) potentiële energie (Ω) van de ster neemt toe in absolute waarde, evenredig aan $1/R$. Voor de totale energie (E) kunnen wij schrijven:

$$W = A.R^{-3(\gamma-1)}, \quad \Omega = -B.R^{-1}, \quad E = W + \Omega \qquad (15,1a, b, c)$$

waarin A en B positieve grootheden zijn, die bij uniforme adiabatische contractie niet veranderen.

Wanneer een ster door kleine adiabatische contractie of expansie zijn

energie-inhoud kan verkleinen, is hij niet in stabiel evenwicht. De evenwichtsconditie luidt: $dE/dR = 0$;

$$-3(\gamma - 1)A.R^{-3\gamma+2} + B.R^{-2} = 0 \qquad (15,2)$$

en de stabiliteitsconditie: $d^2E/dR^2 > 0$,

$$-3(\gamma - 1)(-3\gamma + 2)A.R^{-3\gamma+1} - 2B.R^{-3} > 0 \qquad (15,3)$$

Voor de evenwichtstoestand ($R = R_e$) geldt dan (15,2):

$$B = 3(\gamma - 1)A.R_e^{-3\gamma+4} \qquad (15,4)$$

De stabiliteitsconditie (15,3) leidt tot de ons reeds bekende eis:

$$3\gamma - 4 > 0 \qquad (15,5)$$

Tenslotte geldt voor de energie zelf:

$$W = A.R_e^{-3\gamma+4} = \frac{B}{3(\gamma - 1)} R_e^{-1}, \quad \Omega = -B\,R_e^{-1} \qquad (15,6a,\ b)$$

$$E = W + \Omega = \frac{-3\gamma + 4}{3(\gamma - 1)} B\,R_e^{-1} \qquad (15,6c)$$

Wij zien, dat wanneer $1 < \gamma < 4/3$, de totale energie van de ster positief is en de ster dus instabiel, een bevestiging van de reeds bekende stabiliteitsconditie. Belangrijk is de verhouding $Q = |W/\Omega|$. Voor $\gamma = 5/3$ (eenatomig gas) volgt $Q = \frac{1}{2}$; de algemene waarde is $Q = 1/(3\gamma - 3)$.

Volgens de contractietheorie is de ster ontstaan door samentrekking uit een ijle nevel. De totale energie die op deze wijze is vrijgemaakt, is gelijk aan $|\Omega|$. Van deze energie is een fractie Q besteed aan verwarming van de stermaterie, terwijl het overblijvende gedeelte, $1 - Q$, is uitgestraald. Voor $5/3 \geq \gamma > 4/3$ is $1/2 \leq Q < 1$. Dit is het normale geval.

Ons onderzoek schijnt te leiden tot het resultaat dat het contractieproces niet kan ophouden, zolang gravitatie de enig beschikbare energiebron is. Het ligt echter voor de hand, te veronderstellen dat onze analyse voor een gas van zeer hoge dichtheid niet opgaat. Zie deel 3, III.2.

Van meer ogenblikkelijk belang is de vraag of de gravitatie-energie groot genoeg is om in de huishoudelijke behoeften van de ster te voorzien. Voor de zon taxeren wij $|\Omega| = 7{,}4 \times 10^{48}$ erg. Wanneer de helft hiervan beschikbaar zou zijn geweest voor uitstraling, en wanneer deze uitstraling was geschied in het huidige tempo: $3{,}86 \times 10^{33}$ erg/sec, komen wij op een mogelijke 'leeftijd' van bijna 10^{15} seconde, of 30 miljoen jaar. De aardwetenschappen leren ons, dat de zon meer dan 150 maal zo oud is; zie deel 3, II.2.4.

II.6.2 *Nucleaire energie*

Wij zullen hier niet in concreto nagaan hoe nucleaire energie in het inwendige van de sterren wordt vrijgemaakt (zie echter deel 3, II.8), maar zullen ons beperken tot twee aspecten die reeds werden genoemd: het mogelijke gevaar van explosie, en de aanpassing van het tempo van de nucleaire omzettingen aan de uitstraling van de ster (of omgekeerd?).

Wij denken aan de mogelijkheid van explosie, omdat een kleine toename van temperatuur een sterke stijging van de primaire emissie van nucleaire oorsprong tot gevolg heeft.

De stabiliteit van het mechanisch evenwicht wordt echter niet ernstig bedreigd. Want wij hebben gezien, dat een tekort of een teveel aan thermokinetische energie wordt opgevangen door snelle adiabatische contractie of expansie, die de toestand van mechanisch evenwicht, gesymboliseerd door de lijn HH in afb. 45 in deel 3, II.3.5, herstelt.

II.6.3 *Thermisch evenwicht en stabiliteit*

Voor de stabiliteit van het thermisch evenwicht moeten wij echter meer eisen. Het komt er nu op aan, in welke richting het indexpunt van de ster de lijn HH in afb. 45 doorloopt. Beginnen wij met een iets te kleine primaire emissie in A, dan verplaatst het indexpunt zich van A eventueel via B naar D. Dit is het gevolg van de mechanische stabiliteit. Conclusie: een tekort aan primaire emissie doet de ster samentrekken tot een toestand van hogere temperatuur en dichtheid, waardoor de primaire emissie, die aanvankelijk tekort schoot, wordt vergroot. Wanneer daarentegen de primaire emissie bij toestand A te groot is geweest, beweegt het indexpunt van A via C naar E, dat wil zeggen: naar een toestand van lagere temperatuur en druk, en, naar wij veronderstellen, kleinere primaire emissie.

De zwenkingen van de weg ABD en dergelijke behoeven wij niet als reëel te beschouwen. Laat het volstaan te constateren dat onder de gegeven omstandigheden het indexpunt van de ster langs de lijn van mechanisch evenwicht (HH) hetzij naar boven, hetzij naar beneden kruipt, totdat er een toestand van thermisch evenwicht is bereikt.

Het is bijzonder merkwaardig, dat de enorme toename van de nucleaire reactiesnelheid bij stijgende temperatuur, waarvan wij intuïtief gevaar duchten, de ster juist beschermt. Dit wordt mogelijk gemaakt door de snelle mechanische aanpassing.

Welke gevaren bedreigen nu toch nog de ster? Wij noemen er enkele, zonder diep in te gaan op de vraag waar deze van toepassing zouden kunnen zijn.

1 De toename van de primaire emissie door contractie zou gepaard kunnen gaan met een zodanige vermeerdering van de uitstraling aan de oppervlakte, dat de ster steeds sneller 'leegloopt'. Aldus misschien aan de top van de reuzentak voor de overgang naar de dalende tak (deel 3, III.3.8).

2 Toename van temperatuur en druk zouden kunnen leiden tot een afname van de primaire emissie. Zoiets is mogelijk, wanneer endotherme reacties een rol gaan spelen. (Supernovae II; deel 3, III.6.9).

3 Energieverlies door neutrino's kan tot een soortgelijke instabiliteit leiden. (Versnelde evolutie op de dalende tak van het ontwikkelingsschema; deel 3, III.3.9).

4 Het kan zijn, dat een toename van de temperatuur geen belangrijke verhoging van de druk teweegbrengt. Deze situatie doet zich voor bij 'gedegenereerde' materie. (Supernovae I; deel 3, III.6.8).

5 Het kan voorkomen, dat de nucleaire reacties zo snel verlopen, dat de mechanische aanpassing dit tempo niet kan volgen (iets dergelijks bij de heliumflits; deel 3, III.3.8).

6 Het indexpunt van de ster dat langs de lijn HH glijdt, behoeft bij het bereiken van de positie van thermisch evenwicht niet direct te stoppen: het kan er als het ware doorheen vliegen. Het kan heen en weer slingeren om de evenwichtstoestand, en de slingeringen zijn misschien niet altijd gedempt: zij zouden tot een eindig bedrag kunnen groeien. Voor de zuiver thermische stabiliteit is dit mechanisme misschien niet van groot belang, maar een soortgelijke situatie kan zich voordoen bij de mechanische aanpassing: de trilling zelf is mechanisch (korte periode!), de stimulans thermisch. Pulserende sterren zijn hier het voorbeeld.

De stabiliteit van een ster wordt dus bedreigd op vele verschillende manieren. Dit behoeft geen verwondering te wekken, want hoe groot is niet de rijke verscheidenheid in de natuur, voor wat betreft variabele en explosieve sterren!

II.7 ATOOMKERNEN EN KERNREACTIES

II.7.1 *Het atoom*

Het model van Bohr beschrijft het atoom als een positief geladen kern (lading $= +Ze$, $Z =$ positief geheel getal, $e =$ elementair ladingsquantum), omgeven door een zwerm elektronen. De Z elektronen in de zwerm hebben een gezamenlijke lading $-Ze$, zodat het atoom als geheel elektrisch neutraal is. De chemische eigenschappen van het atoom worden bepaald door aantal en ordening van de elektronen in de wolk: het

getal Z is het ranggetal in het periodiek systeem der elementen.

Door het kengetal Z is het atoom nog niet voldoende gekarakteriseerd. Wij moeten ook het 'atoomgewicht' specificeren. Het blijkt dat, bij doelmatig gekozen eenheden, het atoomgewicht (A) ten naaste bij een geheel getal is. De waarde van A wordt bepaald door de atoomkern: de bijdrage van de elektronenzwerm aan de massa van het atoom is nooit groter dan 1 op 1000. Wij schrijven A voor het tot een geheel getal afgerond atoomgewicht, en A voor de exacte waarde. In A is de massa van de elektronenzwerm wèl meegerekend. De eenheid waarin A wordt uitgedrukt, is 1/16 van de massa van de zuurstofisotoop $^{16}_{8}O$. A — A = *massa-exces.*

Met de laatste aanduiding zijn wij al beland in de verdere uitwerking van de nomenclatuur. In de aanduiding $^{A}_{Z}Q$ is Q het chemisch symbool van het element in kwestie, en Z de bijbehorende kernlading, tevens rangnummer in het periodiek systeem. Q en Z bepalen elkaar wederkerig, en een van de twee aanduidingen kan als overvloedig worden weggelaten. Wanneer wij de overvloedige aanduiding toch handhaven, geschiedt dit terwille van de overzichtelijkheid. Het getal A geeft het atoomgewicht aan. De specificatie van A is niét overvloedig. Voor zuurstof ($Z = 8$), bijvoorbeeld kan A gelijk zijn aan 16, 17 of 18. Atomen met verschillende A, maar gelijke Z, bezetten dezelfde plaats in het periodiek systeem en heten daarom isotopen. Voorbeeld: $^{40}_{20}$Ca en $^{44}_{20}$Ca. Atomen met dezelfde A maar verschillende Z zijn isobaren. Voorbeeld: $^{40}_{18}$A en $^{40}_{20}$Ca.

II.7.2 *Kerndeeltjes*

Tegenwoordig denken wij ons de atoomkern opgebouwd uit twee soorten kerndeeltjes of nucleonen: protonen (p) en neutronen (n). Het proton treedt ook op als kern van het waterstofatoom: p = $^{1}_{1}$H. Het aantal protonen in de kern is gelijk aan de kernlading (Z). Het neutron heeft

---

Plaat 20 Groep 1: koolstofisotopen in sterspectra: (a) en (c) normale koolstofsterren, abondantieverhouding $^{12}C/^{13}C$ = 3 à 4; (b) abnormale koolstofster met geringe concentratie van ^{13}C en van waterstof. Groep 2: twee koolstofsterren. Ster (b) is arm aan waterstof: zie 4340 Hγ en het ontbreken van de CH-band (van bandhoofd 4313 naar korte λ). De $^{12}C^{12}C$-band is wel aanwezig. Ster (a) is normale koolstofster. Spectra ter beschikking gesteld door Greenstein en Burbidge en Burbidge.

Plaat 21 Het spectrum van ν Sagittarii (b) naast dat van de 'normale' A-ster η Leonis. Eerstgenoemde ster vertoont een sterke waterstofdeficiëntie (opnamen ter beschikking gesteld door Dr. Greenstein).

ongeveer dezelfde massa als het proton, maar is elektrisch neutraal. Het zou kunnen worden aangeduid als ${}^{1}_{0}n$. Duiden wij het aantal neutronen in een kern aan door N, dan is blijkbaar:

$$A = Z + N \tag{16,1}$$

In een atoomkern is een aantal protonen en neutronen tot een hecht systeem samengevoegd. Wonderlijk schijnt de aanwezigheid van zoveel protonen die elkaar toch, als gevolg van hun elektrische lading, zouden moeten afstoten. Men stelle zich dit niet te gering voor: de elektrische afstoting van twee protonen die elkaar tot een afstand van 2×10^{-13} cm zijn genaderd, bedraagt (coulomb) 6×10^{6} dyne, of 6 kilogram kracht. Het komt echter aan op de energie; deze bedraagt 0,7 MeV.

De binding van nucleonen in de kern wordt teweeggebracht door speciale kernkrachten die, voor afstanden van de orde 2×10^{-13} cm en kleiner, alles overheersend zijn, maar die voor grotere separatie van kerndeeltjes geheel en al kunnen worden verwaarloosd. Weet men dit, dan kan men begrijpen hoe de nucleonen in een kern samen*blijven*, al blijft het voorlopig nog een raadsel hoe zij zijn samen*gekomen*. Deze laatste vraag voert ons naar het probleem van de opbouw van de elementen, dat gemeenschappelijk terrein is van astronomie en fysica.

II.7.3 *Alfa-activiteit; kernsplijting*

Toch blijft de elektrische afstoting ook binnen de atoomkernen zijn betekenis houden. Dit blijkt wel uit het feit dat een te grote positief-elektrische lading de stabiliteit van een atoomkern in gevaar brengt. Onder de kernen met grote lading ($Z > 83$) treft men veel alfa-actieve kernen aan: deze kernen kunnen spontaan een alfa-deeltje (${}^{4}_{2}\alpha$) uitstoten, een proces dat mede dank zij de elektrische lading van de atoomkern tot stand komt. De kernsplijting, die eveneens bij kernen met grote lading kan plaatsvinden, is een nog duidelijker manifestatie van de instabiliteit die als gevolg van een te grote kernlading kan optreden.

Plaat 24 Nova Lacertae 1910; vóór, tijdens en na de eruptie.

Plaat 25 Spectrum van Nova Aquilae 1918. Het aanvankelijke spectrum met de Balmerserie in absorptie wordt verdrongen door een spectrum met een veel ingewikkelder structuur (opnamen Yerkes).

II.7.4 *Proton en neutron; beta-activiteit; behoudwetten*

Protonen treden op als bouwsteen van de atoomkernen, maar ook, in grote hoeveelheden, zonder nucleaire binding, dat wil zeggen: als zelfstandig deeltje, of als kern van een waterstofatoom. Vrije neutronen echter zijn zeldzaam. De oorzaak van dit merkwaardige verschil is, dat het vrije neutron zelf geen stabiel deeltje is. Het kan spontaan desintegreren in een β-proces:



$$n \rightarrow p + \beta^- + \nu' + 0{,}76 \text{ MeV} \qquad (16{,}2)$$

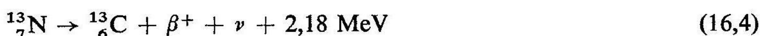
Tot de energieterm dragen bij: kinetische energie van materiedeeltjes, eventuele fotonen, en ook de neutrino's (zie ook deel 3, II.7.5).

Deze spontane desintegratie van het neutron is een voorbeeld van betaverval, dat ook bij echte atoomkernen kan optreden:



$$^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + \beta^- + \nu' + 0{,}20 \text{ MeV} \qquad (16{,}3)$$

maar ook:



$$^{13}_{7}\text{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\text{C} + \beta^+ + \nu + 2{,}18 \text{ MeV} \qquad (16{,}4)$$

In (16,3) verandert de kern van de koolstof-14-isotoop in een stikstofkern, door emissie van een negatief elektron (β^-) en een antineutrino (ν'). In (16,4) verandert een isotoop van stikstof in koolstof, door emissie van een positief elektron (positron) en een neutrino.

Discussie van (16,3/4) komt neer op de demonstratie van een aantal behoudwetten van de kernfysica.

1 Behoud van baryongetal. Van de zogenoemde 'zware deeltjes' (baryonen) hebben wij alleen proton en neutron leren kennen. Het baryongetal geeft het totale aantal 'zware deeltjes' en is gelijk aan A; zie (16,1).

2 Behoud van lading. De lading van een atoomkern is gegeven door Z, die van het elektron door $\pm$ 1. Het neutrino heeft geen lading. De wet van behoud van lading is in (16,3/4) duidelijk gedemonstreerd.

Toch schuilt er een addertje onder het gras. Denkt men zich de ^{14}C-kern van (16,3) geëscorteerd door de hem toekomende zes elektronen, dan heeft men na de transformatie een stikstofkern met zeven elektronen: zes geërfd, een toegevoegd. Dit is zoals het behoort. In het (16,4)-proces, echter, bedraagt het oorspronkelijk escorte zeven negatieve elektronen. De omzetting voegt daar een positief elektron aan toe.

Als escorte van de ^{13}C-kern zijn zes negatieve elektronen nodig. Er is een overschot van een negatief en een positief elektron. Nu is een positief elektron een 'rara avis'. Het is ook geen lang leven beschoren. Het zal natuurlijk wel eens in botsing komen met een negatief elektron. Bij een dergelijke botsing gaan beide elektronen te gronde, waarbij dan twee

fotonen van harde, energierijke elektromagnetische straling ontstaan:

$$\beta^- + \beta^+ \rightarrow 2\gamma \qquad (16,5)$$

De beide overtollige en tegengesteld geladen elektronen vernietigen elkaar. Het positieve elektron wordt beschouwd als het 'antideeltje' van het negatieve elektron: zelfde massa, maar tegengestelde lading en vooral ook: het vermogen het andere te vernietigen. In dezelfde sfeer ligt ook de tegenstelling neutrino-antineutrino.

3 Behoud van leptongetal. De leptonen zijn 'lichte deeltjes'. De voor ons belangrijke voorbeelden zijn negatief elektron en neutrino. Deze deeltjes hebben leptongetal + 1. De antideeltjes (β^+ en ν') krijgen leptongetal — 1. Het behoud van leptongetal in (16,3/4) is nu evident.

4 Behoud van energie, van impuls, van impulsmoment. Deze behoudwetten moeten worden geformuleerd in overeenstemming met de speciale relativiteitstheorie. Wij kiezen (16,4) als voorbeeld.

De waarde van A voor de atomen ^{13}N en ^{13}C bedraagt respectievelijk 13,009 904 en 13,007 561, een massaverschil van 2,343 mME (milli-massaeenheden). Wij beschrijven dit resultaat met behulp van meer gebruikelijke energie-eenheden in casu MeV, miljoen elektron Volts, dat is de energie die een elektron krijgt wanneer het een veld van 10^6 volt doorloopt. De conversiefactor kan worden berekend uit Einstein's bekende relatie $E = mc^2$. Men vindt:

$$1 \text{ mME} = 0{,}932 \text{ MeV}, \quad 1 \text{ MeV} = 1{,}074 \text{ mME} \qquad (16,6a, b)$$

Onze 2,343 mME is equivalent aan 2,184 MeV.

Zolang het neutrino onbekend was, moest men trachten de energiebalans sluitend te maken door de kinetische energie van de gevormde koolstofkern (terugstoot) en de energie van het uitgestoten positieve elektron in rekening te brengen. Evenals bij het afvuren van een kanon, wordt het verreweg grootste deel van de energie afgevoerd door het projectiel. De energie van het uitgestoten elektron zou een (voor deze reactie) constante grootheid moeten zijn, een ietsje kleiner dan 2,184 MeV. De exacte waarde kan worden gevonden als men ook de wet van behoud van impuls in rekening brengt. Uit experimenten bleek echter, dat de energie van het uitgestoten elektron geen vaste waarde heeft, en dat uit de behoudwetten alleen de bovengrens van een spectrum van elektronenergieën volgt. Dit resultaat, in combinatie met overeenkomstige beschouwingen over het behoud van impulsmoment, bracht Pauli ertoe, het neutrino als hypothetisch deeltje in te voeren.

II.7.5 *Neutrino*

Het neutrino heeft merkwaardige eigenschappen. Het heeft geen elektrische lading en een veel kleinere massa dan het elektron. Het is mogelijk, dat de rustmassa van het neutrino gelijk aan nul is. Wel moet de spin (impulsmoment) van nul verschillen. Dit volgt uit de reeds genoemde wet van behoud van impulsmoment.

Over de misschien ontbrekende rustmassa van het neutrino behoeft men zich niet al te ongerust te maken. Ook een foton heeft geen lading en geen rustmassa. Het foton beweegt immers met de snelheid van het licht. Tracht men het tot stilstand te brengen door het te absorberen, dan houdt het op een foton te zijn. Het echte foton heeft wel degelijk een eindige energie en men kan het een dienovereenkomstige 'bewegende massa' m toeschrijven, waarbij $m = h\nu/c^2$ (h = constante van Planck, ν = trillingsfrequentie). Poogt men nu de 'rustmassa' te vinden door te vermenigvuldigen met een factor $\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$, dan krijgt men voor $v = c$ uiteraard de waarde nul. Vergelijkt men nu het neutrino (rustmassa gelijk aan nul gesteld) met een foton, dan blijkt dat beide deeltjes zich voortbewegen met de snelheid van het licht en dat zij een hoeveelheid energie met zich meedragen, die kwantitatief bepaald werd bij het 'geboorteproces'. Absorptie van foton of van neutrino betekent vernietiging van dit deeltje, waarbij de vrijkomende energie aan materiedeeltjes wordt overgedragen. Dit proces heeft niets mysterieus, althans niet meer dan andere fysische processen die wij als 'normaal' plegen te accepteren.

Geen lading, geen rustmassa. Wél bezit het neutrino het vermogen, kernreacties op te wekken. Hierop berust de mogelijkheid van detectie. Maar de interactie met de materie is zwak. In materie met dichtheid 1 g/cm^3 bedraagt de 'vrije weglengte' van het neutrino 10^{19} à 10^{20} cm, dat is 10 à 100 lichtjaren! Maar er zullen altijd neutrino's zijn, laten we zeggen 1 op 10^{15}, die reeds bij het doorlopen van 1 km materie worden geabsorbeerd en door het verwekken van een karakteristieke kernreactie het bestaan van de neutrinostroom verraden.

De basisreactie voor de processen waarin een neutrino wordt geabsorbeerd, luidt:



$$n + \nu \rightarrow p + \beta^- \qquad (16,7)$$

In het algemeen gesproken, reageren neutrino's het gemakkelijkst op atoomkernen met een groot neutronenoverschot $N - Z = A - 2Z$. De 'kleinste' stabiele kern die daarvoor in aanmerking komt, is ^{37}Cl met $N - Z = 3$:



$$^{37}_{17}\mathrm{Cl} + \nu \rightarrow {}^{37}_{18}\mathrm{A} + \beta^- \qquad (16,8)$$

Deze chloorisotoop wordt dan ook gebruikt voor detectie van neutrino's. Deze detectiemethode is echter onderhevig aan een beperking. De massa van ^{37}A + β^- is groter dan die van ^{37}Cl alleen, zodat reactie (16,8) slechts dan kan plaatsvinden, als het neutrino op zijn minst de ontbrekende energie met zich meevoert. De 'drempelwaarde' bedraagt in dit geval 0,81 MeV.

II.7.6 *Bindingsenergie*

De (in massa-eenheden uitgedrukte) bindingsenergie (E) van een atoomkern is het verschil tussen de werkelijke massa van die kern en de totale massa van de (verspreid gedachte) nucleonen. Dus:

$$E = Z \times M_p + N \times M_n - A \qquad (16,9)$$

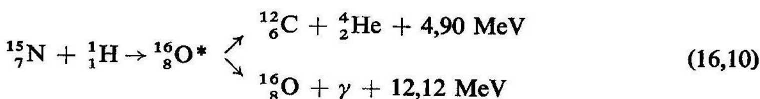
waarbij M_p en M_n de massa van proton, respectievelijk neutron voorstellen, in dezelfde maat uitgedrukt als A, en wel in energie-eenheden. De energie-inhoud van de kern kan worden gesteld op $-E$ ($-E < 0$).

Kennis van de bindingsenergie is van groot belang, omdat in het inwendige van de meeste sterren de temperatuur niet hoog genoeg is om op grote schaal endotherme kernreacties mogelijk te maken. Endotherme reacties vragen immers toevoer van energie uit de omgeving, waar deze energie meestal niet beschikbaar is. Wij krijgen zo een eenrichtingsverkeer voor kernprocessen, altijd in de richting naar lagere energie.

Dit geldt ook voor betaverval (16,3/4) en het gevolg is, dat van twee 'aangrenzende isobaren' er ten hoogste één stabiel kan zijn. Voor het overige bestaat een voorkeur voor even aantallen neutronen en dito protonen. Deze deeltjes worden graag paarsgewijs gebonden. Zeer stabiel (grote E/A) is de heliumkern ^{4}He, die vaak dienst doet als projectiel (alfadeeltje) bij kernbombardementen in het laboratorium.

II.7.7. *Kernreacties; tunneleffect*

Ter illustratie kiezen wij een kernreactie die in vele sterren optreedt:



$$^{15}_{7}\text{N} + ^{1}_{1}\text{H} \rightarrow ^{16}_{8}\text{O}^* \begin{cases} \nearrow \; ^{12}_{6}\text{C} + ^{4}_{2}\text{He} + 4{,}90 \text{ MeV} \\ \searrow \; ^{16}_{8}\text{O} + \gamma + 12{,}12 \text{ MeV} \end{cases} \qquad (16,10)$$

In verkorte notatie:



$$^{15}\text{N}\,(p, \alpha)\,^{12}\text{C of } ^{15}\text{N}\,(p, \gamma)\,^{16}\text{O} \qquad (16,11\text{a, b})$$

Vorming van ^{12}C is de normale afloop. Slechts in 1 van de 2000 gevallen ontstaat ^{16}O. De gang van zaken is ongeveer als volgt:

Fase 1: het proton stormt recht op de stikstofkern af.

Fase 2: volledige doordringing van de botsende deeltjes, waardoor een 'compoundkern' (in bovenstaand voorbeeld ^{16}O) wordt gevormd. Deze kern bevindt zich dan in een aangeslagen toestand (aangeduid door *, dus $^{16}O^*$). Wij tekenen hierbij aan, dat een atoomkern, evenals een atoom, een hele reeks echte aangeslagen toestanden kent. Wanneer de energie-inhoud van de volgens (16,10) gevormde compoundkern niet ten naaste bij samenvalt met een van de energieniveaus van ^{16}O, is de geforceerde aangeslagen toestand slechts een kort leven beschoren en is reemissie van het niet goed passende proton een veel voorkomend einde; een voltooiing volgens (16,10), de eigenlijke kernreactie dus, is een belangrijke uitzondering. Maar wanneer de geforceerde excitatie voert tot de nabije omgeving van een eigen energieniveau van de compoundkern, kan deze overgangssituatie lang duren en wordt de kans op een verloop volgens (16,10/11) veel gunstiger. Men noemt dit verschijnsel resonantie (zie ook deel 3, III.3.7).

Fase 3: de compoundkern valt uiteen door emissie van een deeltje, of gaat door het uitzenden van een foton over in de stabiele grondtoestand.

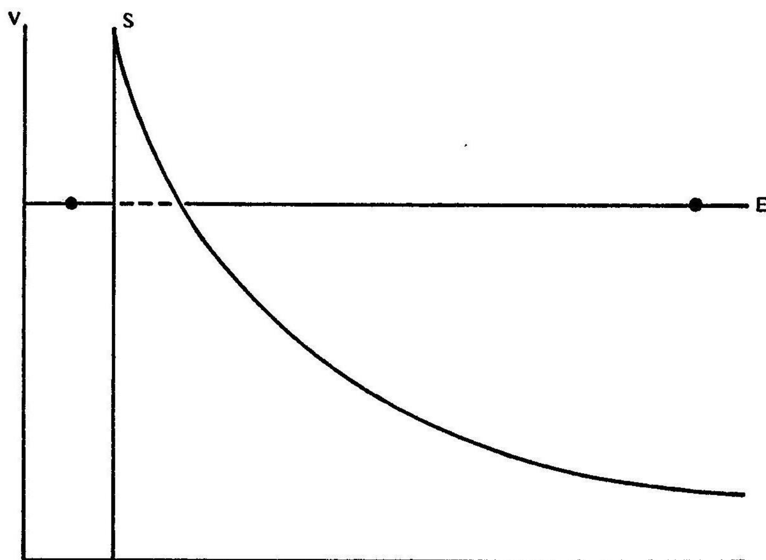
De doordringingsfase is voor het begrip misschien het moeilijkst. Wij hebben gezien, hoe groot de coulombafstoting tussen de botsende kernen is. De coulombenergie van twee kernen met lading Z_1e en Z_2e op een afstand van 2×10^{-13} cm bedraagt ongeveer 0,7 Z_1Z_2 MeV. De doordringing van proton en stikstofkern eist dus een energie van 5 MeV. Nu is, bij een temperatuur van 10^7 graden, de gemiddelde energie van de 'thermische deeltjes' (dat wil zeggen: deeltjes die aan de normale warmtebeweging meedoen, en niet als projectielen zijn weggeschoten) ongeveer 1 KeV. Een energie van 5 MeV verwacht men bij 5×10^{10} graden. De temperatuur in het inwendige van de sterren is van de orde 10^7 à 10^8 graden.

Nu behoeven wij niet het onderste uit de kan te hebben. De kernreacties in de sterren verlopen langzaam, hoofdzakelijk doordat lang niet elke ontmoeting tussen potentiële partners tot een reactie leidt. De zon heeft immers al vele miljarden jaren geschenen, en blijkbaar is een groot aantal protonen tot nu toe nog steeds de dans ontsprongen. Het is voldoende, te eisen dat de snelste thermische protonen een reactie kunnen verwekken. Deze verlichting van eisen is belangrijk, maar, op zichzelf staand, onvoldoende. De weg uit het dilemma kon worden gevonden met behulp van Gamows theorie van de alfa-radioactiviteit en de ontdekking van het 'tunneleffect'.

De kern van $^{238}_{92}U$ is radioactief en gaat na emissie van een alfadeeltje over in een thoriumisotoop $^{234}_{90}Th$. De energie van het uitgestoten alfadeeltje is ongeveer 4 MeV (kinetische energie op grote afstand van de

restkern). De situatie is schematisch weergegeven in afb. 47. De getrokken kromme lijn geeft V, de totale energie van het alfadeeltje (of, juister gezegd, van het gehele systeem), als het alfadeeltje nog binnen of in de buurt van de restkern verkeert. De grootte van de kracht is gelijk aan de helling van de potentiaalcurve. Bij S is de overgang tussen de afstotende coulombkracht en de aantrekkende kernkracht. De totale energie van het systeem (E) is constant (4 MeV) en $E = V + T$, waarin $T =$ kinetische energie van het systeem. Daar $T \geq 0$, moet $V \leq E$. Het traject $V > 4$ MeV is voor het alfadeeltje onbereikbaar. Hieruit zou volgen, dat het alfadeeltje van 4 MeV óf definitief binnen de kern is opgesloten, óf definitief buitengesloten.

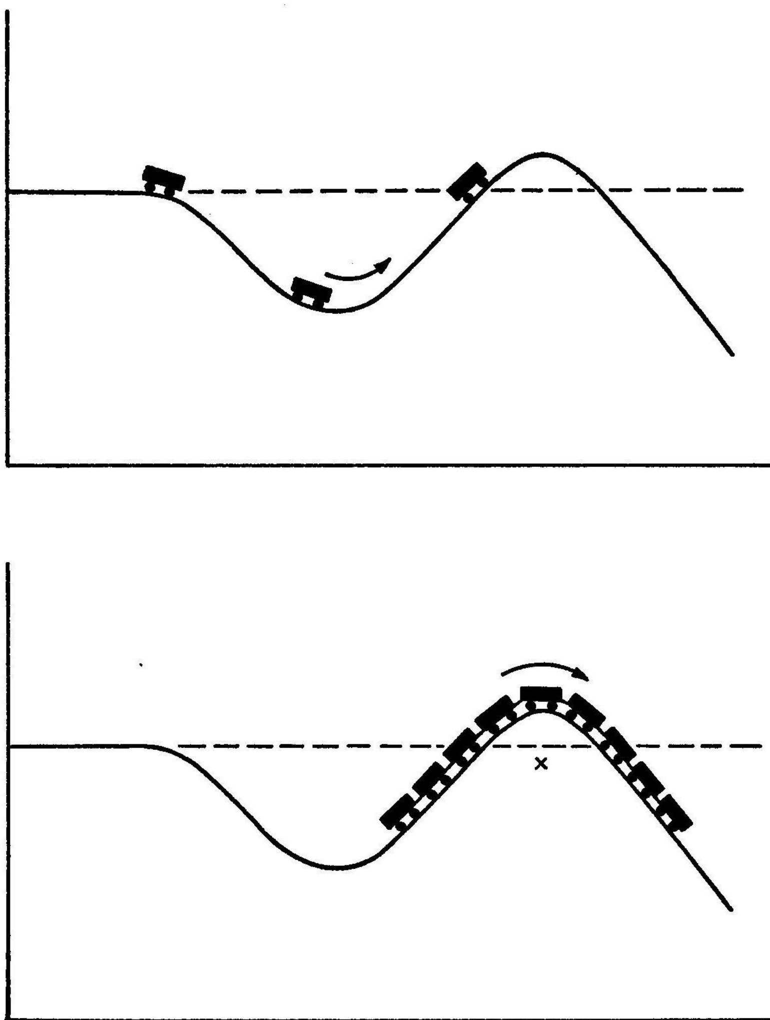
Gamow constateert, dat volgens de golfmechanica het alfadeeltje een eindige kans heeft om de potentiaalberg te doorboren, mits de berg niet te breed en niet te hoog is. Wij willen het verschijnsel op iets minder aanstootgevende wijze illustreren. Afbeelding 48 toont ons een kermisvermaak, waarbij wagens of treinen, startend van een horizontaal stuk (E), met een zeer kleine snelheid, een potentiaalberg moeten trachten te 'nemen'. Men ziet dat treinen meer presteren dan losse wagens, en dat de potentiaalberg wordt 'doorboord', niet door trein of wagens zelf, maar



Afb. 47 Theorie van de alfaradioactiviteit (Gamow).

door het zwaartepunt van de trein. De mogelijkheid van passage hangt dus af van de afmetingen van het passerende deeltje.

Deze gedachtengang passen wij toe op het nucleaire probleem. In de golfmechanica kan het alfadeeltje niet worden beschouwd als een massapunt of als een deeltje met gefixeerde dimensies. Het heeft meer gelijkenis



Afb. 48 Het passeren van een hoge potentiaalberg.

met een amoebe, en men kan stellen dat het, na een onafzienbaar aantal mislukte pogingen, tenslotte over de potentiaalberg heenglibbert.

Dank zij dit bijzondere effect is het nu mogelijk dat een alfadeeltje de potentiaalberg passeert, ook als $E < V_{max}$. Deze matiging in de gestelde eis leidt ertoe, dat de snelste thermische deeltjes de potentiaalberg kunnen passeren. Dit is van belang zowel voor de intrede als voor de uittrede van een positief geladen deeltje.

Bij onze eerste poging het optreden van de reactie (16,10) te verklaren, vonden wij een discrepantie tussen de benodigde energie (5 MeV voor het passeren van de potentiaalberg) en de gemiddelde thermische energie van de vrije deeltjes (ongeveer 1 keV). Door deze discrepantie komt in de reactiewaarschijnlijkheid een factor e^{-2500} of 10^{-1000}, wat wel wat kras is. Wij kunnen nu de discrepantie als het ware verdelen: wij nemen deeltjes van 100 keV, 50 × de gemiddelde thermische energie, terwijl $E/V_{max} = 1/50$. Deze verdeling doet nu twee waarschijnlijkheidsfactoren e^{-50} optreden: gecombineerd levert dit e^{-100} of 10^{-40}, zodat er een factor 10^{960} is gewonnen!

II.7.8 *Reactietypen*

Wij hebben uitvoerig stilgestaan bij de reactie (16,10), een reactie, uitgelokt door protonen. Er zijn nog andere mogelijkheden.

De fysica onderscheidt vier soorten interacties: 1. sterke interacties (tussen baryonen); 2. elektromagnetische interacties; 3. zwakke interacties (waarbij leptonen zijn betrokken); 4. gravitatie.

Het onderscheid tussen sterke en zwakke wisselwerkingen is al even genoemd in deel 3, II.7.4 en 5. De concurrentie tussen sterke interacties en elektromagnetische verschijnselen komt tot uiting bij (16,11), waar (p, α) het normale verloop aanduidt en (p, γ) erg op de achtergrond treedt. Het is waar, dat in de (p, α)-reactie het alfadeeltje nog eens een potentiaalberg moet overwinnen. Maar dat is nu veel gemakkelijker dan bij de intrede van het proton, omdat het uittredende deeltje een energie heeft van 5,26 mME. In het algemeen kan men zeggen, dat een bepaald type wisselwerkingen alleen dan aan bod komt, als alle (in ons schema) hoger geplaatste interacties onmogelijk zijn. Toch kan het een enkele keer nuttig zijn, vertakkingen als in (16,11) te bestuderen.

Het β^--verval behoort tot de zwakke interacties. Dit komt tot uiting in het trage verloop.

Wanneer er neutronen beschikbaar zijn, worden (n, p)-reacties interessant. Neutronen kunnen gemakkelijk in een kern doordringen, omdat zij geen potentiaalberg hebben te overwinnen. Maar neutronen zijn niet vaak beschikbaar. Zij zijn β^--actief (16,2).

$$n \rightarrow p + \beta^- + \nu' + 0{,}76 \text{ MeV} \qquad (16{,}2)$$

en kunnen dus alleen optreden als zij doorlopend worden geproduceerd. Het is nog erger. Neutronen kunnen worden opgeslorpt in processen als:

$$^{14}_{7}\text{N}\ (n, p)\ ^{14}_{6}\text{C} + 0{,}56 \text{ MeV} \qquad (16{,}12)$$

welke zwak exotherme reactie wordt gevolgd door spontaan β^--verval met herstel van de ^{14}N-kern:

$$^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + \beta^- + \nu' + 0{,}20 \text{ MeV} \qquad (16{,}13)$$

zodat een enkele ^{14}N-kern hele reeksen neutronen kan absorberen. Combinatie van (16,12) en (16,13) is in het uiteindelijk resultaat niets anders dan (16,2), maar de absorptie van neutronen vindt veel sneller plaats in (16,12) dan in (16,2), doordat (16,12) berust op de sterke interacties. Atoomkernen als ^{14}N, die neutronen in snel tempo opslorpen, worden aangeduid als 'neutron-vergiften'. Wil men aan de neutronen een belangrijke rol toekennen, dan moet men wel zeker weten dat de ster in het gebied waar het om gaat, geen neutron-vergiften bevat.

II.8 DE STERREN VAN DE HOOFDREEKS

II.8.1 *Helium uit waterstof*

Onafhankelijk van elkaar zijn H. A. Bethe en C. F. von Weizsäcker, niet lang voor de Tweede Wereldoorlog, erin geslaagd de kernreacties die de primaire emissie in de sterren van de hoofdreeks in stand houden, op het spoor te komen. Deze reacties leiden tot de vorming van helium uit waterstof, volgens het algemene schema:

$$4\ ^{1}_{1}\text{H} + 4\beta^- \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + 2\beta^- + 2\nu + 26{,}7 \text{ MeV} \qquad (17{,}1)$$

De totale hoeveelheid energie die in deze reactie wordt vrijgemaakt, volgt uit de atoomgewichten:

$^{1}_{1}\text{H} + \beta^-$	1,008131,	$4 \times (^{1}_{1}\text{H} + \beta^-)$	4,032 524,
		$^{4}_{2}\text{He} + 2\beta^-$	4,003 860
			——— —
Beschikbaar voor primaire emissie:			0,028 664

De vrijgemaakte energie bedraagt dus 28,664 mME = 26,7 MeV of 7,166 mME = 6,7 MeV per kerndeeltje. (Voor definitie eenheden zie deel 3, II.7.4.) Van de vrijgemaakte energie komt een klein deel niet aan de ster ten goede, omdat het door de vrijwel ongrijpbare neutrino's wordt

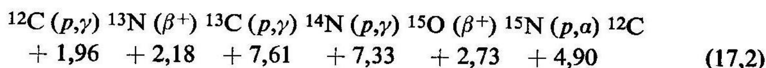
meegesleurd. Wat beschikbaar blijft is toch nog altijd ongeveer 25 MeV voor elke gevormde heliumkern, of 6×10^{18} erg per gram getransmuteerde waterstof. Dit is 1/50 van het relativistisch massaequivalent (mc^2): 9×10^{20} erg per gram.

De straling van onze zon bedraagt ongeveer 4×10^{33} erg/sec, of 2 erg/gram sec. Zou de zon bestaan uit pure waterstof, dan zou zijn maximale levensduur (bij constante uitstraling) op 3×10^{18} sec $= 10^{11}$ jaar moeten worden gesteld. Men realisere zich wat dat betekent: hoeveel 'gemiste kansen' het 'laatste proton' zal hebben gehad, voordat het bij een botsing zijn bestemming tegemoet gaat.

De kennis van de snelheid (of traagheid) waarmee de reacties verlopen, is essentieel voor een goed begrip van de sterren. Wanneer wij de snelheid van de transmutatie H $\rightarrow$ He willen berekenen, moeten wij de reacties zelf specificeren. Twee reeksen van omzettingen zijn hier van direct belang: de koolstofcyclus (CNO) en de protonenreeks (pp).

II.8.2 *Koolstofcyclus*

De koolstofkern ^{12}C treedt op als katalysator in het proces (17,1). Drie achtereenvolgende nucleonen blijven aan de C-kern 'kleven'; het vierde voegt zich met de andere samen tot een heliumkern, die wordt uitgestoten. De koolstofkern wordt daarbij in zijn oorspronkelijke staat hersteld. Het verloop van de cyclus is weergegeven in het schema (17,2):



$$\begin{array}{ccccccc} ^{12}C\,(p,\gamma)\,^{13}N & (\beta^+)\,^{13}C & (p,\gamma)\,^{14}N & (p,\gamma)\,^{15}O & (\beta^+)\,^{15}N & (p,\alpha)\,^{12}C & \\ +1{,}96 & +2{,}18 & +7{,}61 & +7{,}33 & +2{,}73 & +4{,}90 & (17{,}2) \end{array}$$

De getallen in de onderste rij geven de in de reactie vrijkomende energie, uitgedrukt in MeV. Het symbool (β^+) is een beknopte aanduiding voor positief beta-verval. Zie (16,4).

Kennis van de snelheid (traagheid) waarmee de cyclus verloopt, is voor ons van groot belang. De afzonderlijke reacties zijn te groeperen in drie typen:

1 Sterke wisselwerkingen: (p,α);
2 elektromagnetische wisselwerkingen: (p,γ);
3 zwakke wisselwerkingen: (β^+).

De laatste categorie zou de traagste moeten zijn, ware het niet, dat hier de grootste belemmerende factor ontbreekt: de kern behoeft niet te wachten op het binnendringen van een vreemd deeltje, omdat het β-verval spontaan plaatsvindt. In werkelijkheid verlopen deze (β)-processen veel sneller dan omzettingen die afhankelijk zijn van ontmoetingen. Zoals te verwachten was, zijn de (p,γ)-reacties de langzaamste. In onderstaande tabel geven wij in de tweede kolom de gemiddelde levensduur van de in

(17,2) voorkomende kernen onder standaardcondities ($T = 13 \times 10^6$, dichtheid waterstofgas $= \varrho X = 100$ g/cm^3). De getallen zijn ontleend aan M. Schwarzschild.

kern	*gemiddelde levensduur (M.j. = 10^6 jaar)*		*atoomtallen (uit CNO)*	*atoomtallen (zonnestelsel)*
^{12}C	13	M.j.	1,00	1,00
^{13}N	7	min.	10^{-12}	–
^{13}C	2,7	M.j.	0,21	0,011
^{14}N	320	M.j.	25	0,29
$^{15}\sigma$	82	sec.	2×10^{-13}	–
^{15}N	0,11	M.j.	0,008	0,0010

In de ster verlopen de invangreacties uiterst traag. Deze traagheid is een gevolg van de geringe energie van de botsende (thermische) protonen. In het laboratorium kan de inwerking van snelle protonen worden nagegaan. Daarna kan met behulp van de theorie van Gamow de reactiesnelheid onder stellaire condities worden berekend. De grootste moeilijkheid die zich daarbij voordoet, is onvoldoende bekendheid met de ligging van de energieniveaus bij sommige van de kernen, zodat wij misschien niet genoeg weten van eventuele resonanties (zie deel 3, II.7.7).

Dit argument is vooral van betekenis voor de ^{14}N-reactie, omdat het energietermschema van de compoundkern ^{15}O niet goed bekend is. Door eventuele resonantie wordt de snelheid van de reactie vergroot. Dit is vooral van belang, omdat juist deze reactie de langzaamste is van de gehele cyclus en dus het tempo van de omzettingen in zijn geheel beheerst. In het uiterste geval zou de ^{12}C-reactie het tempo gaan beheersen. De snelheid van die reactie schijnt goed bekend te zijn.

Wanneer wij aannemen, dat er in de koolstofcyclus een constante doorstroming is, is de concentratie (naar aantal) van de in de tabel genoemde kernen evenredig aan hun levensduur. De op $^{12}C = 1$ genormeerde aantallen vindt men in de derde kolom van de tabel. Zij verschillen radicaal van wat wij vinden in het zonnestelsel. In deel 3, I.8.4 bleek overigens, dat uit het spectrum van een groot deel van de 'koolstofsterren' een verhouding $^{12}C/^{13}C = 3$ à 4 is gevonden.

II.8.3 *De protonenreeks*

Koolstof en stikstof hebben kernlading 6 en 7. Deze relatief hoge lading bemoeilijkt de door protonen geïnduceerde transmutaties in hoge mate.

Alleen bij sterren op het bovenste deel van de hoofdreeks is de temperatuur in het inwendige zo hoog, dat CNO-reacties van groot, zelfs van overheersend belang zijn.

Hoe is nu de situatie voor sterren die lager op de hoofdreeks staan? Reacties met Li, Be en B verlopen zo snel, dat zij van geen enkel belang zijn, tenzij de dreigende depletie van deze elementen wordt voorkomen door een voortdurende aanvulling in andere kernprocessen. Wij moeten beginnen met waterstof zelf.

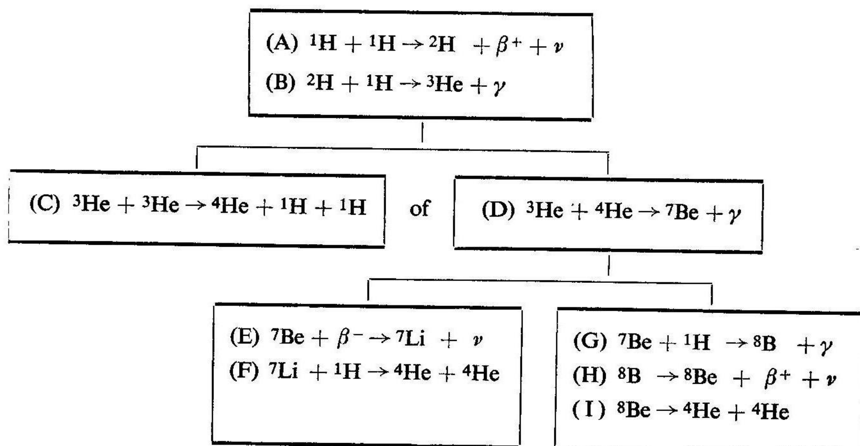
De basis voor de opbouw van He en H is de 'protonenreactie':



$$^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}H + \beta^{+} + \nu \qquad (17,3)$$

Deze reactie – die afhankelijk is van de zwakke wisselwerkingen – verloopt in een uiterst langzaam tempo. Gelukkig, want deze traagheid is een van de oorzaken van de bestendigheid van sterren als, bijvoorbeeld, de zon.

Reactie (17,3) wordt aangevuld door een reeks omzettingen die tenslotte leiden tot de vorming van helium. Wij geven hier een overzicht van de aansluitende reacties:



In de reacties (A) en (B) hebben wij uitsluitend te maken met waterstof, en $Z_1 \times Z_2 = 1$. Reactie B wordt gevolgd door (C) of door (D), maar in beide reacties botsen heliumkernen: $Z_1Z_2 = 4$. Gezien de gevoeligheid van de kernreacties voor kernlading en voor temperatuur, moeten er heel wat sterren zijn waar (B) wel plaatsvindt, maar (C) en (D) niet. De omzettingen houden dan halt na de vorming van ^{3}He, de (op aarde uiterst zeldzame, maar wel stabiele) lichte heliumisotoop.

Is de temperatuur hoog genoeg, dan gaan wij naar (C) of (D). (C) is alleen van belang in sterren waar meer ^{3}He aanwezig is dan ^{4}He. Dit moet dan gelden voor de ster als geheel, niet alleen voor de oppervlaktelagen, zoals in 3 Centauri A (zie deel 3, I.8.4) vermoedelijk het geval is. Na (C) is de reeks als afgesloten te beschouwen. (Na (D) splitst de keten zich opnieuw, in de takken (E,F) en (G,H,I).)

Het is van groot belang, dat de reacties geen van alle leiden tot de vorming van koolstof. Het schijnt dus wel, alsof de CNO-groep geheel los staat van de groep elementen van waterstof tot borium.

II.8.4 *Transport van energie*

De twee mechanismen voor primaire emissie, die wij zojuist hebben besproken, zijn niet alleen fysisch, maar ook in hun uitwerking op de ster zeer verschillend. Van direct belang is de invloed van de temperatuur op de nucleaire reactiesnelheid. De weerstrevende coulombkracht is veel belangrijker bij de CNO-cyclus dan in de pp-reeks, en de CNO-cyclus is daardoor veel 'gevoeliger' voor temperatuurinvloeden. Wij schrijven:

$$\frac{d \log \varepsilon}{d \log T} = \nu(T) \qquad (17,5)$$

De 'exponent' ν is een functie van T.

De tabel, ontleend aan Schwarzschild, geeft enkele karakteristieke waarden:

(pp)			*(CNO)*		
T_6	$\log \varepsilon_1$	ν	T_6	$\log \varepsilon_1$	ν
4–6	−6,84	6,0	12–16	−22,2	20
6–10	−6,04	5,0	16–24	−19,8	18
11–17	−5,02	4,0	24–36	−15,6	15
16–24	−4,40	3,5	36–50	−12,5	13

T_6 is de temperatuur in miljoenen graden, en ε_1 is een parameter in een interpolatieformule voor de primaire emissie:

$$\varepsilon_{pp} = \varepsilon_1 \times \varrho X^2 \times T_6^{\nu} \qquad (17,6)$$

voor de proton-proton reactieketen en dienovereenkomstig voor de kool-

stofcyclus. Wij kunnen nu, gebruik makende van de homologierelaties (deel 3, II.3.2), schrijven:

$$L/\mathfrak{M} \sim X\,C\,\varrho\,T^{\nu} \sim X\,C\,(\mathfrak{M}/R^3)\,(\beta\mu\mathfrak{M}/R)^{\nu} \qquad (17,7a,\ b)$$

waar C = concentratie (naar gewicht) van het met waterstof reagerende element. Deze (slechts in ruwe benadering voor chemisch homogene sterren geldige) relatie kan nu, in combinatie met (13,20) of (13,21) worden gebruikt om zowel de lichtsterkte als de straal van een ster te berekenen, wanneer alleen de massa en de chemische samenstelling berekend zijn. De zon, of een andere welbekende ster kan dan worden gebruikt als standaard. Tenslotte: Wanneer ν groot is, zoals in de koolstofcyclus, is de primaire emissie in sterke mate geconcentreerd in het centrale deel van de ster. Dit is het geval voor alle sterren in het bovenste deel van de hoofdreeks, waar de CNO-cyclus bijna uitsluitend verantwoordelijk is voor de primaire emissie. Het gevolg is dat, reeds dichtbij het middelpunt van de ster, een krachtige energiestroom moet worden voortgestuwd, wat alleen mogelijk is door convectie. Voor deze sterren is het puntbronmodel (deel 3, II.4.4) een goede benadering. De primaire emissie in het gebied buiten de convectieve kern kan worden verwaarloosd.

Bij de sterren in het onderste deel van de hoofdreeks ligt de situatie heel anders. Hier domineert de pp-keten. Men zou zich kunnen voorstellen, dat deze sterren in hun geheel in stralingsevenwicht verkeren. Later zal blijken dat deze veronderstelling onjuist is. Deze sterren hebben een convectieve mantel; zie deel 3, II.9.2.

II.8.5 *Blik in de afgrond*

Een van de 'kleine' wonderen van de moderne natuurwetenschap is de mogelijkheid tot directe waarneming van het inwendige van de zon. Want hoe is het anders te betitelen wanneer neutrino's die in het inwendige van de zon in nucleaire reacties zijn voortgebracht, langs de directe weg tot ons komen en in onze meetapparaten worden geregistreerd? Ondanks de (noodzakelijkerwijs) uiterst inefficiënte methode van detectie (zie deel 3, II.7.5) is het aan Davis gelukt dit technische wonder te volbrengen. In zijn eerste experiment registreerde hij een gemiddelde van een neutrino in twee dagen!

Op het eerste gezicht schijnt deze prestatie meer spectaculair dan nuttig. Wij weten immers precies hoeveel helium elke seconde in het lichaam van de zon wordt opgebouwd. Om dit getal te vinden behoeven wij slechts de totale uitstraling van de zon ($3{,}90 \times 10^{33}$ erg/sec) te delen door de grootte van de energie die bij de formatie van een heliumkern wordt

vrijgemaakt, namelijk 4,27 × 10^{-5} erg. De reactieschema's wijzen uit dat voor elke nieuwe heliumkern twee neutrino's worden voortgebracht, en wel ongeacht de weg die bij de formatie van helium is gevolgd. Wij weten dus nauwkeurig, dat in het inwendige van de zon elke seconde 1,80 × 10^{38} neutrino's worden voortgebracht, en dat de neutrinostroom in de omgeving van de aarde 6 × 10^{10} neutrino's per cm^2 en per seconde bedraagt. Deze berekening is zo direct en zo eenvoudig, dat de zaak hiermee al bij voorbaat schijnt te zijn afgedaan.

Deze conclusie is echter overijld. Er zijn enige uitwijkmogelijkheden. De belangrijkste is deze, dat een deel van de neutrino's niet wordt geregistreerd omdat hun energie beneden de drempelwaarde ligt. De belangrijkheid van deze beperking hangt af van de weg die bij de opbouw van helium uit waterstof wordt gevolgd. Uit een daadwerkelijke telling van het aantal neutrino's kunnen nu conclusies aangaande de nucleaire synthese worden getrokken. Wij zullen echter niet verder ingaan op de tot dusverre bereikte voorlopige resultaten.

II.9 IONISATIE EN CONVECTIE

II.9.1 *Ionisatiezones*

In deel 3, II.4.1 is gebleken, dat het al of niet optreden van convectie in een bepaald deel van een ster afhangt van de relatieve efficiëntie van energietransport door straling en door convectie. In eerste aanleg zou men kunnen denken dat deze onderscheiding niet meer is dan een technisch detail. In werkelijkheid heeft zij verreikende consequenties. Men denke aan de oppervlakteverschijnselen bij de zon (deel 2, II.7), die directe of indirecte werkingen zijn van de dicht onder de fotosfeer gelegen convectiezone. En dit is maar een zwak voorbeeld. Later zal blijken, dat in een aantal kritieke fasen van de evolutie de vraag 'convectie of niet?' van doorslaggevende betekenis is. Dit rechtvaardigt een bespreking van dit probleem.

Dikwijls treedt convectie op in een deel van de ster, waar een belangrijk element (H of He), wat de ionisatiegraad betreft, in een overgangstoestand verkeert. Zo'n overgangsgebied noemen wij: 'ionisatiezone'.

In een dergelijke omgeving is de adiabatische temperatuurgradiënt ($|\nabla T|_{ad}$) abnormaal klein. Immers, een adiabatisch opstijgende hoeveelheid gas kan slechts weinig afkoelen, omdat daling van de temperatuur gepaard gaat met een verkleining van de ionisatiegraad, waarbij veel recombinatie-energie wordt vrijgemaakt.

Anderzijds is de temperatuurgradiënt die nodig zou zijn voor energie-

transport door straling bijzonder groot. Want de waterstofionisatiezone ontvangt veel Lyman-continuümstraling (Ly_c-straling) uit grotere diepte. Deze straling ontmoet nu voor het eerst materie die voor een groot deel uit waterstofatomen bestaat. De Ly_c-straling wordt dan ook sterk geabsorbeerd, en het transport van energie door straling als geheel wordt sterk belemmerd. Natuurlijk, ook in de nog meer naar buiten gelegen lagen van de ster, waar de waterstof bijna geheel neutraal is, is de absorptiecoëfficiënt voor straling uit het Ly_c-gebied bijzonder groot. Dit is echter van minder belang: in die lagen is het zwaartepunt van de stralingsdistributie verschoven naar de langere golflengten, en het doet er niet veel meer toe wat met het onaanzienlijke staartje Ly_c-straling gebeurt.

Alles bijeengenomen, komen wij tot het resultaat dat transport van energie door straling in de ionisatiezone een zeer grote $|\nabla T|$ zou eisen, terwijl de convectie alleen een kleine $|\nabla T|$ toelaat. Derhalve moet in de waterstofionisatiezone het energietransport door convectie plaatsvinden, en hetzelfde is het geval in de beide heliumionisatiezones (van He naar He^+ en van He^+ naar He^{++}).

II.9.2 *Convectiezone*

Hoewel het optreden van convectie causaal gekoppeld is aan het bestaan van een ionisatiezone, moet men toch niet denken dat convectie- en ionisatiezone geheel samenvallen. In de zon, bijvoorbeeld, is de waterstofionisatiezone een 10 000 km diep, ongeveer één percent van de straal van de zon. Wat er gebeurt in een dergelijke tamelijk dunne schil, kan – naar men zou denken – weinig invloed hebben op de zon als geheel, vooral als men in rekening brengt dat in deze schil de dichtheid van de materie zeer gering is, zodat zijn totale massa tegenover die van de zon als geheel in het niet valt.

Maar laat ons eens twee modellen naast elkaar zetten, het ene (I) zo goed mogelijk naar de werkelijkheid, het tweede (II) met verwaarlozing van de recombinatie-energie van waterstof, en van de verhoogde absorptie. In dat geval zal de temperatuur op 10 000 km diepte in II belangrijk hoger zijn dan in I, waar de ionisatiezone immers geen normale ∇T toelaat. Bij gelijke verdeling van de materie zal de gravitatiedruk in de twee modellen even groot zijn. Maar dan doet zich een tegenstrijdigheid voor: volgens de gaswetten zal I met relatief lage T en gelijke P een grotere dichtheid moeten hebben dan II, in strijd met het onderstelde. Men ziet gemakkelijk in, dat aan de bodem van de ionisatiezone model I een lagere waarde van T en een hogere waarde van ϱ geeft dan wij normaliter zouden hebben verwacht. Maar kijkt men dan naar de formule voor de absorptie-

coëfficiënt (Kramers vergelijking 13,18), volgens welke $\varkappa \sim \varrho T^{-3,5}$, dan blijkt deze coëfficiënt in I een veel hogere waarde te hebben dan in II. Gevolg: ook aan de onderkant van de ionisatiezone is energietransport door straling ontoereikend! Ook in dit gebied en nog ver in de diepte zet de convectie zich voort. Numerieke berekening leert dat de convectiezone in de zon zich uitstrekt tot zo'n 100 000 km diepte. Het is waar, dat zelfs deze dikke schaal nog maar een zeer kleine fractie van de massa van de zon bevat en slechts weinig invloed heeft op de toestand in de nog diepere lagen; in het bijzonder de primaire emissie verandert daardoor niet. Maar anders is het gesteld met de afmetingen van de ster. Een diepe convectiezone maakt de diameter van de ster kleiner – alles bij gelijkblijvende massa. Onderstaande tabel, ontleend aan Schwarzschild, illustreert dit effect.

TABEL: STERMODELLEN HAYASHI-FASE

E	37,67	21,43	14,69	8,02	0
x	0,56	0,66	0,69	0,72	1
q	0,64	0,87	0,93	0,97	1
$\log L/L_0$	+ 0,39	+ 0,12	+ 0,06	+ 0,02	0
$\log R/R_0$	— 0,56	— 0,44	— 0,39	— 0,31	0
$\log T/T_0$	+ 0,38	+ 0,25	+ 0,21	+ 0,16	0

Toelichting: de grens tussen convectief omhulsel en kern in stralingsevenwicht ligt bij $r = xR$ en bij $\mathfrak{m}(r) = q\mathfrak{M}$. Van links naar rechts in de tabel wordt het radiatief gedeelte groter. Men ziet, dat L/L_0 pas dan belangrijk door de convectie wordt beïnvloed, als de convectiezone een groot deel van de massa bevat. T = effectieve temperatuur. L_0, R_0 en T_0 zijn de waarden van L, R en T in een model zonder convectie.

Het dimensieloze getal E is een maat voor de diepte van de convectiezone. $E = 0$ correspondeert met stralingsevenwicht voor alle delen van de ster, $E = 45,63$ met een compleet convectief model.

De tabel is berekend voor rode dwergen (sterren van de hoofdreeks van spectraal type K of M). Bij deze 'late' sterren is de convectiezone van groot belang en kan soms de gehele ster vullen.

Op een belangrijk en moeilijk probleem moet nog worden gewezen. De convectiezone strekt zich nooit uit tot helemaal boven in de fotosfeer. Komt men namelijk zo hoog, dan wordt de gasdichtheid zo gering, dat energietransport door convectie (dat nu eenmaal aan materie is gekoppeld) niet meer effectief is. De temperatuurgradiënt begint dan van de adiaba-

tische gradiënt af te wijken, en meer en meer de stralingsgradiënt te naderen. Straling kan immers altijd energie transporteren, ook al is er weinig of geen materie. Voor de gemiddelde fotosfeer is dan de effectieve temperatuur, die als maat voor de uitstraling dient, toonaangevend.

Nu weten wij, dat in de convectiezone, voor zover deze zich uitstrekt beneden de ionisatiezone, de relatie $P = K\varrho^{\gamma}$ geldig is. Maar wat is de waarde van K? Deze parameter (of zijn dimensieloos equivalent E) kan worden berekend uit de waarden van P en ϱ aan de onderkant van de waterstofionisatiezone. Daartoe is het nodig, het verloop van P, ϱ en T in de ionisatiezone en de daarboven gelegen fotosferische lagen nauwkeurig te kennen. Dat is bijzonder moeilijk voor het gebied waar convectie en straling elkaar heftig beconcurreren, omdat er nog geen goede theorie over energietransport door convectie bestaat.

III De 'levensloop' van de sterren

PROF. DR. G. B. VAN ALBADA *Sterrenkundig Instituut der Universiteit van Amsterdam*

III.1 DE ONTWIKKELING VAN DE STERREN: VROEGE EN MIDDELBARE FASEN

III.1.1 *Uitgangspunten*

Het is een wonderlijke zaak dat wij, met onze korte levensduur menen iets zinvols te kunnen zeggen over de ontwikkeling van de kosmos. Ons stellig zeer beperkte inzicht inzake de evolutie van de sterren wordt gevoed uit twee bronnen: 1. de kennis van het proces dat de sterren doet stralen, dat wil zeggen: van de primaire emissie, en 2. de verdeling van de sterren in het Hertzsprung-Russelldiagram voor verschillende stersystemen (met inbegrip van sterhopen). De vraag, welke van deze twee benaderingswijzen het belangrijkst is, kan achterwege blijven. Elk van beide zou, zonder krachtige steun van de andere, tot steriliteit zijn gedoemd.

III.1.2 *Jonge sterren*

Fotografische opnamen van diffuse emissienevels (zie plaat 16 en deel 4, I.9) tonen duidelijk de associatie met O- en vroege B-sterren. Geen wonder: de OB-sterren zijn verantwoordelijk voor het lichten van de nevels (zie deel 4, I.7). Maar de samenhang gaat veel dieper. De OB-sterren moeten ter plaatse zijn gevormd door verdichting van interstellaire materie die toen nog niet lichtgevend was.

Ook tal van emissieobjecten, zoals de T Tauri-sterren, treft men aan in interstellaire 'wolk'-complexen. Statistische onderzoekingen laten er geen

twijfel over bestaan dat de samenhang reëel is. De T Tauri-sterren zijn, evenals de OB-sterren, kinderen van de wolk.

Een nog vroeger stadium van stervorming vertegenwoordigen misschien de Herbig-Haro-objecten: kleine samenballingen van lichtende nevelmaterie, soms met een stellaire kern; plaat 17. Zij hebben een zwak continu spectrum met verboden lijnen ([O I], [O II] en [S II]) in emissie. Deze lijnen vindt men ook in het spectrum van T Tauri-sterren. Zij moeten hun oorsprong vinden in een ijl, nevelig omhulsel waarvan de echte T Tauri-sterren reeds gedeeltelijk zijn verlost; zie plaat 18. Men vindt de Herbig-Haro-objecten in gebieden van sterke obscuratie, dus in concentratiegebieden van interstellair stof, waar het proces van de stervorming in volle gang zou kunnen zijn.

Wij moeten ons echter hoeden voor de voortijdige conclusie dat alle sterren hun bestaan aanvangen als ster van het OB- of van het T Tauritype. Een ster die er reeds bij zijn geboorte 'gewoon' uitziet, duikt gemakkelijk onder in de grote massa en geeft niet zo gemakkelijk het geheim van zijn geboorte prijs.

III.1.3 *Sterren in wording*

Het ligt voor de hand te veronderstellen, dat de sterren in het algemeen ontstaan door verdichting van de materie in een kosmische wolk. Men denkt daarbij in de eerste plaats aan gravitatiewerkingen. De gasdruk werkt de condensatie echter tegen. Aangezien temperatuur en dichtheid van het interstellaire gas gegeven zijn, kan men berekenen hoeveel materie een beginnende condensatie moet bevatten om de gasdruk te overwinnen. Men komt tot een bedrag van 10^5 zonsmassa's, genoeg voor een groot wolk-complex, veel te veel voor een ster.

Tal van onderzoekers hebben erop gewezen, dat de verdichting van de interstellaire materie kan worden bevorderd door de aanwezigheid of door het ontstaan van sterren in de omgeving. Stralingsdruk kan, onder gunstige omstandigheden, helpen bij de compressie van een stofwolk. Men bedenke dat de straling van buiten op de wolk valt en dat het daarbinnen naar verhouding duister is. De uitbreiding van het ionisatiefront rondom een pas gevormde OB-ster kan leiden tot verdere compressie van reeds beginnende condensaties in de omgeving. Een dergelijk cascadeproces kan de vorming van de 'eerste' sterren niet verklaren. De werkelijk 'eerste sterren' ontstonden trouwens in een tijd toen de fysische gesteldheid van het melkwegstelsel heel anders was dan nu. Als wij de probleemstelling beperken tot de huidige situatie, blijft de vraag, hoe de stervorming in (tijdelijk) inactieve gebieden op gang kan worden gebracht, voorlopig nog onbeantwoord.

Heeft men eenmaal een beginnende condensatie verkregen, dan is het pleit nog niet beslecht. De materie in de oorspronkelijke wolk zal niet volkomen bewegingloos zijn geweest. In het algemeen gesproken, moeten we verwachten dat de wolk roteert, zij het zeer langzaam, evenals het melkwegstelsel, dat zelf roteert met een omwentelingstijd van circa 200 miljoen jaar.

Wanneer de wolk inkrimpt, worden alle lineaire snelheden vergroot omgekeerd evenredig aan de afmetingen van de wolk, en de hoeksnelheid van de rotatie neemt toe als het kwadraat van deze verhouding.

De kinetische energie van interne, chaotische bewegingen kan worden gedegradeerd tot thermische energie (warmte) en vervolgens worden uitgestraald. Maar de rotatie wordt hierdoor niet aangetast. Dit blijkt uit de wet van behoud van impulsmoment. Een lineaire contractiefactor 10^7 is nodig om de protoster een werkelijke ster te doen worden. De rotatieperiode zou dan inmiddels zijn verkort van 200 miljoen jaar tot slechts 1 minuut! Lang voordat het zover is, heeft de middelpuntvliedende versnelling verdere contractie onmogelijk gemaakt.

De vereiste contractie van de protoster kan alleen worden gerealiseerd door impulsmoment af te staan aan de omgeving. Men heeft verschillende mechanismen bedacht die min of meer in deze richting werken. Het belangrijkste is misschien de fragmentatie. Het feit, dat onder de B-sterren dupliciteit en multipliciteit meer regel dan uitzondering schijnt te zijn – het is niet onwaarschijnlijk dat al deze sterren dubbelsterren zijn of dit althans bij hun geboorte waren – zou hiervoor pleiten. Men moet dan denken, dat bijna het gehele impulsmoment van de roterende protoster is 'ondergebracht' in de baanbeweging. Hoe dit resultaat wordt bereikt, weten wij echter niet.

Wij mogen de bespreking van de 'stervorming' niet besluiten zonder te hebben gewezen op de belangrijkheid van dit probleem ten aanzien van de ontwikkeling van de sterrenstelsels. De eigenschappen van de gevormde sterren, ook hun aantal, wordt op de een of andere manier bepaald door de fysische gesteldheid van het interstellaire (of van het protostellaire!) medium. Dit verband moeten wij kennen als wij de ontwikkeling van de sterrenstelsels willen begrijpen. Eenvoudig ligt het niet. Zo is er, bijvoorbeeld, geen garantie dat de jonge sterren dezelfde chemische samenstelling hebben als het medium, omdat sommige verdichtingsprocessen anders werken op het interstellaire gas dan op het stof, die stellig niet dezelfde samenstelling bezitten.

III.1.4 *Evolutie naar de hoofdreeks*

Wanneer de protoster tot een zo klein volume is ineengeschrompeld dat

zijn voortbestaan niet langer wordt bedreigd, kunnen wij van een echte ster gaan spreken. In dit stadium is de temperatuur in het inwendige nog veel te laag om nucleaire reacties mogelijk te maken. De contractie zelf levert de energie die door de ster wordt uitgestraald (deel 3, II.6.1).

Daar de beschikbare gravitatie-energie evenredig is aan $\mathfrak{M}^2/R$, verwachten wij dat de levensduur van het contractiestadium, τ, evenredig is aan $\mathfrak{M}^2/RL$. Gebruik makende van de massa-lichtkracht-relatie in de vorm (13,20), wordt $\tau \sim \mathfrak{M}^{-3.5}R^{-0.5}$. Voor de zon is $\tau = 25$ miljoen jaar. De hoge waarden van τ die men vindt voor sterren van kleine massa, zijn echter niet in overeenstemming met de bevolkingsstatistiek van een aantal 'jonge' sterhopen (zie deel 3, III.5.2). Deze tegenstrijdigheid is geëlimineerd door het werk van Hayashi.

Het ontwikkelingspad van een ster moet, om de hoofdreeks te bereiken, het uiterst rechtse deel van het Hertzsprung-Russelldiagram doorsnijden. In deze fase strekt de waterstofionisatiezone zich uit tot grote diepte en veroorzaakt het optreden van convectie niet alleen in de ionisatiezone zelf, maar ook tot aan het middelpunt van de ster; zie deel 3, II.9.2. In deze convectieve gebieden is het transport van energie bijna ongelimiteerd. Maar in de buitenlagen van de ster stuiten wij op een laatste hindernis. De hoeveelheid energie die de ster uitstraalt, wordt bepaald door de temperatuur van de fotosfeer. Is deze niet hoog genoeg, dan krijgt men een opstuwing van energie vlak onder de fotosferische lagen die dus van binnen uit worden verhit. Uiteindelijk ontstaat een stationaire toestand, waarbij nagenoeg alle energie die door de contractie wordt vrijgemaakt, in de wereldruimte wordt uitgestraald. Volgens Hayashi is in deze ontwikkelingsfase de lichtsterkte van de ster veel groter dan in het daarbij aansluitende hoofdreeksstadium, en de duur van het contractiestadium wordt dienovereenkomstig verkort (zie afb. 49). De tegenstrijdigheid waarvan wij spraken, schijnt nu wel te zijn geëlimineerd. Zie ook afb. 63 in deel 3, III.5.4.

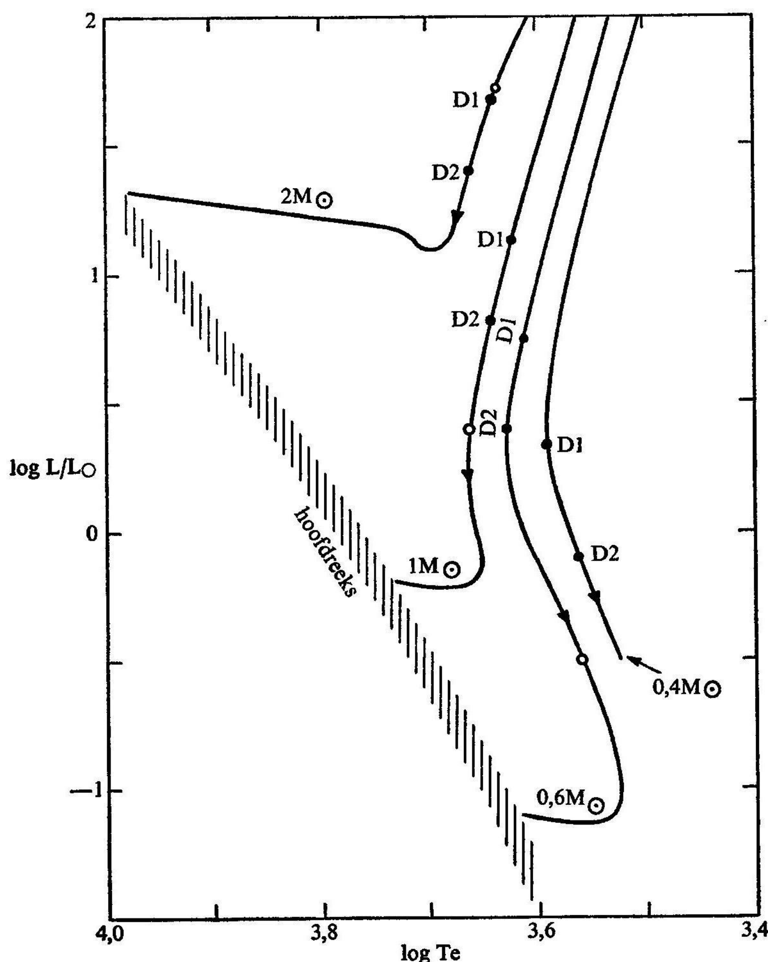
Het is merkwaardig te bedenken dat de ster, terende op zijn contractie-energie, de hoofdreeks nadert met een veel groter lichtsterkte dan hij later zal bezitten wanneer hij over nucleaire bronnen beschikt. Deze gang van zaken is echter in overeenstemming met onze beschouwingen over de thermische stabiliteit; zie deel 3, II.6.3.

III.1.5 *Evolutie in het hoofdreeksstadium*

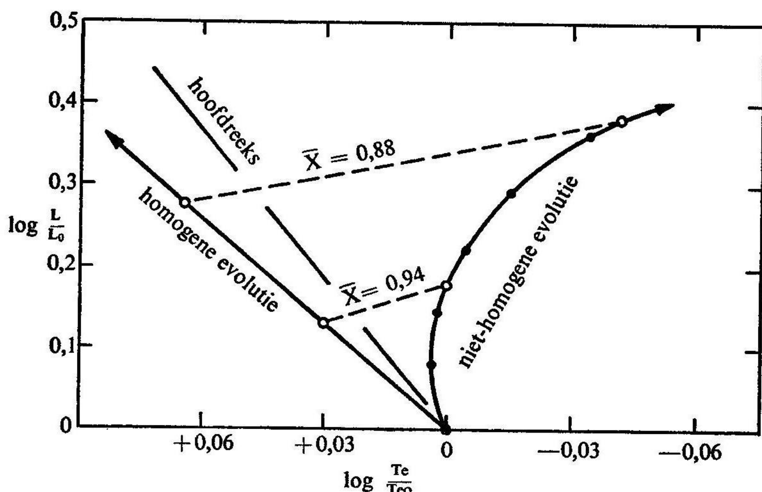
In deel 3, II.8 hebben wij al gesproken over de sterren op de hoofdreeks, maar het evolutie-aspect is toen nog niet aan bod gekomen. Onze discussie moet nu op dit punt worden aangevuld.

Wanneer door de contractie van de jonge ster de temperatuur in het

inwendige zo hoog is gestegen dat de omzetting van waterstof in helium mogelijk is geworden, buigt het ontwikkelingsspoor af naar de hoofdreeks. De omstandigheid, dat het spoor iets omlaag buigt, dat dus de lichtsterkte afneemt juist op het ogenblik dat 'nieuwe energiebronnen worden aangeboord', is een detail dat wijst op thermische stabiliteit (deel 3, II.6.3). Is eenmaal de contractiefase voorbij, en begint de water-



Afb. 49 Evolutie in de eerste contractiefase, volgens Hayashi. De evolutietijd wordt sterk bekort door de grote lichtsterkte in de vroege fasen.



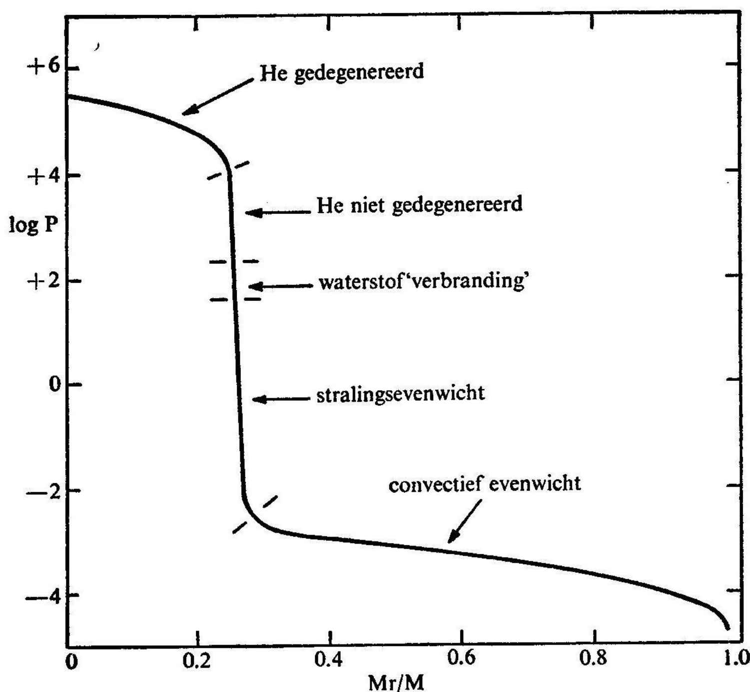
Afb. 50 Evolutiesporen in het Hertzsprung-Russelldiagram voor (chemisch) homogene en niet homogene sterren (Schwarzschild).

stofvoorraad te minderen, dan neemt de lichtsterkte weer toe.

In een poging meer over de evolutie te leren, grijpen wij naar de homologietransformaties in de vorm (17,7), (13,20/21), eventueel aangevuld met (13,16). Met deze relaties kan men een evolutiespoor berekenen. De evolutie voert omhoog in het Hertzsprung-Russelldiagram, en wijkt iets af van de hoofdreeks in de richting van *links*, dus naar hogere temperatuur; zie afb. 50.

Reeds in 1938 heeft Öpik deze redenering bekritiseerd en een heel andere ontwikkelingsgang voorgesteld. De omzetting van waterstof in helium vindt plaats in het centrale deel van de ster. De veranderingen in X (waterstofgehalte) en in μ blijven beperkt tot het binnenste van de ster, zodat de ster niet langer chemisch homogeen is. De homologietransformaties mogen dan niet worden toegepast.

Om de gevolgen van de chemische inhomogeniteit te verduidelijken, kiezen wij een enigszins geschematiseerd stermodel, bestaande uit een chemisch homogene kern, atoomgewicht μ, en een dito mantel, atoomgewicht μ', met $\mu' < \mu$. Bij de overgang van kern naar mantel is μ dus discontinu. Druk en temperatuur moeten aan het grensvlak continu zijn, want een discontinuïteit betekent een oneindig grote gradiënt en is niet in overeenstemming met de eisen van mechanisch, respectievelijk thermisch evenwicht. Uit de wet van Boyle en Gay-Lussac, of eventueel uit



Afb. 51 Sterkern en -mantel bij de reuzenster. In een kort bestek 'valt' de dichtheid van 10^{+4} tot 10^{-2}, dat is met een factor miljoen (Schwarzschild).

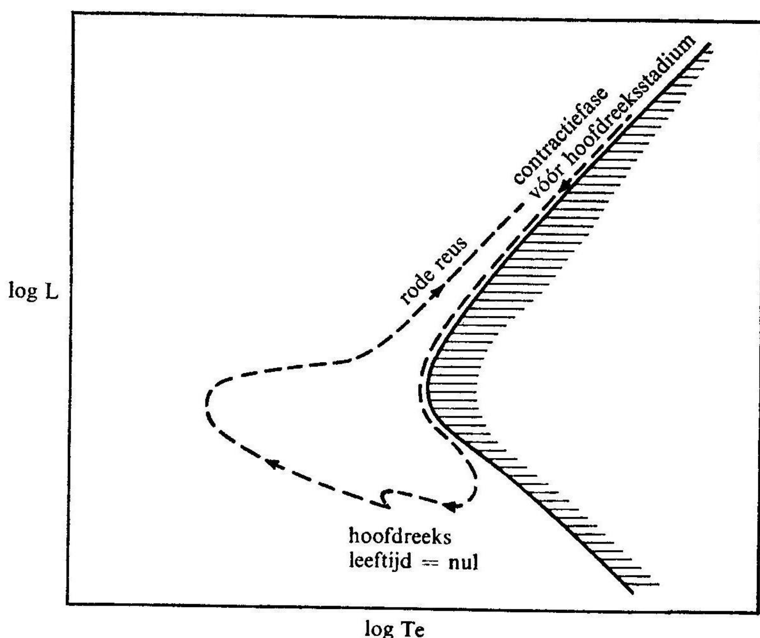
(13,19), volgt nu dat ϱ een discontinuïteit vertoont aan het grensvlak. In het eenvoudigste geval, als de stralingsdruk tegenover de gasdruk kan worden verwaarloosd, vinden wij $\varrho/\varrho' = \mu/\mu'$.

Wanneer wij nagaan, welke invloed de discontinuïteiten in ϱ en in μ hebben op de buitenlagen van de ster, blijkt deze invloed naar buiten toe sterk toe te nemen. De mantel van de ster expandeert, en het evolutiespoor in het Hertzsprung-Russelldiagram wijkt van de hoofdreeks af naar *rechts*. De ster heeft de eerste stap gedaan op de weg naar het reuzenstadium. Zie afb. 51 en 52.

Öpiks theorie gaat ervan uit, dat gedurende de gehele tijd dat de ster op of nabij de hoofdreeks verblijft, geen vermenging van de stellaire materie plaatsvindt. Deze hypothese wordt gesteund door het voorkomen van lithium in het spectrum van de zon. Lithium wordt, bij temperaturen van boven twee of drie miljoen graden, in korte tijd – naar de hier rele-

vante maatstaven – omgezet in helium, en niet terug gewonnen. Uit de aanwezigheid van lithium in het zonnespectrum volgt, dat de vermenging van de materie niet dieper gaat dan de bodem van de convectiezone, waar een temperatuur van één miljoen graden heerst. Misschien moet er echter rekening worden gehouden met de mogelijkheid dat de lithiumvoorraad in de oppervlaktelagen van de zon wordt aangevuld in nucleaire processen, wanneer sterke magneetvelden een soort natuurlijk cyclotron vormen. Dat het lithiumgehalte van steratmosferen interessante informatie bevat, blijkt uit Herbig's onderzoekingen over de lithium/calcium-verhouding in dwergen van type F5-G8 en bij T Tauri-sterren. Bij de T Tauri-sterren is deze verhouding 35 × zo groot als bij de zon, en in het spectrale bereik dF5-dG8 is een duidelijke tendens tot daling, die in verband kan worden gebracht met de ouderdom van de ster of met de diepte van de convectiezone.

Uit theoretisch oogpunt is er geen algemene reden het bestaan van



Afb. 52 Schema van het evolutiepad in het Hertzsprung-Russelldiagram voor een ster van 0,8 zonsmassa's. De lotgevallen in het reuzenstadium en later zijn hier nog niet beschreven.

mengstromen te verwachten, behalve in de zones die wij reeds als 'convectief' hebben aangeduid. Het hier beperkende woord 'algemene' duidt erop, dat mengstromen zouden kunnen optreden onder de invloed van 'storingen' door speciale krachtvelden of pseudokrachtvelden, teweeggebracht door rotatie, door getijdewerking (bij nauwe dubbelsterren) of door elektromagnetische invloeden. Reeds lang geleden heeft Von Zeipel aangetoond dat in roterende sterren niet tegelijkertijd kan zijn voldaan aan de condities van mechanisch evenwicht en van thermisch evenwicht. Hierdoor ontstaan langzame materiestromen, 'vereffeningsstromen', die de stermaterie over enorme afstanden verplaatsen en aldus als mengstromen van de stermaterie optreden.

Men kan een schatting maken van de 'karakteristieke mengtijd' door uit te gaan van de situatie in de zon. Wij weten, dat de thermische energie die in de zon is opgehoopt, voldoende zou zijn voor 25 miljoen jaar, als de zon (met behoud van zijn tegenwoordige lichtsterkte) op deze voorraad zou zijn aangewezen. In dat geval zouden de mengstromen de zon in een tijd t_K = 25 miljoen jaar binnenste buiten moeten keren. De rotatie van de zon is langzaam, en de verhouding Φ = middelpuntvliedende versnelling aan equator/versnelling zwaartekracht bedraagt:

$$\Phi = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{(2\pi/P)^2 R}{G\mathfrak{M}/R^2} = \frac{(2\pi/P)^2}{(4\pi/3)G\bar{\varrho}} = \frac{3\pi}{G\bar{\varrho}P^2} = 2{,}14 \times 10^{-5}\,(\text{zon}) \qquad (19{,}1)$$

waarin ω = hoeksnelheid van de roterende ster; P = periode van aswenteling.

Dit betekent, dat althans bij de zon het thermisch evenwicht slechts in geringe mate is verstoord. Het is voldoende als de vereffeningsstroom de afstand middelpunt $\rightarrow$ oppervlak aflegt in een tijd $t_K/\Phi = 10^{12}$ jaar. Daar de zon minder dan 10^{10} jaar oud is, kan het mengproces geen effect van enige betekenis hebben gehad. Bij snel roterende, of op andere wijze sterk gestoorde sterren zou het anders kunnen zijn. Mestel heeft echter aangetoond, dat de verschillen in atoomgewicht (μ), die door de omzetting waterstof-helium ontstaan, een stabiliserende werking uitoefenen. Het gevolg is, dat de vereffeningsstromen alleen optreden in delen van de ster die chemisch homogeen zijn, dus juist daar, waar het mengprobleem niet bestaat! Maar wij moeten bedacht blijven op uitzonderingen in bijzondere omstandigheden, eventueel op catastrofale ontwikkelingen die de chemische homogeniteit van een ster zouden kunnen herstellen, wat zou leiden tot grote veranderingen in de bouw van de ster.

III.1.6 *Doorbraak naar het reuzenstadium*

Wij stellen dat het hoofdreeksstadium eindigt, wanneer alle waterstof in

het middelpunt van de ster is verbruikt. Op dat moment is de positie van de ster in het Hertzsprung-Russelldiagram iets rechts van de oorspronkelijke hoofdreeks. Maar de afwijking is klein en kan alleen door middel van nauwkeurige metingen worden vastgesteld.

Is dit punt echter gepasseerd, dan gaat de ontwikkeling in versneld tempo verder in de reeds door Öpik aangegeven richting. De mantel van de ster groeit in afmetingen, op spectaculaire wijze. Ook de lichtsterkte neemt snel toe. Er ontstaat een reuzenster.

Deze moderne verklaring van de reuzensterren wijkt wel sterk af van de oude theorieën van Eddington. Eddington beschouwde de reuzen als gasbollen die zich van de sterren van de hoofdreeks onderscheiden door hun zeer geringe dichtheid, ook in het inwendige (deel 3, I.5 en I.9.16), al moesten zij, op grond van de massa-lichtkracht-relatie, een aanzienlijke massa hebben. Russell dacht, vooruitlopend op de nucleaire energie, aan twee verschillende 'brandstoffen' waarvan de ene, B, bij een temperatuur van veertig miljoen graden zou opereren in de sterren van de hoofdreeks; de andere, A, bij veel lager temperatuur in de reuzensterren. De sterren zouden als ijle nevel beginnen en geleidelijk inkrimpen, en daarbij lange tijd verblijven in de genoemde stadia, waar stof A, respectievelijk B zijn geactiveerd. Gamow en Teller meenden later stof A met de lichte en gemakkelijk verteerbare elementen deuterium, lithium enzovoort te kunnen identificeren. Bij al deze theorieën stonden de reuzensterren dus nabij het begin van de evolutie, terwijl wij hen nu nabij het einde, althans voorbij het zo belangrijke en langdurige hoofdreeksstadium, plaatsen.

In de moderne theorieën bestaan de reuzensterren dus uit een waterstofloze, compacte kern, omgeven door een ijle, waterstofrijke mantel die nog steeds het grootste deel van de materie van de ster bevat. Aan het einde van het hoofdreeksstadium is de nucleaire energiebron in de sterkern niet langer actief, maar toch wordt uit de sterkern, als gevolg van de temperatuurgradiënten, nog steeds energie afgetapt. Dit leidt tot verdere contractie, dus tot verdere toename van dichtheid en temperatuur in de kern van de ster. Men vraagt zich af, waar dit zichzelf versnellende proces zal eindigen.

Wij willen hier onze beschouwingen over de evolutie onderbreken, om iets te zeggen over de eigenschappen van materie van hoge dichtheid.

III.2 MATERIE VAN HOGE DICHTHEID

III.2.1 *Ionisatie door druk*

De atomen bezitten een positief geladen kern die is ingekapseld in een

omhulsel van negatief geladen elektronen, de 'elektronenwolk'. De structuur van het atoom in zijn grondtoestand is – de kernlading gegeven zijnde – bepaald door quantumregels. Toch is het atoom niet star. Zetten wij materie onder druk, dan veranderen wij het krachtveld in het atoom en daardoor ook de structuur van de elektronenwolk.

De atomen zijn elastisch. Nemen wij het uitwendig krachtveld weer weg, dan keren zij terug in de oorspronkelijke toestand.

Onder voldoend hoge druk van buiten bezwijkt het elektronenomhulsel van het atoom (ionisatie door druk). De vereiste druk kan worden getaxeerd door deze gelijk te stellen aan de energie-inhoud van het atoom, gedeeld door het volume. Men bedenke, dat druk = kracht per eenheid van oppervlak en energie = kracht × weg, hier te vervangen door kracht × diameter atoom, omdat alleen binnen en vlakbij het atoom de krachten werkelijk groot zijn. De bindingsenergie van een waterstofatoom bedraagt 13,6 eV of 2×10^{-11} erg, en het volume is ongeveer 10^{-24} cm^3. De ionisatiedruk bedraagt dan 2×10^{13} dyne/cm^2 = 2×10^7 atmosfeer. Voor andere elementen is de ionisatiedruk voor het 'laatste' elektron evenredig aan de vijfde macht van de kernlading:

waterstof $Z =$	1	2×10^7 atmosfeer
helium	2	6×10^8 atmosfeer
zuurstof	8	6×10^{11} atmosfeer
ijzer	26	2×10^{14} atmosfeer.

Ter vergelijking diene, dat de druk in het middelpunt van de zon wordt geschat op 4×10^{11} atmosfeer.

III.2.2 *Gedegenereerde materie*

Men moet de gevolgen van de ionisatie door druk niet te dramatisch opvatten. Er is geen sprake van een ineenstorting. De materie behoudt zijn elasticiteit. Er is geen energie afgevoerd. Ionisatie door druk is een omkeerbaar proces. Wanneer men de uitwendige druk vermindert, herstellen de atomen zich in hun oorspronkelijke gedaante.

Het behoud van de elasticiteit van de materie bij ionisatie door druk is een gevolg van de omstandigheid dat de elektronen de grote snelheid die zij binnen het atoom bezaten, behouden. De beweging van de elektronen is voor en na gebonden aan quantumregels. Uitgangspunt is de ruimtebeperking, waarbij het er niet veel toe doet hoe deze beperking tot stand komt. Het aantal elektronen met impuls $p = m_e v < p_o$ binnen een ruimte-element dV kan niet groter zijn dan $2(4\pi/3)\,(p_o/h)^3 dV$. De maximale elektronendichtheid volgt nu uit:

$$N_e \leq 2\,\frac{(4\pi/3)p_o{}^3}{h^3} \qquad (20,1)$$

Omgekeerd levert (20,1) voor gegeven elektronendichtheid een kleinst mogelijke waarde van p_0. Deze kleinste waarde wordt gerealiseerd wanneer alle beschikbare quantumtoestanden met $p \leq p_0$ zijn ingenomen. Hieruit volgt verder de kleinst mogelijke waarde van de energiedichtheid, die evenredig is aan $N_e p_0^2/m_e$, dus aan $N_e^{5/3}h^2/m_e$, terwijl dezelfde uitdrukking kan worden gebruikt ter bepaling van de elektronendruk. Deze kleinst mogelijke waarden duiden wij aan door nulpuntsenergie, respectievelijk nulpuntselektronendruk.

Ons interesseert nu in het bijzonder de kleinst mogelijke waarde van de elektronendruk. Hiervoor vinden wij, met toepassing van vergelijking (14,10):

$$(P_e)_{min} = CN_e^{5/3}\frac{h^2}{m_e} = C\left(\frac{\varrho}{\mu_e m_H}\right)^{5/3}\frac{h^2}{m_e} \tag{20,2a,b}$$

waarin C een dimensieloze constante voorstelt.

Wanneer de materie in zodanige toestand verkeert dat de minimale waarden voor druk en energiedichtheid zijn gerealiseerd, spreken wij van gedegenereerde materie.

Uiteraard kan volkomen degeneratie van de materie alleen als onbereikbare limiettoestand worden beschouwd. Werkelijke materie heeft een iets van nul verschillende temperatuur, waardoor de elektronen bij tijd en wijle ook in 'hogere' energietoestanden kunnen verkeren. Deze mogelijkheid is echter beperkt door de beschikbare energie, dus door de temperatuur. Is deze hoog genoeg, dan zinkt de nulpuntsenergie tegenover de thermische energie in het niet, en de elektronendruk is dan met voldoende nauwkeurigheid bepaald door de gaswetten:

$$P_e = N_e kT \tag{20,3}$$

waarin k de constante van Boltzmann voorstelt. Door (20,2a) en (20,3) op elkaar te delen, vinden wij:

$$\frac{(P_e)_{nulpunt}}{(P_e)_{thermisch}} = \frac{C\,N_e^{2/3}h^2/m_e}{kT} = C'\Lambda_e^{2/3} \tag{20,4}$$

De grootheid Λ_e hebben wij reeds ontmoet (vergelijking (3,7) in deel 3, I.3.3). Is $\Lambda_e < 1$, dan kan men hem beschouwen als bezettingsfractie van de bij gegeven temperatuur bereikbare quantumtoestanden. Deze eenvoudige fysische interpretatie maakt begrijpelijk waarom de vergelijking van Saha, uitgedrukt in de Λ's, zo'n eenvoudige vorm krijgt. Wij zullen Λ aanduiden als 'degeneratieparameter'. Als $\Lambda_e \ll 1$, zijn wij ver van de gedegenereerde toestand. Voor een sterk gedegenereerd elektronengas is $\Lambda_e \gg 1$.

Vergelijking (3,7) laat zien dat in een situatie waarin Λ voor elektronen de waarde 1 nadert, de Λ voor zware deeltjes nog ver beneden deze grens ligt. Daardoor is alleen voor de elektronen de nulpuntsenergie van praktisch belang.

III.2.3 *Relativistische degeneratie*

In onze discussie van de toestandsvergelijking van gedegenereerde materie hebben wij aangenomen dat de snelheid van de elektronen veel kleiner is dan de lichtsnelheid (c). Wanneer dat zo is, is de druk evenredig aan $N_e m_e v^2$, of aan $N_e p^2/m_e$, wat op hetzelfde neerkomt. Wanneer v echter de lichtsnelheid nadert, moet de eenvoudige relatie $p = m_e v$ worden vervangen door $p = m_e v/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$. Nu blijkt de druk evenredig te zijn aan $N_e p v$. Dit kan men als volgt verklaren: het aantal botsingen per seconde van de elektronen tegen een (fictieve) wand is evenredig met $N_e v$, en de overdracht van impuls bij een enkele botsing is evenredig met p. Daar v niet boven c uit kan groeien, wordt in het extreem relativistische geval $(P_e)_{min.} \approx N_e p_0 c$ en, daar het verband tussen N_e en p_0 onveranderd blijft, moeten de vergelijkingen (20,2a, b) nu worden vervangen door:

$$(P_e)_{min.} = K\, ch\, N_e^{4/3} = K'\, ch \left(\frac{\varrho}{\mu_e m_H}\right)^{4/3} \qquad (20,5a,\ b)$$

Doordat de factor $1/m_e$ in het rechterlid niet meer voorkomt, kan het een ogenblik schijnen, alsof relativistische degeneratie voor alle soorten deeltjes tegelijk optreedt. Dit is niet het geval, doordat de zware deeltjes niet met bijna-lichtsnelheid bewegen, zodat (20,5) op hen niet van toepassing is. Natuurlijk zullen bij nog hogere dichtheid weer andere verschijnselen optreden, maar zo ver willen wij onze beschouwingen niet uitstrekken.

III.2.4 *Elektrische wisselwerkingsenergie*

Wel willen wij een vluchtige blik werpen op het gebied van de kleinere druk en dichtheid. Bij de ionisatie door druk is het niet een kwestie van alles of niets. De atoomkernen zijn nog steeds omringd door elektronen, al zijn het telkens andere. Er is nog steeds een aantrekking die in verband kan worden gebracht met een negatieve potentiële energie. Deze is van de orde $-(Ze)^2/a$, wanneer a de straal is van een bolletje dat Z elektronen tijdelijk kan huisvesten. Dan is a evenredig aan $(N_e/Z)^{-1/3}$. Deze configuraties leveren een bijdrage in de energiedichtheid ter grootte van:

$$\text{Energiedichtheid} = -(Ze)^2\, (N_e/Z)^{1/3}\, (\varrho/Am_H) \qquad (20,6)$$

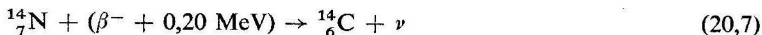
waarbij wij hebben gedaan, alsof er slechts één kernsoort bestond. Uit-

breiding tot een groter aantal soorten is eenvoudig. Daar de energiedichtheid volgens (20,6) slechts toeneemt met de 2/3 macht van de dichtheid, is deze bijdrage in vergelijking tot de nulpuntsenergie alleen van betekenis voor niet al te hoge waarden van ϱ.

III.2.5 *Omgekeerde beta-activiteit*

In deel 3, II.7.4 hebben wij gesproken over de beta-activiteit. Zo bij de kern $^{14}_{6}C$, die door emissie van een negatief elektron en een antineutrino verandert in $^{14}_{7}N$. Dergelijk spontaan verval is uiteraard alleen dan mogelijk, wanneer bij dit proces energie wordt vrijgemaakt. De reactie verloopt normaliter slechts in één bepaalde richting en komt slechts tot stilstand als de ^{14}C kernen tot de laatste toe zijn verbruikt.

Bij een gedegenereerd gas is de situatie anders. Volgens vergelijking (16,3) heeft het uitgestoten elektron een energie van niet meer dan 0,20 MeV. Het kan zijn, dat de corresponderende energietoestanden in het stellaire elektronengas voor een groot gedeelte of zelfs volledig zijn bezet. In dat geval wordt het verval van ^{14}C belemmerd, of zelfs onmogelijk gemaakt. Omgekeerd: een ^{14}N kern kan een elektron met een energie van 0,20 MeV of meer in zich opnemen:



$$^{14}_{7}N + (\beta^{-} + 0{,}20 \text{ MeV}) \rightarrow {}^{14}_{6}C + \nu \qquad (20{,}7)$$

(omgekeerde beta-activiteit).

Het gevolg is een kleine verschuiving in de chemische samenstelling van de stermaterie in de richting naar kleinere kernlading en grotere μ_e. In de vergelijkingen (20,2) en (20,5) moet μ_e niet meer als constante worden beschouwd, maar als een langzaam stijgende functie van ϱ. Daar de omgekeerde beta-activiteit slechts belangrijk is bij zeer hoge materiedichtheid, is in dit verband vooral vergelijking (20,5) van belang. Schrijft men deze als $P_e = \text{cons.} \times \varrho^{\gamma}$, dan wordt nu $\gamma < 4/3$. Dit is een belangrijk resultaat in verband met de stabiliteitsproblemen (zie deel 3, II.3.5).

III.2.6 *Pycnonucleaire reacties*

Wij moeten eraan herinneren, dat ook bij gedegenereerde materie de temperatuur een zekere rol blijft spelen, al was het maar omdat deze de bewegingstoestand van de zware deeltjes doet kennen.

In deel 3, II.7 hebben wij de theorie van de kernreacties besproken, en wij hebben gezien welke fysische omstandigheden van invloed zijn op de reactiesnelheid. Deze discussie geldt echter niet voor gedegenereerde materie.

Kernreacties worden belemmerd door de elektrische afstoting tussen de reagerende kernen. In gedegenereerde materie zijn de atoomkernen om-

ringd door een elektronenomhulsel dat veel compacter is dan in het normale atoom, ook al zijn de elektronen door hun grote snelheid niet meer aan een bepaalde atoomkern gebonden. Deze elektronenwolk zorgt nu voor een zeer effectieve afscherming van het elektrische veld van de atoomkern, zodat de volle elektrische afstoting slechts op een kort traject werkzaam is. De penetratie van de coulombbarrière (deel 3, II.7.7) wordt hierdoor aanmerkelijk vereenvoudigd. Het gevolg is, dat in gedegenereerde materie tal van kernreacties gemakkelijk tot stand kunnen worden gebracht. De reactiesnelheid hangt nog steeds af van de temperatuur, maar in veel sterker mate van de materiedichtheid, en dus ook van de druk. Men spreekt van 'pycnonucleaire' reacties.

III.3 DE ONTWIKKELING VAN DE STERREN: LATE FASEN

III.3.1 *Dode sterren*

Toen wij in deel 3, III.1.6 onze beschouwingen over de ontwikkelingsgang van de sterren onderbraken, zagen wij het dilemma van de eindfase reeds weer voor ons opdoemen: de vermeende onbestaanbaarheid van een kosmische gasmassa die niet straalt (zie ook deel 3, II.2.6).

De theorie van de gedegenereerde materie (deel 3, III.2) geeft nieuwe hoop, aan dit dilemma te ontkomen. Daarom zullen wij de bespreking van de sterevolutie niet direct weer voortzetten op het punt waar zij werd afgebroken, maar er een hernieuwde discussie van de eindfase aan laten voorafgaan.

Een ster kan pas ophouden met stralen als zijn temperatuur tot het absolute nulpunt is gedaald. Zijn totale energie-inhoud heeft dan de kleinst mogelijke waarde. Deze restenergie bestaat uit tenminste drie delen: a. de gravitatie-energie, Ω, negatief; b. de nulpuntsenergie van het elektronengas, U, en c. de afschermingsenergie, V, negatief, reeds genoemd in deel 3, III.2.4. De nulpuntsenergie van ionen en atoomrompen zullen wij verwaarlozen; uit het oogpunt van de theorie is dit verwerpelijk, maar bij de latere toepassingen is het over het algemeen van geen praktisch belang. De formules van deel 3, III.2 geven de elektronendruk als functie van de elektronendichtheid, en uit de druk volgt de energiedichtheid. Binnen het kader van homologietransformaties vinden wij de totale energie (E) van de ster door het volume in rekening te brengen en alle bijdragen bij elkaar op te tellen. Dit geeft:

$$E = -\mathbf{A}\,\mathfrak{M}^2/R + \mathbf{B}\,N_e^{\gamma}\,R^3 - \mathbf{C}\,Z^{5/3}N_e^{1/3}(\varrho/A)R^3 \qquad (21,1)$$

waar **A**, **B** en **C** essentieel positieve combinaties van natuurconstanten

zijn, en γ de exponent van de U,ϱ-relatie weergeeft. Voor 'lage' ϱ geldt $\gamma \approx 5/3$, terwijl 'hoge' ϱ leidt tot $\gamma \approx 4/3$. Het overgangsgebied ligt bij $\varrho = 10^6$ à 10^7 g/cm³. Met $N_e = \varrho/(\mu_e m_H)$ en $\varrho \approx \mathfrak{M}/R^3$ vinden wij:

$$E = -\mathbf{A}\,\mathfrak{M}^2 R^{-1} + \mathbf{B}\,\mathfrak{M}^\gamma \mu_e^{-\gamma} R^{-3(\gamma-1)} - \mathbf{C}\,Z^{5/3}A^{-1}\mathfrak{M}^{4/3}\mu_e^{-1/3}R^{-1} \quad (21,2)$$

III.3.2 *De voorwaarde van minimale energie*

De enige vrij veranderlijke grootheid in (21,1) is R, de straal van de ster, want eventuele veranderingen in μ_e en in Z zijn gedwongen door veranderingen in ϱ (dus uiteindelijk bepaald door R, daar $\mathfrak{M}$ een vaste waarde heeft) en zij zijn bovendien klein, zodat wij deze in eerste instantie zullen verwaarlozen. Wij schrijven nu korter:

$$E = -\alpha R^{-1} + \beta R^{-3(\gamma-1)}, \quad (\alpha,\beta > 0) \quad (21,3)$$

De betekenis van α en β blijkt uit vergelijking met (21,2). De C-term van (21,2) is tezamen met de A-term opgenomen in de α-term van (21,3). De kleinst mogelijke waarde van E volgt uit $dE/dR = 0$. De bijbehorende waarde van R, de straal van de dode ster, schrijven wij als R_{fin}. Dan is:

$$R_{fin}^{3\gamma-4} = 3(\gamma - 1)\beta/\alpha \quad (21,4)$$

terwijl nu bovendien:

$$E = -\alpha\frac{3\gamma-4}{3\gamma-3}R_{fin}^{-1}, \quad \frac{d^2E}{dR^2} = +\alpha(3\gamma-4)R_{fin}^{-3} \quad (21,5a,\ b)$$

zodat de stabiliteit van het evenwicht verzekerd is als $\gamma > 4/3$ (zie ook deel 3, II.6.2.)

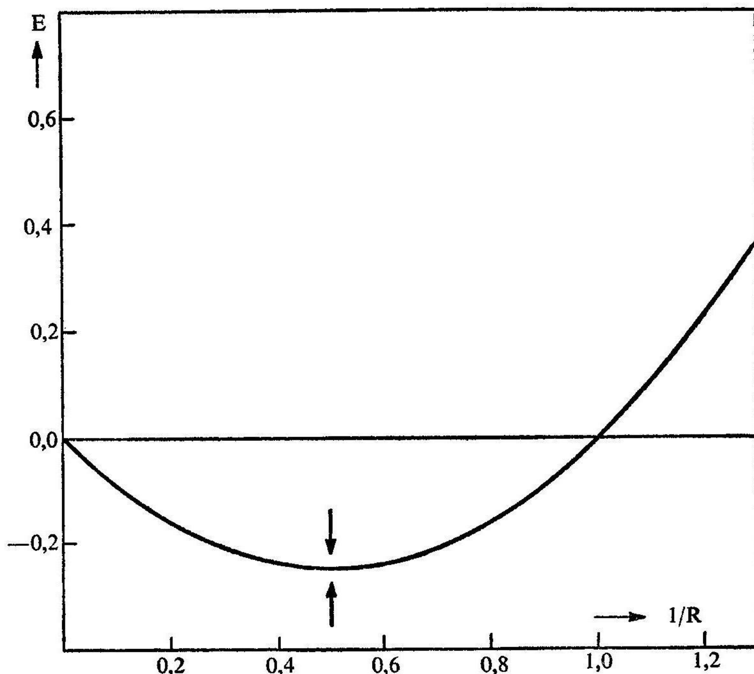
Wanneer wij met (21,4) teruggaan naar (21,2), kunnen wij R_{fin} bepalen als functie van massa en chemische samenstelling. Wij vinden:

$$\alpha/\beta = K\mathfrak{M}^{2-\gamma}\mu_e{}^\gamma + K'\,Z^{5/3}A^{-1}\mathfrak{M}^{4/3-\gamma}\mu_e{}^{\gamma-1} \quad (21,6)$$

Dan volgt R_{fin} uit (21,4).

III.3.3 *Sterren en planeten*

Voor sterren van kleine massa, waar de druk in het inwendige nog betrekkelijk klein is, is vergelijking (20,2) van toepassing, zodat $\gamma = 5/3$. Is de massa klein genoeg, dan gaat in het rechterlid van (21,6) de tweede term overheersen. Combinatie van (21,4) en (21,6) leert dan, dat $R_{fin} \sim \beta/\alpha$ en $\mathfrak{M} \sim (\beta/\alpha)^3$, zodat $\mathfrak{M}/R^3$, dus ook ϱ, naar een constante waarde streeft. Dit is wat wij verwachten: het is de overgang naar normale materie, waarvan de vaste fase een constante, slechts van de chemische



Afb. 53 De energie van een 'zwarte dwerg' als functie van de straal; bepaling van (stabiel) evenwicht.

samenstelling afhankelijke dichtheid heeft. Deze overgang komt tot stand door de elektrostatische interacties. Het is het begin van de opheffing van de druk-ionisatie.

Afbeelding 54 toont het verloop van R_{fin} als functie van $\mathfrak{M}$, met $\gamma = 5/3$, $\mu_e = 2{,}15$. De R-curve heeft een maximum in de buurt van $R \approx 0{,}02\, R_\odot$, $\mathfrak{M} \approx 0{,}02\, \mathfrak{M}_\odot$, een resultaat dat evenzeer doet denken aan planeten als aan sterren. Maar noch het fundamentele werk van Kothari, noch de interessante en belangrijke studie van Bullen over het inwendige van de planeten (zie ook deel 2, I.4.10) kan hier worden besproken.

III.3.4 *Massa en radius*

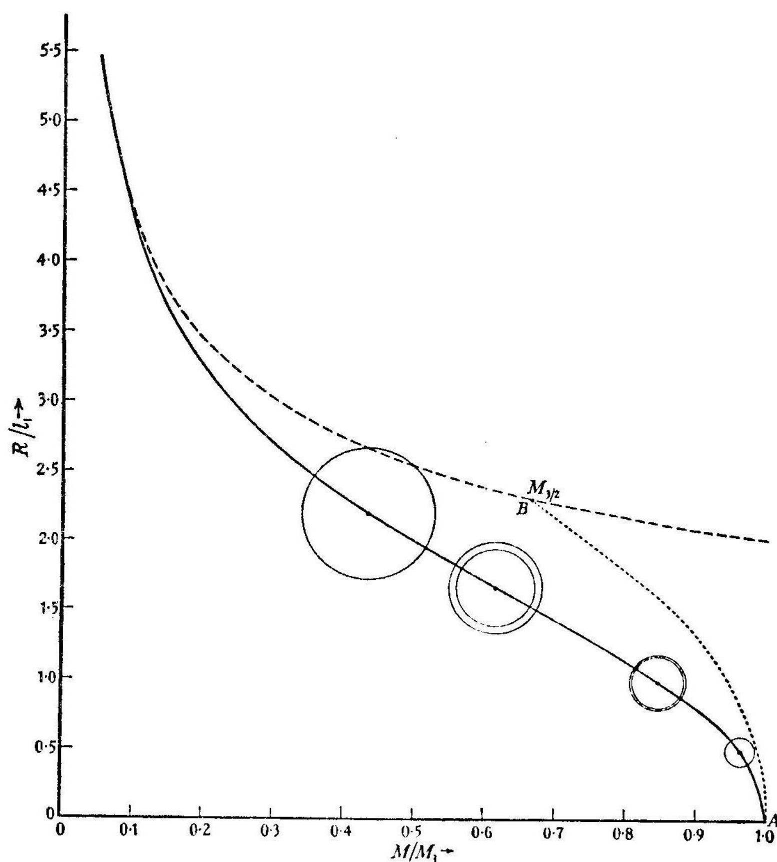
Voor sterren van wat grotere massa mag de afschermingsterm in vergelijking (21,2) worden verwaarloosd. Uit de vergelijkingen (21,4) en (21,6) volgt dan: $R_{fin} \sim \mathfrak{M}^{-2+\gamma}\, \mu_e{}^{-\gamma}$. Wanneer de snelheid van de elektronen

nog klein is in verhouding tot de snelheid van het licht, geldt $\gamma = 5/3$ en:

$$\mu_e^5 \mathfrak{M} R_{fin}^3 = \text{constant} \qquad (21,7)$$

Voor gegeven μ_e is de ster dus *kleiner* van *afmetingen*, naarmate de *massa groter* is. De gemiddelde dichtheid van de ster is evenredig aan het kwadraat van de massa.

In werkelijkheid volgt de materie geen $P \sim \varrho^{5/3}$-wet. Relativistische effecten (deel 3, II.2.3) zorgen voor een zekere nivellering. Als gevolg daarvan gaat de compressie nog verder dan door vergelijking (21,7) is aangeduid. Voor extreem relativistische degeneratie wordt $P \sim \varrho^{4/3}$, maar



Afb. 54 Radius-massa-relatie voor een 'zwarte dwerg' (naar Chandrasekhar).

dit veronderstelt oneindig grote dichtheid. Een onbereikbare situatie, maar wij zien, dat de massa van een koude ster niet groter kan zijn dan een bepaalde limietwaarde (Chandrasekhar):

$$\mathfrak{M} < 5{,}75\ \mu_e^{-2} \quad \text{(zonsmassa's)} \tag{21,8}$$

In feite zijn de gegeven voorbeelden alleen de extremen van een reeks modellen waarvoor, bij gegeven μ_e, een relatie tussen $\mathfrak{M}$ en R kan worden afgeleid. Zie afb. 54.

Bij deze beschouwingen is de omgekeerde beta-activiteit (deel 3, III.2.5) nog niet in aanmerking genomen. Dit verschijnsel leidt tot vermindering van het aantal vrije elektronen, waardoor de (P,ϱ)-relatie nog verder wordt genivelleerd, zodat sterren met een dicht onder de Chandrasekhar-limiet gelegen massa instabiel zijn (Salpeter). De maximum toelaatbare dichtheid is eindig.

III.3.5 *Waterstofmantel*

Bij alle beschouwingen in deze paragraaf is aangenomen dat de dode sterren chemisch homogeen zijn. Deze veronderstelling is niet altijd gerechtvaardigd. Het grootste deel van de ster is vrij van waterstof. Dit is niet alleen te begrijpen als eindresultaat van een lange ontwikkelingsgeschiedenis: de aanwezigheid van waterstof in materie van hoge dichtheid zou ook leiden tot pycnonucleaire reacties (deel 3, III.2.6) op grote schaal, en zou de ster weer doen opvlammen. De buitenlagen van de ster kunnen echter wel waterstof bevatten. Wij krijgen dan een overgangsgebied waar μ_e daalt van 2 (binnen) tot een waarde tussen 2 en 1 buiten (zie de tabel in deel 3, II.5.3). In de 'koude' sterren is ook het stellair elektrisch veld (deel 3, II.5.4), dat waterstof boven doet drijven, van belang (Schatzman). De gevolgen van een discontinuïteit in μ hebben wij al besproken in deel 3, III.1.5. Ook bij de koude sterren resulteert hij in een versterkte tegenstelling tussen kern en mantel: de kern is compacter, de mantel ijler en uitgestrekter dan men uit een chemisch homogeen model zou hebben afgeleid.

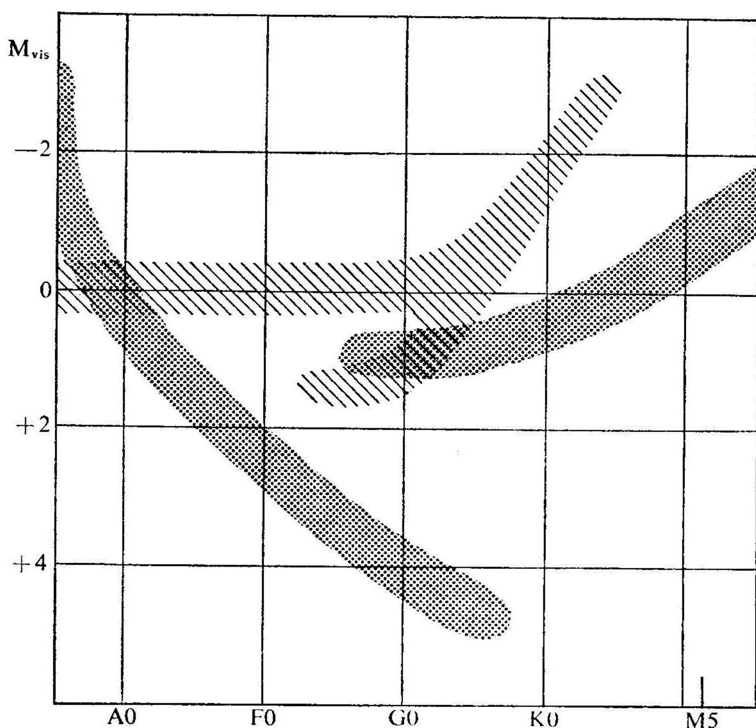
III.3.6 *Reuzensterren; populaties*

Wij keren nu terug tot de in deel 3, III.1.6 afgebroken beschrijving van de evolutie van de sterren.

Onder de reuzensterren vindt men een enorme verscheidenheid. Dat is begrijpelijk, wanneer men zich rekenschap geeft van hun gecompliceerde structuur (deel 3, III.1.6): een compacte, waterstofloze kern, omgeven door een sterk opgeblazen, waterstofrijke mantel. Straal en effectieve temperatuur van de ster zijn uitermate gevoelig voor kleine variaties in

de intensiteit van de passerende stralingsstroom, van het absorptievermogen van de stermaterie, en van het effectief atoomgewicht. Bovendien is er een grote verscheidenheid in de processen van primaire emissie, die werkzaam zijn in de kern van de ster en eventueel in de benedenste lagen van de mantel.

Reuzensterren zijn niet allemaal sterren van grote massa, zoals men vroeger, op grond van de massa-lichtkracht-relatie, veronderstelde. Men weet tegenwoordig, dat er tenminste twee verschillende soorten reuzensterren bestaan: a. sterren van grote massa en een metaalgehalte van misschien vier percent (naar gewicht), en b. sterren waarvan de massa



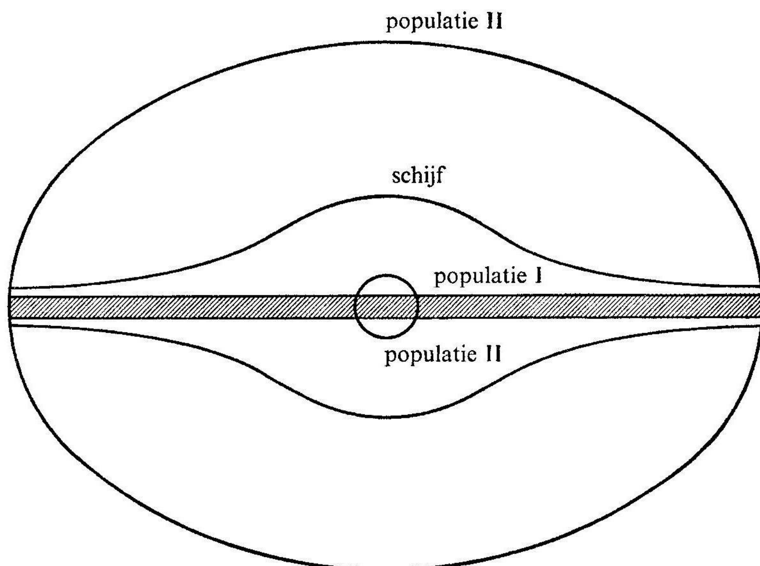
Afb. 55 Sterpopulaties I en II, naar Baade. De gearceerde gebieden zijn populatie II, met als kenmerken: (a) grotere lichtsterkte van de rode reuzen in vergelijking tot populatie I; (b) de horizontale tak bij $M_{vis} = 0$ die het Hertzsprung-hiaat overbrugt; (c) de tak der subreuzen, die vermoedelijk aansluit bij de populatie II hoofdreeks. Een aanduiding van de II-hoofdreeks ontbreekt nog. De waarnemingen reiken nog niet verder dan tot $M_{vis} = 1{,}5$

niet veel verschilt van die van de zon, terwijl het metaalgehalte zeer laag is.

Het onderscheid hangt samen met de ontwikkelingsgang van ons sterrenstelsel. De onder b. genoemde sterren (in de gebruikelijke, zuiver empirische terminologie aangeduid als 'populatie II') zijn ontstaan in de beginfase, toen ons sterrenstelsel nog de gedaante had van een grote, bijna bolvormige gaswolk, en sterren ontstonden door samenballing van de 'oermaterie' die nog vrijwel geen metalen of andere zware elementen bevatte; zie ook afb. 55. De onder a. genoemde sterren zijn ontstaan in een veel latere periode, toen het melkwegstelsel in hoofdzaak zijn tegenwoordige gedaante en chemische samenstelling had verkregen. Deze jongere, maar langer en beter bekende bevolkingsgroep noemt men 'populatie I'.

Wij zullen later een iets fijnere verdeling moeten toepassen, die is afgestemd op de ruimtelijke verdeling van de sterren (afb. 56):

a sterren van de galactische halo (= populatie II);
b overgangsgroep;
c sterren van de schijf;
d sterren van het galactische vlak, behorende tot populatie I;
e sterren van de spiraalarmen, extreme populatie I.



Afb. 56 Schema populaties. Populatie II in halo, met sterke concentratie naar het centrum.

Deze indeling volgt in grote trekken een aanbeveling van de Internationale Astronomische Unie.

Bij de studie van de ontwikkeling van de reuzensterren blijkt de onderscheiding van de populaties zeer belangrijk te zijn.

III.3.7 *Nucleaire omzettingen bij reuzen*

In de kern van een 'verse' reuzenster is de vrijmaking van nucleaire energie althans voorlopig tot stilstand gekomen. Het temperatuurverval bestaat echter nog, en dwingt tot het handhaven van een naar buiten gerichte stralingsstroom. Het energieverlies leidt tot contractie van de kern en daardoor tot verhoging van de temperatuur in het centrum van de ster en vergroting van de temperatuurgradiënt. Daardoor wordt de lichtsterkte van de ster nog groter dan hij al was. In afwezigheid van een actieve 'bron' van nucleaire energie, schakelt de ster automatisch over op het gebruik van gravitatie-energie en voert daarbij zijn lichtsterkte steeds hoger op. Deze veranderingen plaatsen ons weer voor het bekende dilemma.

Ons probleem betreft niet in de eerste plaats de energiehuishouding van de ster als geheel. Deze wordt niet onmiddellijk bedreigd, omdat aan de bodem van de stermantel nog steeds waterstof in helium wordt omgezet. Het is de kern van de ster, die ons zorgen baart.

Wanneer men het zoëven genoemde contractieproces voor een ster van grote of middelgrote massa door berekening volgt, blijkt dat de temperatuur van de kern steeds hoger oploopt. Is deze van misschien veertig miljoen graden gestegen tot honderd miljoen, dan kunnen nieuwe kernreacties optreden, die de contractie althans voorlopig doen eindigen. Het gaat hier om het zogenoemde triple-alfaproces (α^3), de formatie van een koolstofkern uit drie heliumkernen.

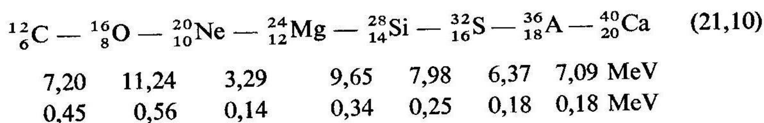
Een echte drievoudige botsing komt ook in de compacte sterkern nauwelijks voor. Maar via de lichtelijk instabiele ^{8}Be-kern komt een thermisch evenwicht tot stand tussen helium en koolstof, het laatste in een toevallig gunstig gelegen energieniveau (zie ook deel 3, II.7.7; resonantie). Dit evenwicht wordt beschreven door een vergelijking van het Saha-type:

$$\frac{\Lambda(^{12}C^*)}{\Lambda^3(^4He)} = e^{-Q/kT}, \quad e^{-Q/kT} = 10^{-Q\Theta}, \quad \Theta = 5040/T \qquad (21,9a, b, c)$$

waar $Q = 372$ keV en Λ, als in vergelijking (3,7), een genormeerde ruimtedichtheid voorstelt. De reacties die leiden tot de vorming van $^{12}C^*$, zijn zwak endotherm ($Q > 0$), maar bij een temperatuur van 10^8 graden en hoge dichtheid zijn altijd enige $^{12}C^*$-kernen aanwezig, die dan de kans krijgen om door spontane emissie van een foton van 7653 keV in de

grondtoestand over te gaan, en zo zichzelf als koolstofkern te bestendigen. Deze fotonen vormen de primaire emissie in het reeds genoemde triple-alfaproces.

De zogenoemde 'heliumverbranding' kan nog op andere wijze tot stand komen, namelijk in (α,γ)-processen zoals in de rij (21,10) is aangeduid:

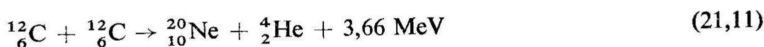


$$^{12}_{6}C - ^{16}_{8}O - ^{20}_{10}Ne - ^{24}_{12}Mg - ^{28}_{14}Si - ^{32}_{16}S - ^{36}_{18}A - ^{40}_{20}Ca \qquad (21,10)$$

7,20	11,24	3,29	9,65	7,98	6,37	7,09 MeV
0,45	0,56	0,14	0,34	0,25	0,18	0,18 MeV

Onder elke reactie is de vrijkomende nucleaire energie aangegeven: boven het totaal, beneden berekend per nucleon.

De reacties die in het schema (21,10) zijn aangeduid, behoren alle tot hetzelfde type. Van groot belang is echter de toename van de kernlading (Z), wanneer wij het schema lezen van links naar rechts. De temperatuur waarbij een reactie vlot verloopt, is evenredig met het kwadraat van de lading van de getransformeerde kern. Nemen wij aan, dat de temperatuur in de sterkern geleidelijk toeneemt, dan zien wij hoe de reacties in tijd op elkaar volgen. Elk van deze reacties gaat door tot de bijbehorende nucleaire brandstof volledig is verbruikt; natuurlijk kan de volgende reactie uit de rij dan reeds zwakjes zijn begonnen. Wat de alfadeeltjes (helium) aangaat, moet elke volgende reactie het hebben van de restjes die door zijn voorganger zijn overgelaten. Dat geldt reeds voor de eerste reactie van (21,10), waaraan het α^3-proces kan zijn voorafgegaan. Wij vinden in (21,10) dus geen mechanisme voor de opbouw van calcium uit helium. Het is echter niet onmogelijk een deel van het verbruikte helium te regenereren, bijvoorbeeld door de exotherme reactie:



$$^{12}_{6}C + ^{12}_{6}C \rightarrow ^{20}_{10}Ne + ^{4}_{2}He + 3{,}66\ \mathrm{MeV} \qquad (21,11)$$

die volgens Cameron de benodigde brandstof zou moeten leveren voor de eerste reactie van (21,10). Ook kan men denken aan de mogelijkheid alfadeeltjes te injecteren uit andere delen van de ster. De onzekerheid ten aanzien van de primaire emissie en van de nucleaire synthese in de reuzensterren en andere geëvolueerde stertypen heeft vooral betrekking op dergelijke regeneratie- en injectieprocessen. Nog gecompliceerder wordt het probleem, wanneer men bedenkt dat een ster verschillende schilvormige zones kan bezitten, met verschillende temperatuur, samenstelling en overheersend nucleair reactietype.

Als uiterste mogelijkheid voor de primaire emissie staan nog nucleaire processen van allerlei aard die tenslotte leiden tot de vorming van de elementen van de ijzergroep, de atoomkernen met de grootste specifieke

bindingsenergie. Wil men verder gaan, dan krijgt men te maken met endotherme reacties, en het is duidelijk dat deze een nog veel hogere temperatuur vereisen. Zij zouden trouwens leiden tot catastrofale ineenstorting (deel 3, III.6.9). Vorming van elementen van de ijzergroep is mogelijk op zoveel manieren, dat men zich nauwelijks aan een specificatie kan wagen en liever heel in het algemeen spreekt van het 'e-proces' (e = equilibrium); de verwachte eindtoestand is thermisch evenwicht. De relatieve abondantie van de diverse atoomkernen (als functie van temperatuur en dichtheid) kan dan worden berekend met behulp van de nucleaire versie van de formule van Saha.

De totale hoeveelheid energie die de sterren kunnen putten uit heliumverbranding en wat daarop volgt, is tamelijk beperkt. Omzetting van waterstof in helium levert ongeveer 7 MeV per nucleon, de vorming van de e-elementen uit helium ten hoogste 1,8 MeV per kerndeeltje. Op grond hiervan zou men verwachten dat de levensduur van de reuzensterren in de nucleaire fase slechts kort kan zijn. Maar laat ons oppassen voor overijlde conclusies! De waterstofvrije kern bevat slechts een fractie van de stermaterie, zo tussen 14 en 20 percent. Wanneer de temperatuur van de grenslaag hoog genoeg blijft, kan de 'waterstofverbranding' aan de basis van de mantel voortgaan, wat natuurlijk een enorme invloed heeft op de levensduur van de ster.

III.3.8 *Evolutie in het reuzenstadium*

Sterren van grote of middelgrote massa (behorende tot populatie I) zullen, na uitputting van de waterstofvoorraad in het centrum van de ster (of in de convectieve kern), zich in snel tempo van de hoofdreeks verwijderen door de expansie van de stermantel, die de contractie van de kern begeleidt. Het tempo van de verandering wordt pas verlaagd als de temperatuur van de kern genoeg is gestegen om heliumverbranding te doen plaatsvinden. Dit verklaart de grote, bijna lege ruimte in het Hertzsprung-Russelldiagram tussen hoofdreeks en reuzentak bij $M_v = 0$ (Hertzsprung-hiaat; zie ook deel 3, I.5.2 en III.5.2). Wanneer dan de nucleaire reacties in de sterkern beginnen, zet de evolutie zich voort in langzamer tempo, langs de reuzentak naar rechts (afnemende effectieve temperatuur).

Bij de tweede groep reuzensterren (populatie II), de sterren met betrekkelijk kleine massa (men neemt veelal $\mathfrak{M} = 1{,}2$ à 1,4 zonsmassa's), gaat de evolutie heel anders. De evolutiesporen van deze sterren buigen op een veel lager niveau van de hoofdreeks af en de sterren behoeven ook niet veel in te krimpen om opnieuw een stationaire toestand te bereiken. Dit komt, doordat de dichtheid van de materie in het centrum van deze

sterren al spoedig zo groot wordt dat de nulpuntsenergie van de elektronen een woordje mee gaat spreken. Het mechanisch evenwicht vereist dan geen hoge temperatuur meer, en brengt deze ook niet teweeg. Dalen kan de temperatuur niet, want de energiestroom moet zijn weg van binnen naar buiten vinden, en niet omgekeerd. Doordat gedegenereerde materie in feite supergeleidend is, is de voor energievoortplanting vereiste temperatuurgradiënt uitermate klein. De kern van de ster is dan nagenoeg isotherm.

Hoe dit ook zijn mag, de ster blijft voorlopig stralen, en zowel de sterkern als de omringende lagen blijven energie verliezen, waardoor zij verder inkrimpen en heter worden. Terwijl de temperatuur van de sterkern langzaam toeneemt, neemt de kern steeds meer materie in zich op, doordat de waterstofvoorraad in de direct aangrenzende lagen uitgeput raakt. Op den duur wordt de temperatuur van de sterkern toch zo hoog, dat heliumverbranding kan plaatsvinden.

Dan volgt iets onverwachts. Door de heliumverbranding komt opnieuw nucleaire energie vrij. Wij hebben in deel 3, II.6.3 al gezien, dat een ster zich aan een dergelijke situatie kan aanpassen door expansie en de daarmee gepaard gaande temperatuurdaling. Maar in gedegenereerde materie is dat anders. Weliswaar brengt de nucleaire emissie een toename van de thermische energie van het stergas teweeg, maar deze toename heeft vrijwel geen invloed op de gasdruk die immers bijna geheel door de nulpuntsenergie van de elektronen wordt bepaald. Gevolg: de toename van de temperatuur leidt niet tot expansie, en kan dus niet – zoals bij een 'normale' ster het geval zou zijn geweest – in zijn eigen tegendeel verkeren. De temperatuur neemt dus toe, de heliumverbranding gaat steeds sneller, wij naderen de catastrofe.

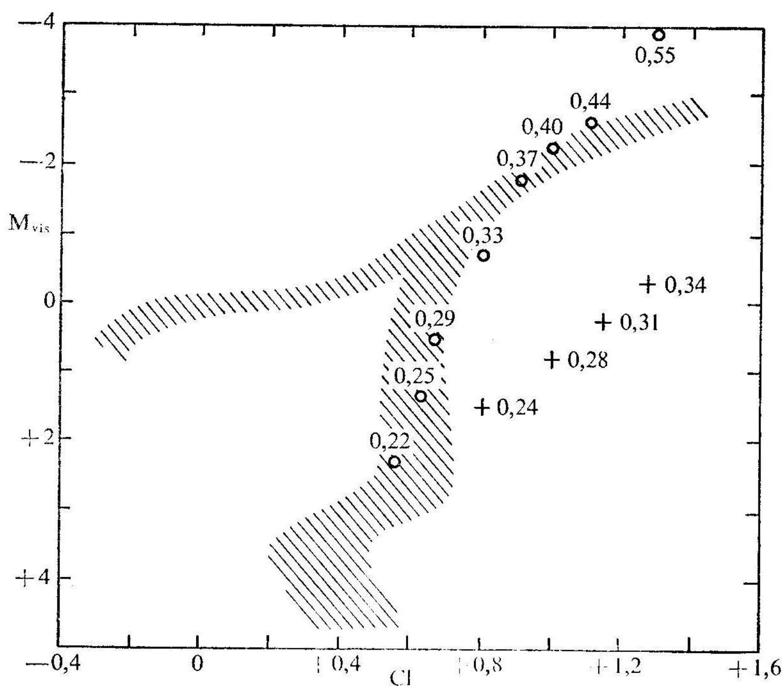
Schwarzschild en Härm zijn er in geslaagd, de ontwikkeling in deze fase met rekenautomaten te volgen: een verbluffend staaltje van rekentechniek. Het tempo van de nucleaire omzettingen loopt zo hoog op, dat op het hoogtepunt van de 'heliumflits' de primaire emissie in de kern van de ster bijna honderd miljoen maal zo groot is als de normale lichtsterkte van de ster als geheel.

Een waarnemer buiten de ster ziet daar echter niet veel van. De in de kern van de ster vrijgemaakte energie heeft immers tijd nodig om de oppervlakte te bereiken, en als het eenmaal zo ver is, is de scherpe emissiepiek zo verwazigd, dat hij niet of nauwelijks opvalt.

Wel belangrijk zijn de structuurveranderingen die na de heliumflits optreden. Zonder enige twijfel is zowel het mechanisch als het thermisch evenwicht van de ster verstoord, en men vraagt zich af hoe het nieuwe evenwicht – als dit tot stand komt – er uit zal zien. Het is denkbaar, dat

materiestromen de heliumverbrandingszone en de waterstofzone met elkaar in contact brengen. Als dat gebeurt, zal de vermenging van materie op grote schaal de ster opnieuw chemisch homogeen maken, waardoor hij ophoudt reuzenster te zijn. Teruggekeerd op of nabij de hoofdreeks, zal hij een tweede jeugd kunnen doormaken. De heersende opinie is echter, dat een dergelijke vermenging in de regel niet plaats heeft: nieuwe (zeer recente) berekeningen van Härm en Schwarzschild schijnen dit te bevestigen. Is deze opvatting juist, dan zal de evolutie meer continuïteit vertonen, al wordt zijn richting gewijzigd.

De hier beschreven verschijnselen zijn te verwachten bij reuzensterren van kleine massa, die dus behoren tot populatie II, want de degeneratie van de materie in de kern van de ster speelde een doorslaggevende rol. Bij sterren van grotere massa en populatie I ligt de situatie anders. Daar



Afb. 57 Reuzensterren populaties I en II (naar Hoyle en Schwarzschild). Gearceerd: kleur-magnitudediagram voor populatie II; kringetjes en kruisjes: theoretische modellen populaties II en I; getallen (2 decimalen achter komma) geven de fractie van de totale massa van de ster in de kern.

moet vooral acht worden geslagen op de opeenvolging van verschillende nucleaire processen behorende tot de grote familie van de 'heliumverbranding'. Tal van onderzoekers hebben aan deze problemen gewerkt en het is niet mogelijk hun resultaten in extenso te beschrijven. In het algemeen kan men zeggen, dat in deze ontwikkelingsstadia de totale lichtsterkte van de ster niet al te veel verandert, maar dat de afmetingen zeer gevoelig zijn voor structuurveranderingen in het inwendige. De plaats van de ster in het Hertzsprung-Russelldiagram is dus sterk variabel, vooral in de horizontale richting.

Het verschil tussen reuzen van populaties I en II blijkt trouwens reeds voordat de heliumverbranding een kritiek stadium heeft bereikt, of zelfs maar begonnen is (afb. 57).

De oorzaak ligt in de stermantel. Sterren van populatie II hebben een veel geringer metaalgehalte dan hun tegenhangers, en daardoor is hun materie naar verhouding veel doorschijnender. Bij gelijke afmetingen zou de mantel van de populatie II-ster een veel grotere stralingsstroom doorlaten dan die van zijn rivaal. Daardoor verloopt de reuzentak bij populatie II (kringetjes) veel steiler dan bij I (kruisjes).

III.3.9 *De dalende tak van de evolutie*

Over de planetaire nevels, of beter gezegd: over hun centrale sterren, is al gesproken in deel 3, I.8.14 en 15. Deze sterren behoren, evenals de novae, tot de 'schijfpopulatie'. Zij hebben een zeer hoge oppervlaktetemperatuur, zodat zij thuis horen in het uiterste linkerdeel van het Hertzsprung-Russelldiagram, tussen de zeer lichtsterke OB-sterren en de lichtzwakke witte dwergen. De massa van deze sterren is waarschijnlijk niet groot. Men heeft deze getaxeerd op 0,7 zonsmassa's. In hetzelfde deel van het Hertzsprung-Russelldiagram vindt men ook de novae en de aan de novae verwante U Geminorum-sterren (zie deel 3, I.9.15) in hun rustfase tussen twee uitbarstingen in. Al deze sterren stoten op spectaculaire wijze materie uit, die terechtkomt in het interstellaire medium.

Bij de kernen van de planetaire nevels gebeurt dit continu, bij novae en bij U Geminorum-sterren tijdens de erupties. Verbijsterend is de snelheid waarmee dit proces plaatsvindt bij de planetaire nevels, waaraan geen langer leven is beschoren dan tien- tot honderdduizend jaar. De verklaring is, dat deze sterren hun energie in een zeer snel tempo kwijtraken door massale produktie en emissie van neutrino's. Deze neutrino's kunnen de ster ongehinderd verlaten, heel anders dan de elektromagnetische straling die zich moeizaam een weg moet banen door het lichaam van de ster. Het is alsof in de ster een lek is geslagen: hij zakt in elkaar als een doorgeprikt ballonnetje.

Emissie van neutrino's treedt op als begeleidend verschijnsel van de waterstofverbranding, maar is daar van weinig betekenis; zie deel 3, II.8, reactieschema's (17,2) en (17,4). Het gaat nu om emissie van neutrino's op veel grotere schaal, die slechts mogelijk is bij materie van zeer hoge temperatuur. In de vele processen waarin we normaal de emissie van een foton verwachten, kan nu ook een paar neutrino's ontstaan, dat wil zeggen: een neutrino en een antineutrino te zamen. Processen van deze soort zijn relatief zeldzaam, omdat zij behoren tot de zogenoemde zwakke interacties, terwijl emissie van een foton een elektromagnetisch proces is (deel 3, II.7.8), maar bij de hoge temperaturen die in het inwendige van dit soort sterren heersen, is zelfs het zeldzame geval nog veel voorkomend. Wij zien nu ook wel wat het einde is. Wanneer het energieverlies en de contractie ver genoeg zijn voortgeschreden, raakt de materie in het inwendige van de ster in gedegenereerde toestand. Dan wordt de contractie van de ster vertraagd, de temperatuur kan gaan dalen en de ster bereidt zich voor op een rustig levenseinde.

Dit is dan wat er kan gebeuren voor sterren met een niet te grote massa. Wij weten niet of die sterren altijd een voldoend kleine massa hebben gehad. Het is niet onwaarschijnlijk, dat hun massa aanvankelijk groter was, maar dat zij een aanzienlijk deel van hun materie reeds tijdens het reuzenstadium hebben uitgestoten. Het zou anders ook moeilijk zijn te begrijpen, hoe sterren met een zo kleine massa in minder dan 10^{10} jaar (de geschatte leeftijd van ons sterrenstelsel) reeds tot dit geavanceerde stadium van de evolutie zijn genaderd. De snelheid van het evolutieproces neemt sterk toe met de massa van de ster.

Zouden ook sterren die aanvankelijk een werkelijk grote massa bezaten, voldoende materie kunnen verliezen om op de hier beschreven evolutieweg terecht te komen? Wij weten het niet. De uitstroming van materie is waarschijnlijk een veel voorkomend verschijnsel dat optreedt bij vele, zo niet bij alle reuzensterren, maar de vraag is: wordt er voldoende materie uitgestoten om de massa te doen dalen tot beneden de Chandrasekhar-Salpeter-limiet? Men kan zich wel voorstellen dat de uitstoting van materie voortduurt tot op het ogenblik dat de materie in de sterkern in de gedegenereerde toestand geraakt. Als dit zo is, komen de evolutiesporen van alle sterren tenslotte samen in één enkel gebied, in het domein van de witte dwergen.

III.3.10 *Witte dwergen*

De witte dwergen (**W D**) hebben wij in deel 3, I.5.1 al even genoemd. Deze sterren zijn uitzonderlijk doordat zij een hoge oppervlakte temperatuur paren aan een geringe absolute lichtsterkte. Deze combinatie van eigen-

schappen is alleen mogelijk door de kleine afmetingen van de witte dwergen. Een bekend voorbeeld is de Sirius-begeleider die in afmetingen overeenkomt met de aarde, maar in massa met de zon. Wanneer een massa van deze grootte is ingesloten in een zo klein volume, moet de dichtheid van de materie wel bijzonder hoog zijn, een gemiddelde van zo om en nabij een miljoen maal die van water. Dit is de situatie waarin degeneratie van de materie optreedt.

Toch mogen de witte dwergen niet op één lijn worden gesteld met de dode sterren waarover wij in deel 3, III.3.1 spraken. Zij zijn nog niet helemaal afgekoeld; ionen en atoomrompen bewegen nog steeds met een energie die veel groter is dan de nulpuntsenergie voor deze zware deeltjes. De ster gaat dus nog voort met stralen en onttrekt energie aan dit ionengas. Langzaam koelt dit af, zo langzaam inderdaad, dat de ster hierop nog zo'n 10^{11} jaar (tien maal de leeftijd van ons sterrenstelsel) kan teren.

Witte dwergen hebben een zeer kleine absolute lichtsterkte. Zij zijn daardoor moeilijk te vinden en die welke wij kennen, zijn niet al te ver van ons verwijderd. In vele gevallen zijn trigonometrische parallaxen bepaald. Wij kennen ook enkele witte dwergen die behoren tot de Hyaden en waarvoor de afstand dus ook bekend is, een kleine 40 parsec. Alles te zamen, zijn nu een 300 witte dwergen bekend, maar slechts over een fractie ervan hebben wij goede gegevens. Deze sterren moeten in werkelijkheid zeer talrijk zijn. Gegevens over enkele belangrijke en interessante objecten vindt men in onderstaande tabel.

TABEL: WITTE DWERGEN, NAAR GREENSTEIN (EXCERPT)

naam	p''	V	$B-V$	$U-B$	M_v	Sp	M_{bol}	T_{eff}	$R/R_\odot$
Van Maanen 2	0",236	12,36	+ 0,56	+ 0,04	14,23	DG	14,1	5 200	0,017
o² Eridani B	0",200	9,50	+ 0,03	— 0,70	11,01	DA	9,8	13 000	0,017
Sirius B	0",376	8,5	?	?	11,38	DA:			
Procyon B	0",294	10,8	?	?	13,14	?			
Luyten 745-46 A	0",164	13,04:	+ 0,32:	— 0,63:	14,12	DF	13,8	7 900	0,008
Luyten 97-12	0",170	14,5	+ 0,5	?	15,65	?			
Luyten 532-81	0",102	11,7	+ 0,05	?	11,74	DA			
Luyten 145-141	0",203	12,0	— 0,1:	?	13,54	?			
Wolf 489	0",131	14,68	+ 0,96	+ 0,37	15,27	DK:	14,3	4 100	0,025
Luyten 362-81	0",120	12,8	?	?	13,20	DA			

Toelichting: *U*, *B* en *V*: schijnbare magnituden ultraviolet, blauw en visueel; het symbool D in de spectrumclassificatie = witte dwerg.

De witte dwergen worden geclassificeerd naar hun spectrum, maar de spectrale typen hebben niet de betekenis die wij gewend zijn. Een blik op plaat 19 toont dat het spectrum niet alleen bepaald wordt door de temperatuur, maar dat ook verschil in abondantie een hartig woordje meespreekt. Ongeveer 75 percent van de geclassificeerde sterren krijgt het type A vanwege de aanwezigheid van waterstoflijnen; de overige 25 percent zijn voor een goed deel waterstofarme sterren.

Bepaling van de temperatuur van de sterren uit intensiteitsverhoudingen van diverse spectrale lijnen is onmogelijk. In waterstofarme objecten volgt het continuüm waarschijnlijk een Planckse curve; bij waterstofrijke objecten kan men uitgaan van de grootte van de Balmersprong, maar de methode is gevaarlijk omdat men niet weet hoeveel continue absorptie uit andere bronnen, die de Balmersprong tracht uit te wissen, in rekening moet worden gebracht. Men kan ook gebruik maken van de rest-intensiteit in het centrum van de sterke waterstoflijnen, die de oppervlaktetemperatuur van de ster aangeeft.

Op deze wijze is Greenstein gekomen tot de bepaling van de temperatuur van een aantal witte dwergen. Combineert men dit gegeven met de parallax en met de schijnbare magnitude van de ster, dan kan men de absolute lichtsterkte en óók de afmetingen van de ster bepalen (zie bovenstaande tabel).

Slechts voor een drietal witte dwergen kent men de massa. Het gaat hier om de B-componenten van Sirius, van Procyon, en van het drievoudige systeem o^2 Eridani. Bij geen van deze drie sterren wordt de Chandrasekhar-Salpeter-limiet voor waterstofarme objecten overschreden. Niet alle sterren voldoen aan Chandrasekhars massa-radius-relatie voor waterstofarme objecten. Stellig moet de invloed van een eventuele waterstofrijke mantel in rekening worden gebracht.

De versnelling van de zwaartekracht aan de oppervlakte van de witte dwergen is zeer groot en men verwacht daardoor het optreden van de relativistische roodverschuiving, de zogenoemde Einstein-verschuiving (deel 4, v.3.2). Men kan deze alleen bepalen, wanneer de werkelijke snelheid van de ster langs andere weg kan worden gevonden. Wij denken hier aan WD-componenten van dubbelsterren, zoals de drie reeds genoemde objecten, maar ook aan leden van de groep der Hyaden, of van andere sterhopen. Technische moeilijkheden, die verband houden met de geringe lichtsterkte van de witte dwergen, staan hier nog in de weg, maar de perspectieven zijn niet ongunstig. Uiteindelijk zal het wel mogelijk worden langs deze weg de massa van een aantal witte dwergen te bepalen.

Tenslotte de vraag: waar komen de witte dwergen vandaan? Het voorkomen van een witte dwerg als begeleider van een zo jonge ster als

Sirius A geeft te denken. De Sirius-begeleider kan niet oud zijn in jaren. Misschien is de begeleider aanvankelijk een snel evoluerende ster van grote massa geweest, die in een geweldige catastrofe, een supernova-uitbarsting waarschijnlijk, het grootste deel van zijn massa heeft verloren.

III.3.11 *Neutronensterren*

Wat zal het lot zijn van een – vooralsnog hypothetische – ster, die té grote massa heeft om witte dwerg te kunnen worden? Wij verwachten, dat een dergelijke ster zijn nucleaire energie volledig zal verbruiken en voor het overige kan hij niet anders doen dan inkrimpen. De temperatuur in het inwendige blijft stijgen, de ster blijft straling voortbrengen. Tot welke grens? Het blijkt, dat er geen grens is, geen grens kan zijn, wanneer men in rekening brengt, dat de toename van de gasdruk door relativistische en nucleaire effecten wordt beperkt. Wel verandert de samenstelling van de stermaterie. Wanneer de materie de enorme dichtheid van 10^{12} tot 10^{13} gram/cm^3 heeft bereikt, worden de in vroegere ontwikkelingsstadia moeizaam opgebouwde atoomkernen omgezet in neutronen. Dit is niet in strijd met het streven naar de toestand van kleinste energie, want bij deze geweldige dichtheid is de nulpuntsenergie van de elektronen zo groot, dat het energetisch voordeliger is de materie in een neutronen-agglomeraat te doen veranderen.

Kan deze neutronenster dan misschien afkoelen? Bij zeer hoge compressie gaat ook het neutronengas degenereren. Bij een neutronengas moet men μ_e, het atoomgewicht per elektron, vervangen door μ_n, het atoomgewicht per vrij neutron, en natuurlijk is $\mu_n = 1$. Uit vergelijking (21,8) in deel 3, III.3.7 zal men dan concluderen tot een grensmassa van 5,75 zonnemassa's voor een neutronenster. Men vergeet dan echter, dat de deeltjes van een samengeperst neutronengas grote aantrekkingskracht op elkaar uitoefenen. Het gaat hier om dezelfde krachten die de atoomkernen in stand houden.

Het blijkt (volgens Oppenheimer en anderen) dat de contractie van een neutronenster van meer dan 0,7 zonsmassa's niet kan worden gestuit. Feitelijk kan men het geen contractie meer noemen, het is een catastrofale ineenstorting, maar voor de waarnemer is het gebeuren niet zo spectaculair als men wel zal denken. Het zwaartekrachtsveld aan de oppervlakte van de neutronenster wordt op den duur zo groot, dat de relativistische vertraging van het verschijnsel voor een waarnemer buiten de ster van allesoverheersende betekenis wordt. Hoe kort de ineenstorting van de ster in zogenoemde eigen tijd ook mag duren, voor een waarnemer buiten de ster duurt zij oneindig lang. Wij zien geen catastrofe, maar een langzaam uitdoven in een nooit aflopend proces.

III.4 CHEMISCHE EVOLUTIE

III.4.1 *Chemische samenstelling en populaties*

Men is tegenwoordig bijna algemeen van mening, dat waterstof het oerelement is van de kosmos. De andere elementen zijn voor een aanzienlijk deel – zo niet geheel – opgebouwd in het inwendige van de sterren. De chemische samenstelling van een pas gevormde ster weerspiegelt tot op zekere hoogte die van het medium waaruit hij is voortgekomen. (Zie echter de laatste alinea van deel 3, III.1.3.) Als ons uitgangspunt juist is, moeten de oudste sterren in ons sterrenstelsel op het moment van hun geboorte zuivere waterstofsterren zijn geweest. Dit onder voorbehoud dat een beperkte hoeveelheid helium kan zijn gevormd in een vroeg ontwikkelingsstadium van het heelal, nog voor de geboorte van de eerste sterren; zie deel 4, V.5. In het inwendige van de sterren vindt dan de vorming plaats van helium en, als de omstandigheden gunstig zijn, worden er ook zwaardere elementen, tot en met de ijzergroep, opgebouwd. Een deel van de getransformeerde materie wordt weer aan het interstellaire medium afgestaan. Wij weten nog niet hoe dit precies gebeurt, maar dàt het gebeurt is wel zo goed als zeker.

Er zijn grote verschillen in chemische samenstelling tussen de sterren onderling. Deze verschillen manifesteren zich het duidelijkst in het metaalgehalte (in de zin van metalen/alle materie) dat betrekkelijk eenvoudig langs spectroscopische weg kan worden gemeten.

Dit metaalgehalte vertoont een duidelijke correlatie met de leeftijd van de ster, die met behulp van de theorieën van de evolutie van de sterren kan worden bepaald (deel 3, III.5.3). Maar de verschillen in samenstelling tussen de sterren van populatie I en die van de schijf zijn niet groot. Al deze sterren zijn als 'metaalrijk' te beschouwen. De overgang van 'metaalarm' naar 'metaalrijk' is in hoofdzaak gelokaliseerd binnen de populatie van de halo (deel 3, III.3.6) en de overgangsgroep.

III.4.2 *Abnormale abondanties*

Door het metaalgehalte alleen zijn de verschillen in chemische samenstelling nog niet voldoende gekarakteriseerd. Zie bijvoorbeeld de koolstofsterren (deel 3, I.4.2), waar de abondantieverhouding koolstof/zuurstof in vergelijking tot de M-sterren zeer hoog schijnt te zijn. Ook de abondantieverhouding van de isotopen ^{12}C en ^{13}C stelt ons voor verrassingen; zie plaat 20 en deel 3, I.8.4. De in de koolstofsterren meest voorkomende verhouding 3,5 : 1 past goed in de theorie van de CNO-keten (zie de tabel in deel 3, II.8.2), maar waarom geldt – onder andere – op aarde een verhouding 90 : 1? Wij moeten erop wijzen, dat in sterren

waar de koolstofcyclus (VII.17.2) opereert, ook het optreden van de reactieketen



$$^{16}O\ (p,\gamma)\ ^{17}F\ (—,\ \beta^{+}\nu)\ ^{17}O\ (p,\alpha)\ ^{14}N \qquad (22{,}1)$$
$$+\ 0{,}52 \qquad +\ 3{,}62 \qquad +\ 1{,}16\ \mathrm{MeV}$$

moet worden verwacht. Deze afbraakreactie die moet concurreren met



$$^{15}N\ (p,\gamma)\ ^{16}O + 12{,}10\ \mathrm{MeV} \qquad (22{,}2)$$

verloopt waarschijnlijk snel genoeg om het zuurstofgehalte laag te houden. Dit verklaart de correlatie tussen de abondantieverhouding C/O en $^{12}C/^{13}C$. Blijft de vraag, waarom de produkten van de 'waterstofverbranding' bij sommige sterren niet, bij andere wel in de oppervlaktelagen terechtkomen. Merkwaardige variaties vindt men ook bij de isotopen van lithium (^{6}Li : ^{7}Li). Dat de ster 3 Centauri A sterke lijnen van helium heeft, is niets bijzonders. Maar deze lijnen zijn, op grond van nauwkeurige bepalingen van hun golflengte, toegeschreven aan de elders zo zeldzame heliumisotoop ^{3}He: een verrijking met een factor 100 000 of daaromtrent. Het spectrum van de ster verraadt nog andere afwijkingen in de chemische samenstelling. Plaat 21 toont het spectrum van een waterstofarme ster, υ Sagittarii, met daarboven, ter vergelijking, dat van de superreus η Leonis (A0 Ib). Op grond van de graad van excitatie en ionisatie is υ Sgr te beschouwen als vroege A- of late B-ster, en de zwakte van de waterstoflijnen is per se abnormaal. De ongewone duidelijkheid waarmee lijnen van helium en van geïoniseerde metalen naar voren treden, doet vermoeden dat ook de continue absorptie in de atmosfeer, door het bijna afwezig zijn van het element waterstof, abnormaal laag is.

Tenslotte herinneren wij aan de merkwaardige versterking van de lijnen van de zeldzame aarden in een aantal sterren van overigens zeer verschillend type (plaat 22; zie ook deel 3, I.8.5 tot en met 7). Curieus is het optreden van lijnen van technetium (Tc) in het spectrum van S-sterren (Merrill). Dit onbestendige element moet wel in de ster zelf zijn gevormd.

III.4.3 *Middelzware en zware elementen*

De vorming van technetium (kernlading = Z = 43) en andere elementen behorende tot de middengroepen van het periodiek systeem kan niet worden verklaard uit de reeds besproken nucleaire reacties die niet verder voeren dan de ijzergroep (deel 3, III.3.7). De elementen van de ijzergroep hebben de grootste specifieke bindingsenergie. Dit betekent, dat omzetting in andere kernen, welke dan ook, slechts mogelijk is, wanneer energie van buiten wordt toegevoerd (endotherme reacties). Nu kan men zich wel een toestand voorstellen van zo hoge temperatuur dat de benodigde

energie ook werkelijk beschikbaar is. Het blijkt echter dat verhoging van de temperatuur niet leidt tot verdere groei van de atoomkernen, maar tot dissociatie (eveneens een endotherm proces). Dit is niet vreemd: bij voldoende hoge temperatuur zullen de heftig botsende atoomkernen elkaar aan stukken slaan, niet zich vreedzaam tegen elkaar aanvlijen. Bovendien leidt het plaatsvinden van endotherme nucleaire reacties in het lichaam van een ster tot een hevige instabiliteit; zie deel 3, III.6.3 en III.6.9.

Meer succes mag worden verwacht van een toestand van hoge dichtheid bij niet te hoge temperatuur, zodat het elektronengas gedegenereerd is. Dan zal door de omgekeerde β^--activiteit (deel 3, II.2.5) de kernlading worden verkleind. Dit heeft belangrijke gevolgen, omdat juist de elektrostatische afstoting tussen de kerndeeltjes aan de groei van de kernen paal en perk stelt. Beschouwt men niet een geïsoleerde atoomkern maar, zoals het behoort, de stermaterie in zijn geheel, dan blijkt dat de elementen van de ijzergroep ($A = 56$) niet meer de toestand van kleinste energie vertegenwoordigen: het evenwicht verschuift nu naar grotere waarden van A. Atoomkernen met $A = 100$ of daaromtrent kunnen worden gevormd bij een materiedichtheid van 10^{11} g/cm^3. Maar ook als men zou aannemen dat een zo hoge dichtheid in het centrum van sommige sterren is gerealiseerd, blijft nog de klemmende vraag hoe deze materie in betrekkelijk korte tijd (technetium!) de oppervlaktelagen van de ster kan bereiken.

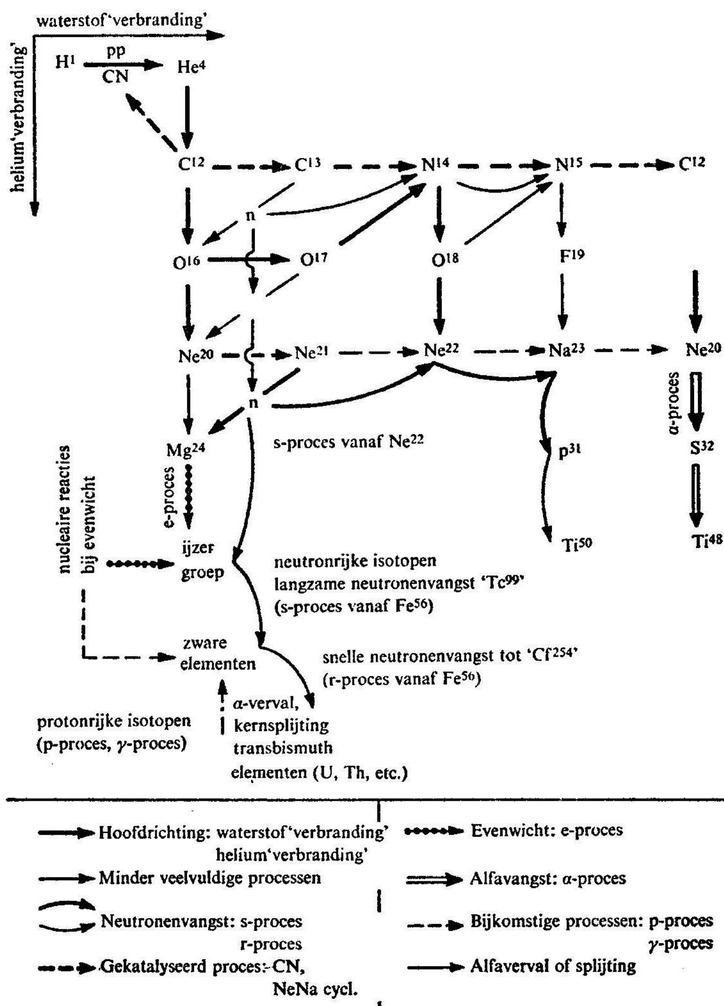
III.4.4 *Het s-proces*

Men heeft daarom gezocht naar verklaringen waarbij de evenwichtsconditie wordt losgelaten. In hun belangrijke overzichtsartikel (1957) onderzoeken B^{2}FH (echtpaar Burbidge, Fowler, Hoyle) de mogelijkheid van neutronenvangst (n,γ-processen); zie afb. 58. De (eventuele) aanwezigheid van een neutronenbron in de ster geeft inderdaad nieuwe mogelijkheden, omdat de neutronen niet worden tegengehouden door het elektrisch veld van de atoomkern.

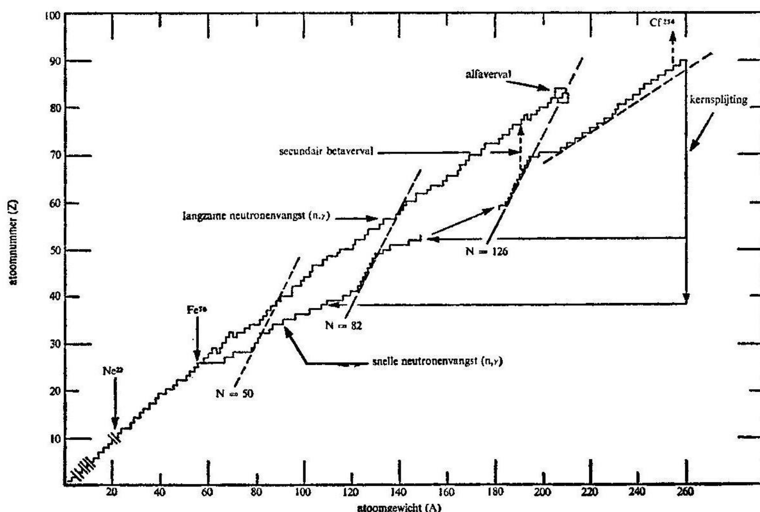
Wanneer neutronen binnendringen in een atoomkern, brengen zij in de eerste plaats een vergroting van de kernmassa teweeg, terwijl de kernlading onveranderd blijft. Al vrij spoedig leidt dit tot de vorming van kernen met een zo groot neutronenoverschot, dat β^--activiteit zal optreden. In het inwendige van de ster is de neutronenstroom zwak, en de kernen hebben alle tijd om het beta-verval te realiseren, terwijl zij 'wachten' op het volgende neutron. Dit is het kenmerk van het s-proces (B^{2}FH: slow rate of capture).

B^{2}FH gebruiken dit s-proces op twee verschillende plaatsen. In de eerste

plaats dient het ter completering van de vorming van elementen en isotopen in het bereik 23 $\leq A \leq$ 46, die nodig is, omdat door helium-'verbranding' hoofdzakelijk de multiple-α-kernen (vergelijking 21,10) worden gevormd. Ja, het is zelfs de vraag óf de heliumverbranding zo ver voert als vergelijking 21,10 suggereert, vanwege vroegtijdige depletie van



Afb. 58 Schema opbouw elementen volgens B²FH (1957).



Afb. 59 Het s-proces volgens B²FH. Basiskernen (seed nuclei) zijn ^{22}Ne en ^{56}Fe, die zijn voortgebracht door heliumverbranding, respectievelijk in het e-proces (ontwikkeling naar thermisch evenwicht). Het s-proces eindigt bij de alfa-actieve kernen met hoge kernlading (boven bismut $Z > 83$).

het helium en onvoldoende regeneratie; zie deel 3, III.3.7. Men neemt veelal aan, dat de alfareacties niet veel verder voeren dan tot neon.

Het verloop van het s-proces is aangeduid in afb. 59. Wij noemen enkele specifieke problemen. De vrije neutronen die men nodig heeft, denkt men veelal afkomstig van (α,n)-reacties die opereren op kernen als ^{13}C, ^{17}O of ^{21}Ne. Wil men kiezen, dan moet men ook de eventuele nevenreacties nauwkeurig bestuderen. Men moet verder zekerheid zien te verkrijgen ten aanzien van de afwezigheid van 'neutron-vergiften' (deel 3, II.7.8). Tenslotte moet men nagaan welke schade eventuele afbraakreacties van het type (n,α) kunnen aanrichten. Natuurlijk zijn alleen de exotherme afbraakreacties gevaarlijk. Een voorbeeld is de transmutatie van $^{32}_{16}$S, die op twee geheel verschillende wijzen kan verlopen:


$$^{32}_{16}\mathrm{S}\ (n,\gamma)\ ^{33}_{16}\mathrm{S} + 8{,}64\ \mathrm{MeV} \qquad (22{,}3) \text{ of}$$


$$^{32}_{16}\mathrm{S}\ (n,\alpha)\ ^{29}_{14}\mathrm{Si} + 1{,}53\ \mathrm{MeV} \qquad (22{,}4)$$

Op grond van hetgeen in deel 3, II.7.8 is gezegd over sterke interacties,

kan men de tweede reactiemogelijkheid, die de moeizaam opgebouwde ^{32}S-kernen weer vernietigt, niet veronachtzamen.

III.4.5 *Het r-proces en het p-proces*

Ook de opbouw van de elementen voorbij de ijzergroep geschiedt volgens B^2FH althans gedeeltelijk door het s-proces. Maar er moeten nog andere processen werken. Dit treedt het duidelijkst aan het licht bij de vorming van isobaren. Wij nemen (als willekeurig voorbeeld) de bromiumkern $^{81}_{35}Br$, de enige stabiele kern met $A = 81$. Via een (n,γ)-reactie ontstaat de isotoop $^{82}_{35}Br$. Deze kern is instabiel en gaat door β^--emissie over in (stabiel) $^{82}_{36}Kr$. De eveneens stabiele isobaar $^{82}_{34}Se$ wordt niet gevormd. Daar ook de laatstgenoemde kern in de natuur voorkomt, moet een ander ontstaansmechanisme worden gevonden. Hiertoe wordt het r-proces (rapid neutron capture) te hulp geroepen. In dit proces – dat alleen bij catastrofale ontwikkelingen zal optreden – kan het β^--verval het tempo van de neutronenvangst over het algemeen niet bijhouden. Door het r-proces ontstaan kernen met een groot neutronenoverschot, die in de vrije natuur niet voorkomen, maar die later, als ze met rust worden gelaten, via β^--processen in stabiele kernen overgaan. Dit zijn dan weer andere kernen dan die welke in het s-proces worden gevormd. Volgens B^2FH kunnen ook de radioactieve elementen aan het eind van het periodieke systeem (polonium tot en met uranium, en misschien verder) in het r-proces zijn gevormd.

Ten aanzien van de vorming van zware elementen door neutronenvangst gelden dezelfde bezwaren als die welke bij de synthese van de minder zware kernen naar voren zijn gebracht. Daar komt nog bij, dat een neutronenbron van voldoende sterkte moeilijk is te vinden. Opbouw van een kern van $A = 63$ tot 209 vereist de absorptie van tenminste 146 neutronen. Gaat de opbouw te ver, dan komt men in het gebied van de splijtbare kernen die dan inderdaad ook splijten, waardoor een deel van de moeizaam opgebouwde kernen weer verloren gaat.Tenslotte maken wij nog melding van het zogenoemde p-proces (p,γ), met krachtige protonenstroom, een tegenhanger van het r-proces, nodig om de nucleaire synthese te completeren.

De theorieën van B^2FH met betrekking tot de neutronenvangst zijn stellig nog in een primitief stadium, maar hun conclusie, dat neutronarme en neutronrijke isobaren niet op dezelfde wijze zijn gevormd, heeft waarschijnlijk toch wel reële betekenis.

III.5 HOE OUD ZIJN DE STERREN?

III.5.1 *Algemene grondslagen van leeftijdsbepaling bij individuele sterren*

Een ster krijgt bij zijn geboorte een zekere hoeveelheid materie mee: massa en oorspronkelijke chemische samenstelling zijn hierdoor bepaald. Zouden wij beide kennen, en zouden wij de theorie van de sterevolutie volledig beheersen, dan zouden wij kunnen uitrekenen hoe de ster zich na een gegeven aantal jaren aan het oog zou vertonen. Uit de vergelijking van goed waargenomen sterren met berekende modellen zouden wij dan de leeftijd van deze sterren kunnen berekenen.

Het is van belang na te gaan, hoeveel onderling onafhankelijke grootheden optreden als basisgegevens voor deze berekening. Massa en leeftijd maken er samen twee, maar hoe staat het met de chemische samenstelling? Is dit één enkel gegeven of zijn het er 91 of nog meer? Wanneer men bereid is tot een kleine schematisering van de werkelijkheid, kan men de chemische samenstelling beschrijven door drie parameters, namelijk de gewichtsconcentratie van 1. waterstof, (X), 2. helium, (Y), 3. de CNO-groep (C), terwijl alle overige elementen worden samengenomen in een ongedifferentieerd mengsel met concentratie $Z = 1 - X - Y - C$. Deze beperkte differentiatie stelt ons in staat, alle grootheden die voor de bouw van de ster van belang zijn, te berekenen (X in deel 3, II.4.3; μ in II.5.3; ε in II.8.4).

Vijf parameters zijn dus in elk geval nodig om de toestand van een ster te bepalen. Zoveel kennis bezitten wij ten aanzien van de meeste sterren niet. Overigens zijn X, Y en C geen constanten, maar grootheden die van plaats tot plaats binnen het lichaam van de ster variëren.

Voor vele sterren kennen wij de absolute lichtsterkte L en de effectieve temperatuur T_{eff}, of, wat op hetzelfde neerkomt, L en radius R. Van een veel kleiner aantal sterren kennen wij de massa, $\mathfrak{M}$. Spectroscopisch kunnen wij komen tot een ruwe schatting van het metaalgehalte. De belangrijkste nog overblijvende onbekende is het heliumgehalte Y. Hier moet men meestal met een gissing volstaan. Kennis van Y is van zeer groot belang voor de bepaling van het atoomgewicht μ, en dus van de lichtkracht. Op deze grond kunnen wij dan de leeftijd van individuele sterren taxeren.

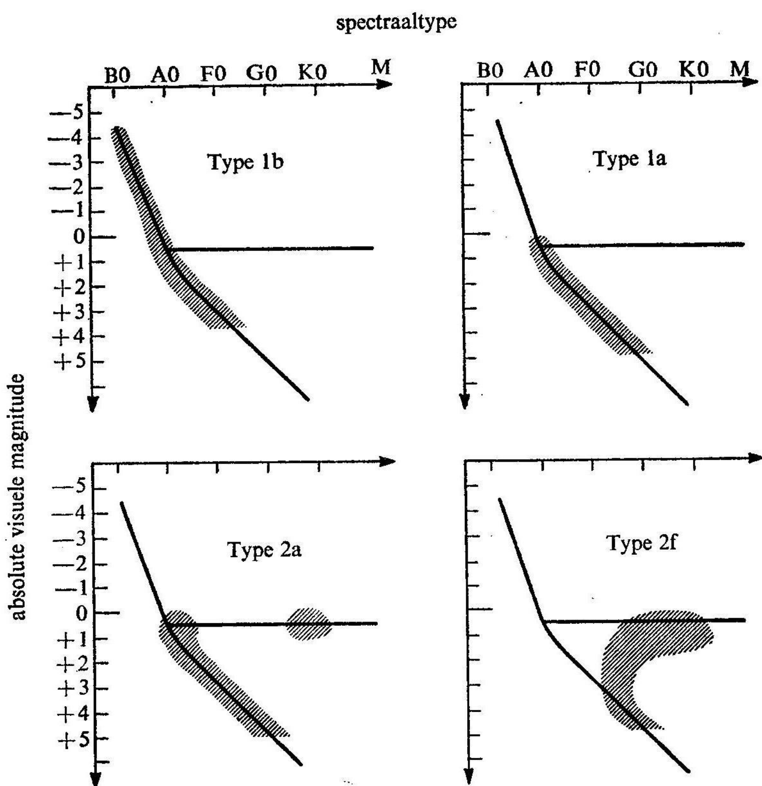
III.5.2 *Hertzsprung-Russelldiagram voor galactische sterhopen*

Het empirisch onderzoek van sterhopen (clusters) is van groot belang in verband met de theorieën over de evolutie van de sterren. De leden van een sterhoop zijn vermoedelijk ongeveer even oud, en het is niet onwaarschijnlijk, dat zij bij hun geboorte dezelfde chemische samenstelling had-

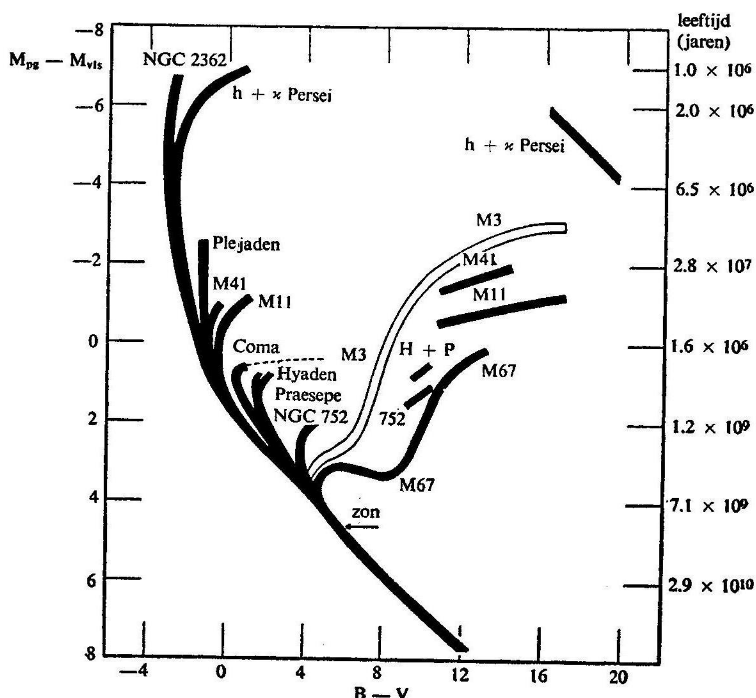
den, als men tenminste aan de in deel 3, III.1.3 geuite twijfel geen al te groot gewicht wil toekennen. Aanvaardt men deze premissen, dan moet men de verschillen tussen de sterren in de hoop verklaren uit een verschil in massa, tenzij nog niet genoemde factoren, zoals snelheid van aswenteling, meespelen.

In het Hertzsprung-Russelldiagram van de sterhoop zijn de sterren gegroepeerd langs een aantal lijnen die kunnen worden opgevat als isochronen, lijnen van gelijke evolutietijd. Door een vergelijking van deze isochronen met berekende stermodellen, kan men komen tot een bepaling van de leeftijd van de sterhoop.

De veertig jaar geleden door Trumpler gepubliceerde Hertzsprung-



Afb. 60 Schematische Hertzsprung-Russelldiagrammen van sterhopen, volgens Trumpler, tonen de gang van de evolutie.



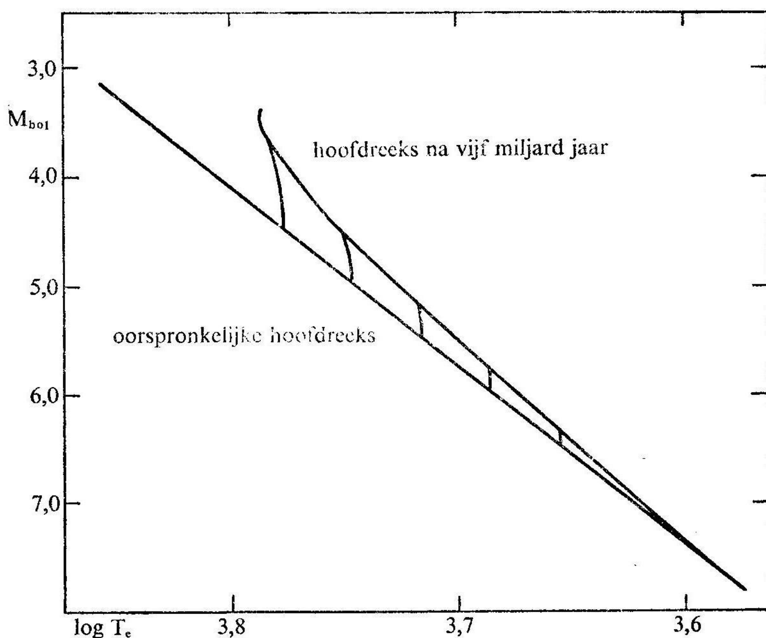
Afb. 61 Leeftijdsbepaling van sterhopen uit het Hertzsprung-Russelldiagram. De rechts aangegeven leeftijden behoren bij de punten waar de evolutielijnen aftakken van de hoofdreeks. Messier 3 is de enige bolhoop in het diagram.

Russelldiagrammen voor galactische (open) sterhopen (deel 3, III.1.1) kunnen ook nu nog worden gebruikt om de evolutie van sterren en van clusters in algemene zin toe te lichten (afb. 60). In het diagram van type 1b is de hoofdreeks bezet tot aan de top, in het gebied van de B-sterren. Sterren van zo grote lichtsterkte kunnen slechts kort op de hoofdreeks verblijven. Sterhopen van dit type zijn dus jong. In de sterhopen van type 1a, 2a zijn de B-sterren al verdwenen, maar de A-sterren bevinden zich nog op de hoofdreeks. In deze clusters 'van middelbare leeftijd' zouden ook reuzensterren moeten zijn, maar meestal is het verwachte aantal zo klein, dat zij even goed kunnen ontbreken. De onderscheiding tussen de typen 1a en 2a is over het algemeen van ondergeschikt belang. Het diagram 2f toont weer een later stadium van de evolutie, gekenmerkt door een nog verdere afbrokkeling van de hoofdreeks. Wij wijzen op het

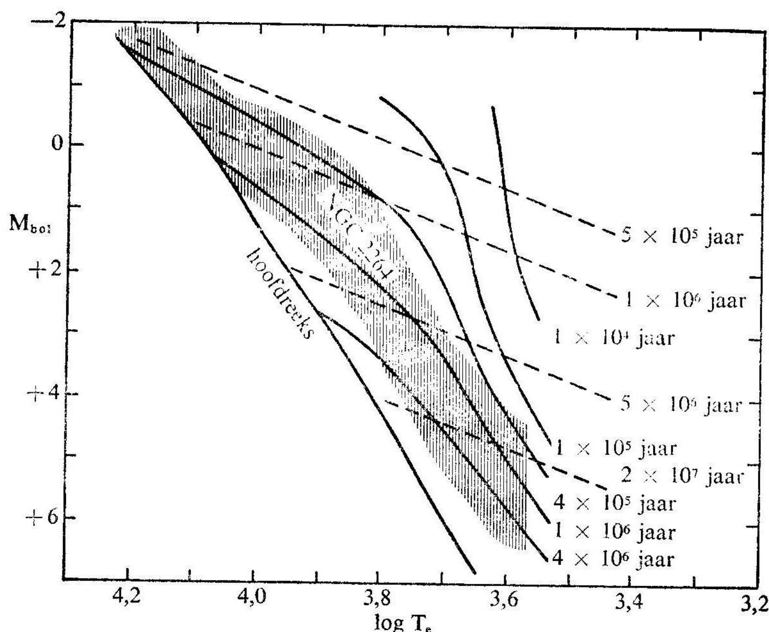
ontbreken van het Hertzsprung-hiaat (deel 3, III.3.8), een omstandigheid die erop duidt dat sterren ongeveer van 1,5 zonsmassa de hoofdreeks gaan verlaten. Bij sterren van zo kleine massa raakt de materie in de sterkern al gauw in gedegenereerde toestand, waardoor verdere contractie en temperatuurstijging van deze kern wordt voorkomen. Er is dan een meer gelijkmatige overgang van hoofdreeks naar reuzentak, via een tussenstadium als 'subreus'.

III.5.3 *Leeftijdsbepaling bij sterhopen in het algemeen*

In afbeelding 61 vindt men een superpositie van geschematiseerde Hertzsprung-Russelldiagrammen van een aantal galactische sterhopen en van de bolvormige sterrenhoop Messier 3. Om redenen van praktische aard geeft de horizontale schaal niet het spectrale type, maar de kleurindex in een veel gebruikt fotometrisch systeem. De fotometrie van de sterren in een cluster verschaft ons in eerste instantie alleen de schijnbare mag-



Afb. 62 Verschuiving van de hoofdreeks door het evolutieproces (naar Sandage).



Afb. 63 Temperatuur-lichtkracht-schema voor de zeer jonge cluster NGC 2264 (Walker). Het gearceerde gedeelte is bezet met sterren die het hoofdreeksstadium nog niet hebben bereikt. Het evolutiepad tijdens het contractiestadium (oude theorie) is aangeduid door stippellijnen. Zie ook de bijbehorende evolutietijden. Getrokken lijnen: isochronen volgens Hayashi.

nitude van deze sterren en een door de interstellaire verkleuring beïnvloede kleurindex.

Bij de overgang naar een absoluut maatsysteem moeten beide schalen worden verschoven. De interstellaire verkleuring kan in principe worden geëlimineerd, wanneer men gebruik maakt van een goedgekozen drie- (of meer-) kleursysteem. Voor de bepaling van de verticale verschuiving moet men de afstandsmodulus kennen, en deze moet in feite worden afgeleid uit het diagram zelf.

Wij weten, dat het tempo van evolutie van een ster een snel stijgende functie is van de massa. De sterren op de hoofdreeks, die meer dan een magnitude beneden het bovenste aftakkingspunt liggen, zijn sinds hun aankomst op de hoofdreeks nauwelijks veranderd; zie afb. 62, die toont hoe de positie van de hoofdreeks in vijf miljard jaar is veranderd. Zij markeren de evolutionaire nullijn ('age zero line'), waarvan de ligging in

het Hertzsprung-Russelldiagram bekend is uit een studie van de sterren in de omgeving van de zon (Sandage). De eis, dat dit deel van de hoofdreeks in het clusterdiagram samenvalt met Sandages nullijn, kan nu worden gebruikt om de schaal van de absolute magnituden te fixeren.

Heeft men dit gedaan, dan kan men uit de ligging van elk van de beide aftakkingspunten van de hoofdreeks de leeftijd van de sterhoop bepalen. Bij het bovenste aftakkingspunt gaat het om sterren die alle waterstof in of nabij het centrum in helium hebben omgezet, bij het benedenste punt om sterren die net het eerste contractiestadium achter de rug hebben. Het benedenste aftakkingspunt is niet altijd bekend, maar naar het schijnt, is er geen groot verschil tussen de resultaten van deze twee methoden voor clusters waar deze met elkaar kunnen worden vergeleken.

III.5.4 *Problemen en resultaten*

Er blijkt een enorme variatie te bestaan in de leeftijd van de sterhopen: van één miljoen tot tien miljard jaar! Deze getallen gelden voor de galactische clusters. De bolvormige sterhopen zijn allemaal oud. Men kan niet zeggen, dat deze bepalingen altijd zonder moeilijkheden en onderlinge strijdigheden zijn verlopen. Voor problemen van de vroege contractiefase, belangrijk voor jonge clusters, verwijzen wij naar deel 3, III.1.4 en afb. 63. Nog merkwaardiger zijn de moeilijkheden bij de oude clusters, waaraan Sandage en Arp enige jaren geleden leeftijden van 25 miljard jaar of daaromtrent meenden te moeten toekennen; zie ook afb. 64.

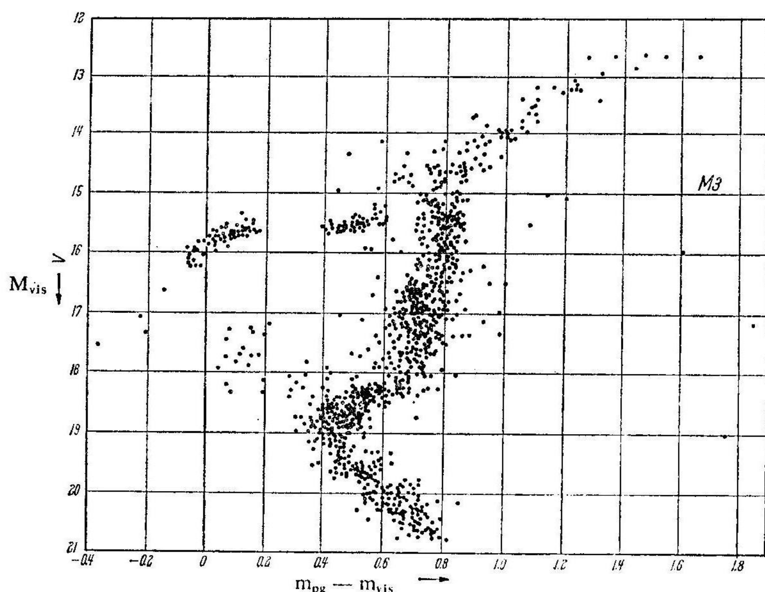
Deze ouderdomsbepalingen hebben destijds nogal opschudding verwekt, omdat zij in strijd waren (of schenen te zijn) met andere astronomische gegevens waaraan men hoge waarde moet toekennen, zoals de expansie van het heelal. Het bleek, dat de moeilijkheden ten dele voortkwamen uit een foutieve kleurcorrectie. Men bedenke, dat de ouderdom van een cluster wordt gevonden met behulp van de aanpassing van het clusterdiagram aan de evolutionaire nullijn. Een fout van $0^m,2$ in de kleurindex leidt tot een fout van $1^m,0$ in de verticale opschuiving, wat overeenkomt met een factor 2,5 in de lichtsterkte of bijna 2 in de verhouding lichtsterkte/massa, dus ook in de ouderdomsbepaling. Een dieper gelegen oorzaak van de fout in de ouderdomsbepaling was een onvoorzichtige interpretatie en ongeoorloofde extrapolatie van uit de literatuur opgediepte modelberekeningen. Of meer concreet: onvoldoende appreciatie van de mogelijkheden die worden geboden door variatie in de chemische samenstelling (deel 3, III.5.1) en onkritisch gebruik van homologietransformaties. Men moet bij de waardering van dergelijke leeftijdsbepalingen de somtijds wankele grondslag niet uit het oog verliezen. Er

dreigt vooral gevaar, wanneer verschillen in chemische samenstelling een belangrijke rol gaan spelen.

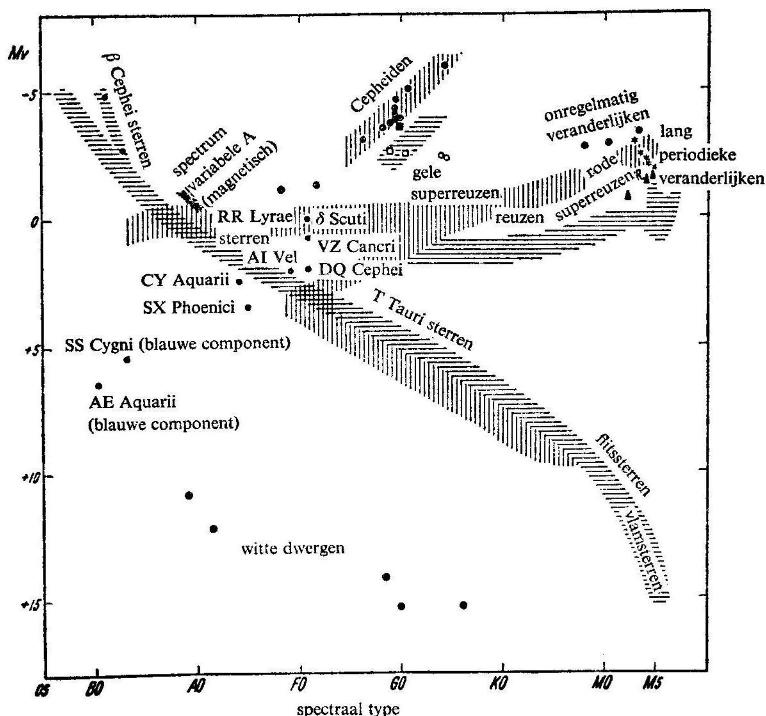
III.6 VERANDERLIJKE STERREN

III.6.1 *Overzicht van de verschillende typen*

Een ook maar enigszins volledige opsomming van de verschillende typen van veranderlijke sterren en van hun eigenschappen kan de indruk doen ontstaan van een volledige chaos. Elke verdeling in soorten is trouwens tot op zekere hoogte willekeurig. Men kan uitgaan van op zijn minst



Afb. 64 Kleur-magnitudediagram van de bolvormige sterhoop Messier 3 (naar Arp). Dit prachtige diagram bevat sterren tot nabij de 21ste grootteklasse. Enkele van de stippen zijn sterren die zich in de ruimte tussen waarnemer en sterhoop bevinden. De hoofdreeks buigt af naar subreuzen, reuzen en superreuzen. De horizontale tak is onderbroken op de plaats van de RR Lyrae-sterren. De spaarzaam bezette voortzetting van de hoofdreeks boven het punt waar de reuzentak afbuigt, schijnt een bijzonderheid van deze cluster te zijn en is nog niet verklaard.



Afb. 65 Veranderlijken in Hertzsprung-Russelldiagram (naar Ledoux en Walraven).

drie verschillende gezichtspunten: 1. de aard van de lichtwisseling, dus de vorm van de lichtkromme, de periode en dergelijke; 2. de plaats van de sterren in het Hertzsprung-Russelldiagram (zie afb. 65); 3. de aard van het verschijnsel dat de veranderlijkheid veroorzaakt. Wij zullen ons zoveel mogelijk houden aan de laatste van deze drie indelingen, die de meest fundamentele is. Natuurlijk is hij ook de meest onzekere, omdat onze interpretatie van de veranderlijkheid wel niet altijd juist zal zijn.

De zogenoemde fotometrische dubbelsterren, die reeds in deel 3, I.9 zijn behandeld, zullen wij hier buiten beschouwing laten. Deze sterren zijn immers niet werkelijk veranderlijk. Bij de echte variabelen onderscheiden wij een drietal hoofdtypen. Dit zijn dan: 1. sterren die nog geassocieerd zijn met hun geboortenevel; 2. pulserende sterren; 3. eruptieve sterren. Wij zouden een vierde type kunnen toevoegen. de zogenoemde spectrum-

veranderlijken die reeds ter sprake zijn gekomen in deel 3, I.8.7 en 8.8. De veranderlijkheid van deze sterren is kennelijk gebonden aan de aanwezigheid van een sterk magnetisch veld. Wij laten dit type veranderlijken hier verder buiten beschouwing.

III.6.2 *Sterren, geassocieerd met geboortenevel*

Wij denken allereerst aan de T Tauri-sterren die reeds werden vermeld in deel 3, III.1.2. Het efemere karakter van dit stadium van de sterontwikkeling kan zich manifesteren in de variabiliteit van de aan de ster gebonden nevel. Nog sterker spreekt dit bij de zogenoemde Herbig-Haro-objecten, die waarschijnlijk nog een voorfase van de T Tauri-sterren vertegenwoordigen (zie plaat 23 en deel 3, III.1.2).

Sommige M-sterren, behorende tot de hoofdreeks, vertonen emissielijnen in hun spectrum (classificatie dMe). De aanduiding e heeft betrekking op emissielijnen van waterstof. Herbig meent, dat de dMe-sterren een latere ontwikkelingfase van het T-Tauri-type representeren, voor zover deze een kleine massa hebben. Als dit juist is, zou men onder T Tauri-sterren niet alleen sterren van middelmatig grote, maar ook van kleine massa moeten aantreffen, hoewel de lichtsterkte van deze objecten het laatste niet zou doen vermoeden. De hypothese van Herbig is echter in goede overeenstemming met de theorie van Hayashi omtrent de vroege contractiefase en ook met de structuur van het Hertzsprung-Russell-diagram voor een aantal jonge sterhopen.

Zowel bij de T Tauri-sterren als bij de dMe-sterren treedt soms onverwacht sterke continue emissie op in het blauwe deel van het spectrum. Bij T Tauri-sterren is deze emissie niet erg sterk, maar hij kan worden bestendigd over een tijdvak van maanden of zelfs jaren. Bij de dwerg-Me-sterren daarentegen is de toename in lichtsterkte aanzienlijk, maar het verschijnsel duurt slechts enkele minuten of zelfs seconden. Wij zullen ons niet bekommeren om fijne onderscheidingen, zoals eventuele verschillen tussen 'vlamsterren' en 'flitssterren'.

III.6.3 *Pulserende sterren*

Het woord 'pulserend' is hier bedoeld in zeer ruime zin. Het doelt hier op alle periodieke, half regelmatige of onregelmatige veranderingen in de afmetingen of zelfs in de vorm van de ster, voor zover deze geen permanente veranderingen teweegbrengen. Met deze begripsbepaling zijn er zeer veel verschillende typen pulserende sterren (zie tabel). Wij bespreken alleen de zogenoemde klassieke Cepheïden en de RR Lyrae-sterren.

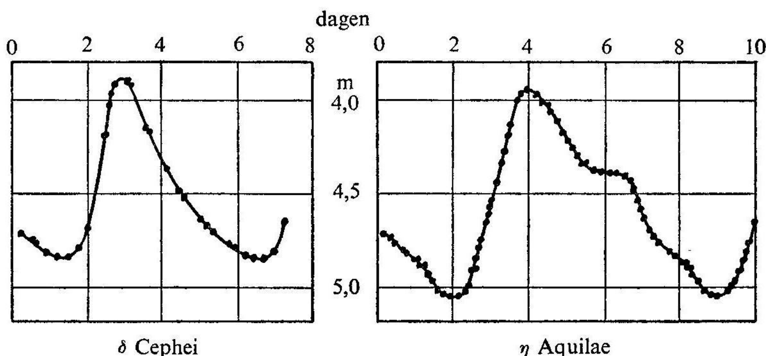
Belangrijkste groepen van periodieke veranderlijken en enkele van hun eigenschappen. Naar Ledoux en Walraven; zie afb. 65 in 6.1.

TABEL: BELANGRIJKSTE TYPEN VERANDERLIJKE STERREN

klasse (benaming)	*aantal bekende sterren*	*periode (globaal) in dagen*	*spectraal type*	*absolute magnitude (tijdens maximum)*
Mira-sterren	3099	150-450	Me,Re,Ne,Se	+ 2 tot — 1
Lang periodieken	962	120-410	idem	+ 1 tot — 2
Halfregelmatigen	670	100-200	G,K,M,R,N,S	?
RV Tauri type	71	60-100	–	— 3
Klassieke Cepheïden	536	2- 40	F6 - K2	— 0,5 tot — 5,0
RR Lyrae sterren	2102	0,3- 0,9	A2 - F6	0,0 tot + 0,5
β Cephei sterren	12	0,2	B1 - B2	— 3,5 tot — 4,5

III.6.4 *Cepheïden*

De Cepheïden – zo genoemd naar het prototype δ Cepheï – vertonen zeer regelmatige, strikt periodieke veranderingen in lichtsterkte (afb. 66). De duur van de periode varieert van ster tot ster, en ligt meestal ergens tussen twee dagen en zes weken. Een amplitude van één magnitude is niet buitensporig. Het spectrale type is veranderlijk met dezelfde periode als de lichtwisselingen, maar blijft altijd in het gebied van late F tot vroege K.



Afb. 66 Lichtcurven van δ Cephei en van η Aquilae.

Spectroscopische waarnemingen (dopplereffect) laten zien, dat op het moment van grootste lichtsterkte (maximum fase) het oppervlak van de ster ons nadert, terwijl het zich van ons verwijdert tijdens het minimum. Sinds lang heeft men de poging opgegeven dit te verklaren uit baanbeweging van een nauw sterrenpaar. Pulsatie schijnt de enig houdbare verklaring.

Uit de zogenoemde radiële snelheidscurve kan men de snelheid van expansie of contractie van de ster voor elk tijdstip aflezen. Hieruit vindt men dan gemakkelijk de waarde van $R_1 - R_2$, het verschil in afmetingen behorende bij de tijdstippen t_1 en t_2. Uit de fotometrie (schijnbare magnitude en kleurindex) kan men L_1/L_2 en T_1/T_2 afleiden, en uit een simpele berekening vindt men dan R_1/R_2. Combinatie met de reeds bekende waarde van $R_1 - R_2$ doet de ware afmetingen van de ster kennen. Vertrouwt men de spectroscopisch of fotometrisch bepaalde T, dan vindt men nu ook L, de absolute lichtkracht. Deze methode ter bepaling van R en van L zou een plaats verdienen onder de fundamentele ijkmethoden van deel 3, I.6, wanneer niet vooral de bepaling van T_1/T_2 uit de kleurindex grote moeilijkheden had opgeleverd.

De hier beschreven bepalingswijze werd ontworpen door Baade, verbeterd en toegepast door Wilhelm Becker (1940), later (1946) door Wesselink. Ondanks de moeilijkheden, verdiende de methode meer vertrouwen dan men haar heeft willen geven. Wesselinks methode was de voorzichtigste. Hij ging ervan uit, dat voor twee fasen met gelijke kleurindex (de ene in het stijgende, de andere in het dalende deel van de lichtkromme) ook de temperatuur dezelfde zou zijn. Dit zal wel niet juist zijn: bij sommige pulserende sterren is de variatie van diverse kleurindices zelfs niet in fase (RR Lyrae; Abt, 1959). Neemt men echter Wesselinks hypothese over, dan kan men de bovenbeschreven analyse weer toepassen, waarbij nu geldt: $T_1/T_2 = 1$.

Wesselink vond voor de straal van δ Cepheï een waarde van 40 à 50 zonseenheden, dat wil zeggen: ongeveer 30 miljoen kilometer. Stebbins en anderen (1952) vonden $R = 70$ (50 miljoen kilometer) voor η Aquilae. Om uit de afmetingen de absolute lichtkracht te berekenen, moet men de effectieve temperatuur of de stralingstemperatuur kennen. Het bleek, dat elke redelijke taxatie van de temperatuur leidt tot een zo grote waarde van L als destijds voor volkomen ongeloofwaardig werd gehouden. Thans weten wij dat de uitkomsten in hoofdzaak juist waren (zie ook deel 4, v.1.5). Van astrofysische zijde is dit bevestigd door het werk van Oke die de bovenbeschreven bepalingswijze verder verbeterde door een aantal model-atmosferen te berekenen. Het laatste woord is dit nog niet, omdat Oke zich richtte op statische modellen.

Men kan niet spreken over Cepheïden zonder de naam Eddington te noemen. Want al was Eddington niet de eerste die de variabiliteit in verband bracht met pulsaties, hij was degene die de pulsatietheorie inhoud en gestalte heeft gegeven. Het is verwonderlijk hoe ver hij kon gaan met toch maar weinig en feitelijk onbetrouwbare empirische gegevens.

Een van Eddingtons resultaten was de ontdekking van de periode-dichtheid-relatie, te schrijven als:

$$P\sqrt{\bar{\varrho}} = Q = \text{constant} \tag{24,1}$$

met P = periode, $\bar{\varrho}$ = gemiddelde dichtheid. Het bestaan van een dergelijke relatie kan gemakkelijk worden verklaard met behulp van homologe stermodellen waarin men toen iets meer vertrouwen meende te mogen stellen dan nu nog gerechtvaardigd is.

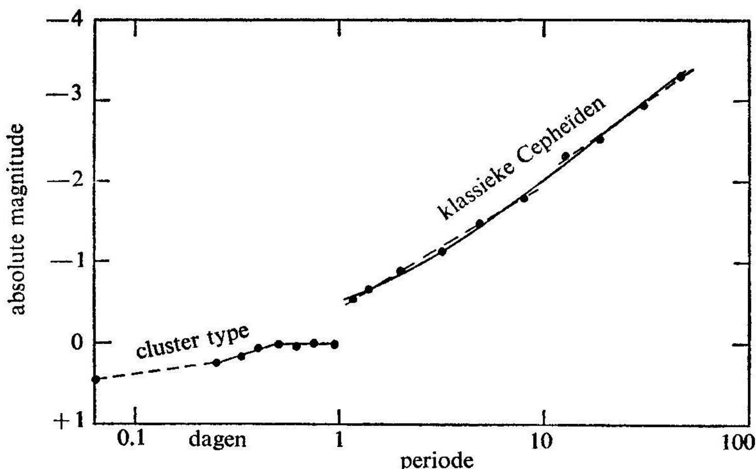
Het gedrag van de ster gedurende één enkele trillingsperiode is een zuiver dynamisch probleem. De pulsatie wordt beheerst door gravitatie en gasdruk. De gravitatieversnelling (g) is evenredig aan $\mathfrak{M}/R^2$, de afwijking, δg, aan $(\mathfrak{M}/R^2).(\delta R/R)$. Evenals bij een gewone, harmonische trilling geldt $(2\pi/P)^2 = \delta g/\delta R$. Uit deze betrekkingen volgt dan (24,1). In werkelijkheid heeft Q – die wij door (24,1) gedefinieerd kunnen achten – geen volkomen vaste waarde, en kan (24,1) alleen als een benadering worden beschouwd.

Er is een tweede relatie waarin de periode van de ster een rol speelt, de beroemde 'periode-lichtkracht-relatie' (zie afb. 67 en ook deel 4, I.2.6). Deze betrekking trad te voorschijn uit het onderzoek van Miss Leavitt over de variabelen in de Kleine Magalhaense Wolk.

De periode-lichtkracht-relatie kan ons helpen bij de beantwoording van de vraag waarom sommige sterren wel pulseren en andere niet.

Voor sterren in mechanisch en thermisch evenwicht gelden twee belangrijke betrekkingen: 1. de massa-lichtkracht-relatie, bijvoorbeeld in de vorm (13,25) of (13,26) en 2. een betrekking die de primaire emissie en de lichtkracht aan elkaar gelijk stelt, bijvoorbeeld (17,7). Nemen wij aan, dat de chemische samenstelling voldoende is gekarakteriseerd door één enkele parameter (μ), dan legt ieder van deze uitdrukkingen een verband tussen de vier grootheden μ, $\mathfrak{M}$, L en R. Eliminatie van μ geeft dan één betrekking tussen $\mathfrak{M}$, L en R, die wij de evenwichtsrelatie willen noemen.

Voor pulserende sterren kan men een soortgelijke betrekking afleiden tussen $\mathfrak{M}$ en gemiddelde waarden voor L en R. Maar wij kunnen iets verder gaan. De lichtkracht van een Cepheïde staat in direct verband met de periode, en deze laatste hangt via (24,1) weer samen met de gemiddelde dichtheid, dus met $\mathfrak{M}/R^3$. Dit geeft ons nu een tweede relatie tussen $\mathfrak{M}$, R en L, die alleen geldig is voor pulserende sterren. Combinatie



Afb. 67 Periode-lichtkracht-relatie voor Cepheïden en voor RR Lyrae-sterren (oude afstandsschaal).

met de evenwichtsrelatie en eliminatie van $\mathfrak{M}$ leidt tot een betrekking tussen L en R alleen, die men desgewenst, met behulp van (2,2) kan omzetten in een betrekking tussen L en T_{eff}. Dit betekent, dat de Cepheïden in het Hertzsprung-Russelldiagram langs een bepaalde lijn moeten zijn geschaard. Dit is dan ook tot op zekere hoogte het geval.

Kijkt men wat preciezer, dan blijkt dat de periode-lichtkracht-relatie een zekere spreiding heeft, die niet aan waarnemingsfouten kan worden toegeschreven. In overeenstemming daarmee bezetten de Cepheïden in het Hertzsprung-Russelldiagram een strook van kleine, maar eindige breedte. Het blijkt, dat de sterren die langs de centrale lijn van deze strook zijn gelegen, tamelijk forse pulsaties vertonen, terwijl de sterren aan de beide randen van de strook pulseren met een kleine amplitude (Kraft). Blijkbaar heeft de periode-lichtkracht-relatie en de plaats van de Cepheïden in het Hertzsprung-Russelldiagram iets te maken met de vraag: welke sterren pulseren en waarom?

Ook dit probleem is door Eddington bestudeerd, al heeft hij dit onderzoek niet voltooid. Men moet bedenken dat de periode van de pulsatie wordt bepaald door mechanische effecten, en zeer veel korter is dan de tijdschaal van energie-uitwisseling (de Kelvin-Helmholtz-schaal). Laat men de energie-uitwisseling buiten beschouwing, dan heeft men (per definitie) een adiabatische pulsatie. De amplitude blijft dan constant.

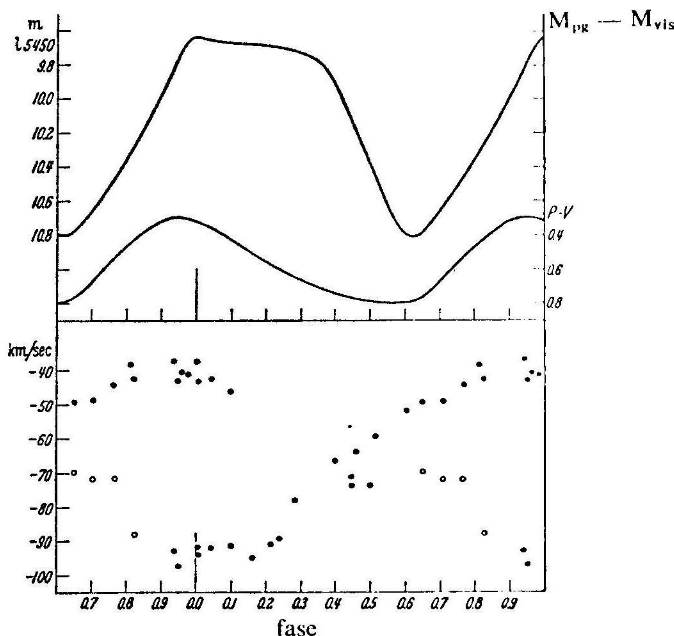
In werkelijkheid zal pulsatie alleen dan optreden, wanneer een beginnende, nog zwakke pulsatie energie krijgt toegevoerd van buiten af. Evenals bij een stoommachine kan men dat gedaan krijgen door energie toe te voeren als de temperatuur hoog is, en af te voeren als deze laag is. Het meest voor de hand liggende middel om dit te bereiken is stellig de thermonucleaire emissie waarvan de opbrengst danig toeneemt als de temperatuur stijgt.

Cowling heeft echter aangetoond dat de materie in het centrale deel van de ster nauwelijks meedoet aan de pulsatie. Dit volgt reeds uit de studie van het zuiver mechanische probleem. Bijgevolg zijn de veranderingen in de nucleaire emissie slechts van geringe betekenis en kunnen zij de pulsatie niet in voldoende mate ondersteunen.

Er is een tweede mogelijkheid, die ook reeds door Eddington is onderzocht. Het zou kunnen zijn, dat de uitstraling van de ster wordt geblokkeerd juist op het moment dat de temperatuur het hoogst is. Een dergelijk effect kan worden teweeggebracht door de ionisatie van waterstof. Op het moment dat de temperatuur door compressie hoog is geworden, zou een krachtige stralingsstroom naar buiten moeten treden, maar in plaats daarvan wordt de energie gebruikt om het gebied waar waterstof in de geïoniseerde toestand verkeert, naar boven uit te breiden. In een latere fase, wanneer de temperatuur laag is, zal de waterstof aan de top van de ionisatiezone weer recombineren, wat aanleiding geeft tot een verhoogde uitstraling. Dit mechanisme werkt in principe heel goed, maar het faalde in kwantitatieve zin door de geringe warmtecapaciteit van de waterstofionisatiezone. Het duurde vele jaren, totŽevakin kon aantonen dat de gezamenlijke warmtecapaciteit van de waterstof- en de beide heliumionisatiezones wel voldoende was. Men bedenke, dat helium door zijn hoge ionisatiepotentialen (24,6 en 54,4 eV, tegen 13,6 eV voor waterstof) een verhoudingsgewijze grote bijdrage kan leveren.

Dit nieuwe inzicht maakt het nu mogelijk, de lokatie van de Cepheïden in het Hertzsprung-Russelldiagram ook theoretisch te begrijpen. Sterren van hoge temperatuur pulseren niet, omdat waterstof en helium reeds dicht bij de oppervlaktelagen vrijwel geheel zijn geïoniseerd en dus de fluctuatie in de ionisatiegraad, waar het hier op aankomt, ontbreekt. Sterren van lage temperatuur pulseren niet, omdat de ionisatiezone te diep in de ster is verscholen, in gebieden waar nog bijna volmaakt thermisch evenwicht heerst, terwijl het juist op de afwijkingen van dat evenwicht aankomt. Door overwegingen van deze aard kan de positie van de Cepheïdenstrook in het Hertzsprung-Russelldiagram worden vastgelegd. De onderzoekingen van John Cox op dit gebied zijn instructief, al dragen zij nog een voorlopig karakter.

Wij willen de bespreking van de Cepheïden besluiten met een belangrijke opmerking over het dynamische probleem (Martin Schwarzschild). In het inwendige van de ster draagt de pulsatie het karakter van een staande golf die men ook kan interpreteren als de resultante van twee even sterke, lopende golven, waarvan er een naar buiten beweegt en de andere naar binnen. Men kan de naar binnen gerichte golf interpreteren als reflectie van de buitenwaartse golf aan de oppervlakte van de ster. Deze interpretatie verliest echter zijn geldigheid voor de dicht onder de fotosfeer gelegen lagen. Want de ster heeft nu eenmaal geen scherp begrensde oppervlakte, zodat de reflectie meer het karakter krijgt van diffusie. De gereflecteerde golf ontbreekt dus in de buitenlagen, waar de pulsatie het karakter krijgt van een naar buiten voortschrijdende golfbeweging die zelfs aanleiding kan geven tot het ontstaan van schokgolven. Een dergelijke situatie komt duidelijk tot uitdrukking in de radiële snelheidscurve van de populatie II Cepheïde W Virginis (afb. 68), maar ver-

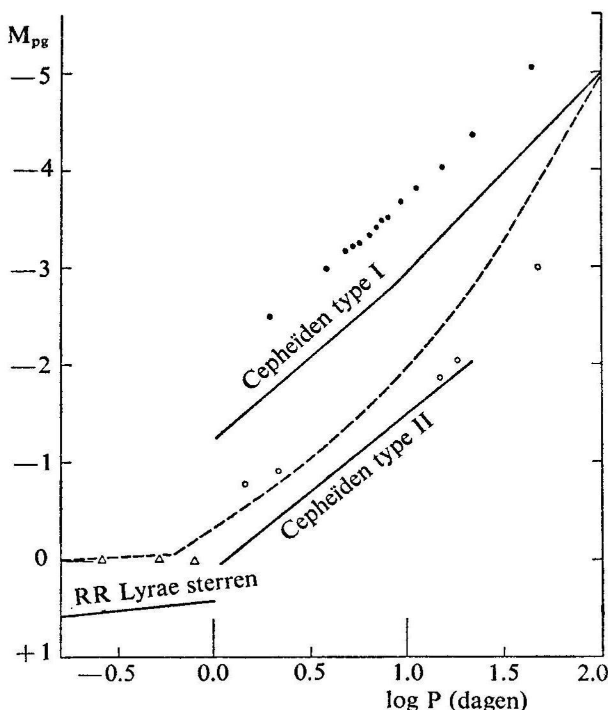


Afb. 68 Lichtcurve en radiële snelheidscurve voor de populatie II Cepheïde W Virginis. Stippen, bepaald uit absorptielijnen, tonen herhaalde geboorte van schokgolven in de buurt van fase nul. Open cirkels = emissie.

raadt zich ook bij een zorgvuldige analyse van het spectrum van δ Cepheï zelf. Dit resultaat is mede interessant in verband met een mogelijk massaverlies van de reuzensterren. Men bedenke, dat een ster tijdens zijn evolutie feitelijk een baan beschrijft in het Hertzsprung-Russelldiagram, zodat vele sterren in een bepaalde levensfase de Cepheïden-strook doorsnijden, waar zij dan (tijdelijk) ook zelf Cepheïden worden.

III.6.5 *RR Lyrae-sterren*

De veranderlijke lichtsterkte van de RR Lyrae-sterren wordt toegeschreven aan pulsatie. Er is dus grote overeenkomst met de Cepheïden. Maar er zijn diepgaande verschillen, met name ten aanzien van hun ruimtelijke verdeling. De Cepheïden zijn geconcentreerd nabij het vlak van de melkweg, maar de RR Lyrae-sterren behoren tot de halo en vele ervan zijn blijkens hun spectrum arm aan metalen. Men vindt veel RR Lyrae-



Afb. 69 Periode-lichtkracht-relatie, gebaseerd op modern materiaal. Een scheiding tussen populaties I en II is noodzakelijk.

sterren in bolvormige sterhopen, wat tot de alternatieve betiteling 'cluster variabelen' heeft geleid.

De RR Lyrae-sterren wijken in tal van opzichten af van de Cepheïden. Het bestaan van een gemeenschappelijke periode-lichtkracht-relatie bleek een illusie te zijn. Zie ook deel 4, I.1.5 en afb. 69. Het spectrale type van de RR Lyrae-sterren is A, de periode minder dan één dag. Ook zijn de RR Lyrae-sterren geen reuzensterren. Zij zijn gelokaliseerd op een kort stuk van de 'horizontale tak' in het Hertzsprung-Russelldiagram voor populatie II (bolhopen). Zie afb. 64. De verklaring van de horizontale tak in termen van ster-evolutie is nog zeer onzeker. Men denkt, dat hij een tussenstadium vertegenwoordigt tussen het reuzenstadium en de dalende tak, waar zich onder meer de novae bevinden.

Veel kunnen wij leren van de bewonderenswaardige modelberekeningen van Christy. Christy slaagde erin, lichtkromme en radiële snelheidscurven te reproduceren, soms tot in merkwaardig detail (afb. 70). Hij moest voor deze sterren een kleine massa (van de orde van ½ zonsmassa) aannemen. Dit sluit goed aan bij de massa's van sterren op de dalende tak.

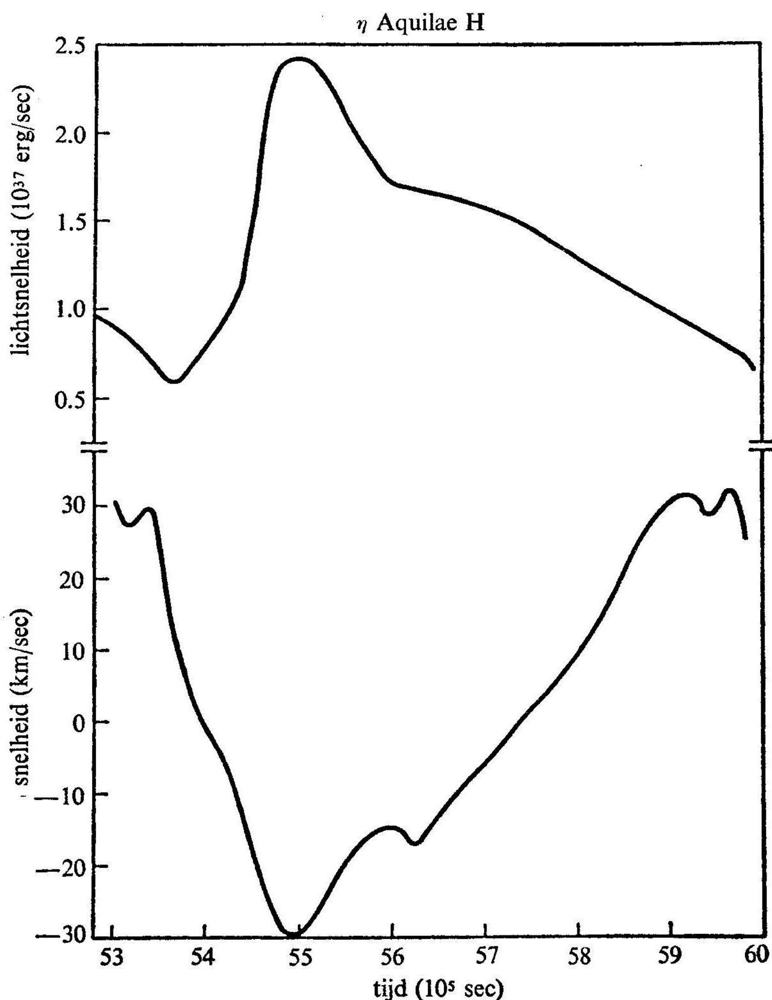
III.6.6 *Nieuwe sterren*

De novae, of nieuwe sterren, zijn de best bekende van de 'eruptieve veranderlijken'. Deze sterren die lange tijd achtereen een zeer onopvallend bestaan leiden (blauwe ster, lichtkracht gelijk aan zon), kunnen plotseling fel opvlammen, tot absolute magnitude —7 (50 000 zonnen!) of daaromtrent; zie plaat 24.

De maximale lichtsterkte is niet voor alle novae dezelfde. Blijkens een studie van Arp over novae in het Andromedastelsel (M 31) duren de krachtigste erupties korter, zodat de totale uitgestoten energie voor alle novae ongeveer even groot is (zowat 10^{45} erg; evenveel als de zon uitstraalt in 10 000 jaar). Men kent andere sterren, zoals U Geminorum, die waarschijnlijk aan de novae verwant zijn. Deze sterren zijn in hun rustperiode van de achtste tot de tiende grootte (absoluut). Zij vertonen elke paar maanden een uitbarsting, die echter niet hevig is. Men kent ook novae die meer dan eens zijn uitgebarsten, bijvoorbeeld T Pyxides, met erupties in 1890, 1902, 1920 en 1944. Misschien zijn alle novae 'recurrent'.

De enorme toename van de lichtsterkte tijdens de eruptie is bovenal het gevolg van het uitstoten van materie in de vorm van een gasvormige schil (zie ook plaat 25). Aanvankelijk was deze materie samengepakt in de subfotosferische lagen van de ster, vrijwel ondoordringbaar voor straling, en zelf in hoge mate beschermd tegen energieverlies en afkoeling. Maar dan wordt deze materie uitgestoten, grotendeels bevrijd van alle invloed

van de moederster: een snel expanderende schil die al spoedig ijl en doorzichtig wordt, en in korte tijd zijn gehele thermische energie-inhoud uitstraalt. Dit is de verklaring voor het plotselinge opvlammen, zoals men uit het spectrum heeft kunnen afleiden. De nova-uitbarsting speelt zich dus af in de buitenste lagen van de ster en is van ondergeschikte



Afb. 70 Theoretische pulsatiecurven volgens Christy.

betekenis voor de ster als geheel. De uitbarsting moet waarschijnlijk vele malen worden herhaald voordat de ster zodanig is veranderd dat hij geen erupties meer kan ondergaan.

Over de oorzaken van het novaverschijnsel tasten wij nog in het duister. Uit de aard van de erupties en uit de mogelijkheid van herhaling blijkt, dat de oorzaak in de letterlijke zin van het woord niet diep zit. Veelal denkt men aan thermonucleaire instabiliteiten die kunnen optreden in het buitenste gedeelte van de ster, zolang deze lagen nog waterstof bevatten. Wij zullen deze theorieën hier niet bespreken.

III.6.7 *Supernovae; de verschijnselen*

Tot een geheel andere categorie behoren de supernovae. Dit blijkt reeds uit de hevigheid van de uitbarsting, wanneer de ster de absolute magnitude —18 (een miljard zonnen!) bereikt. De totale in het zichtbare spectrumgebied uitgestraalde energie bedraagt 10^{49} à 10^{50} erg. Hoeveel zal zijn uitgestraald in het verre ultraviolet? Blijkbaar is de eruptie van een supernova geen oppervlakkig fenomeen.

Een supernova-uitbarsting is dan ook geen alledaagse gebeurtenis. Men schat het aantal ervan op één per sterrenstelsel in een halve eeuw. Dit is slechts een ruw gemiddelde, maar men kan er toch uit afleiden, dat een niet te verwaarlozen percentage van de sterbevolking eens in zijn leven een dergelijke uitbarsting doormaakt. In ons eigen stelsel kennen wij met zekerheid drie erupties. De eerste, bekend uit Chinese, Japanse en Koreaanse geschriften, vond plaats in 1054, in het sterrenbeeld Taurus. Hij gaf het aanschijn aan de Krabnevel (deel 4, II.2.5). Aan de twee andere supernovae, uit 1572 en 1604, zijn de namen van Tycho Brahe en van Kepler verbonden. Er zijn nog enkele incidentele en voorlopig oncontroleerbare meldingen uit vroeger tijden. Alle na 1604 waargenomen supernovae bevonden zich in andere sterrenstelsels dan het onze.

Men kent thans tenminste twee verschillende soorten supernovae. Feitelijk hebben de twee typen niets met elkaar uit te staan. De supernovae van type II (SN II) houdt men voor sterren van grote massa, die een kort leven achter de rug hebben, en die dan ook behoren tot de jonge populatiegroep (I). Zij stoten een grote hoeveelheid materie uit, die voor een aanzienlijk deel bestaat uit waterstof. Het spectrum lijkt op dat van een gewone nova, maar de snelheid van expansie is groot: 5000 à 10 000 km/sec (Zwicky).

Supernovae van type I (SN I) behoren zoal niet tot de oudste populatie II, dan toch tot de schijfpopulatie, en zijn vermoedelijk sterren van betrekkelijk kleine massa ($1\frac{1}{2}$ zonnemassa). De hoeveelheid materie die zij uitstoten, is dus ook klein en, naar het schijnt, in hoofdzaak vrij van

waterstof. Deze conclusies zijn in overeenstemming met de bevindingen ten aanzien van de Krabnevel.

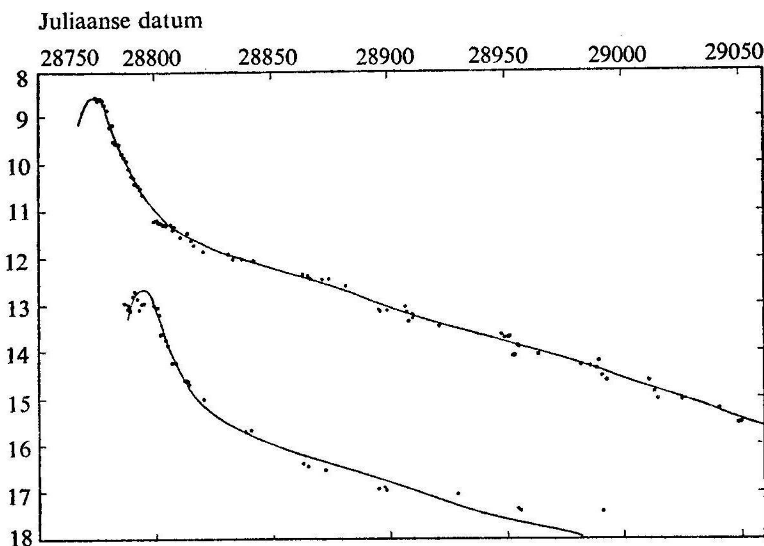
Het spectrum van een SN I tijdens de eruptie is voor ons nog onontwarbaar. Het toont emissiebanden die tijdens de eruptie naar het blauw verschuiven en dus hetzij een versnelde expansie, hetzij verwijdering uit een sterk gravitatieveld aanduiden. De lichtkromme vertoont een grote regelmaat; zie afb. 71. Nadat de eerste 40 dagen zijn verstreken, begint een periode van exponentiële daling van de lichtsterkte, die zich zeer lang handhaaft. De magnitude is dan een lineaire functie van t: een toename van ongeveer 1 magnitude in 60 à 70 dagen.

Volgens Zwicky bestaan er veel meer typen supernovae dan de twee genoemde. Of een verdere scheiding zinvol is, zal de toekomst moeten leren.

III.6.8 *Interpretaties; supernovae type I*

Theorieën over het supernova-verschijnsel zijn er legio. Wij kunnen slechts enkele gezichtspunten naar voren brengen.

Bij de SN I denkt men graag aan sterren waarvan de massa in de buurt van de Chandrasekhar-Salpeter-limiet (zie deel 3, III.3.4) is gelegen. Hoyle

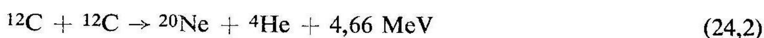


Afb. 71 Lichtcurven van supernovae type-I (in verre sterrenstelsels); Baade en Zwicky.

en Fowler wijzen erop, dat thermonucleaire processen ook in gedegenereerde materie een rol kunnen spelen. Dit wordt begrijpelijk als men zich realiseert hoe heet de materie wel moet worden om de degeneratie van het elektronengas op te heffen. Bij een dichtheid van 10^9 g/cm^3, bijvoorbeeld, is een temperatuur van meer dan zes *miljard* graden vereist. Zolang deze temperatuur niet is overschreden, kan noch de energiedichtheid van het gas, noch de gasdruk in zijn geheel noemenswaard afwijken van de nulpuntswaarden van het elektronengas. Hierdoor faalt het stabiliteitsmechanisme (deel 3, II.6.3), dat de meeste sterren, waaronder onze eigen zon, voor de ondergang behoedt.

Wanneer in de hier bedoelde sterren thermonucleaire reacties tot ontwikkeling komen, zullen deze wel in eerste instantie een temperatuurstijging teweegbrengen, maar de verkoelende expansie, die daarop zou moeten volgen, blijft achterwege. Gevolg: onbelemmerde, ja, exponentiële toename van de nucleaire activiteit, leidend tot de catastrofale explosie.

Bij de toepassing van deze theorie denken Hoyle en Fowler aan sterren die hun ontwikkeling hebben voortgezet tot voorbij de heliumflits. De materie in de sterkern bestaat dan uit een mengsel van ^{12}C, ^{16}O, ^{20}Ne. De explosieve eigenschappen van dit mengsel blijken bij verhitting tot 2 à $3\frac{1}{2}$ miljard graden, wanneer reacties als:



$$^{12}C + {}^{12}C \rightarrow {}^{20}Ne + {}^{4}He + 4{,}66 \text{ MeV} \qquad (24{,}2)$$

een rol gaan spelen.

Wij willen nu nog vermelden welke rol aan deze sterren is toebedeeld ten aanzien van de opbouw van de elementen. Hoyle en Fowler menen, dat in de expanderende ster de temperatuur hoog oploopt, en dat elementen tot en met ijzer worden gevormd. Zij veronderstellen dat vrije neutronen worden voortgebracht in snel tempo, zodat de zwaarste elementen tot voorbij uranium in het r-proces (deel 3, III.4.5) kunnen worden gevormd. Het eerste enthousiasme, dat ontstond toen zij in de lichtcurve van een SN I de vervalkromme van $^{254}_{98}Cf$ (californium) meenden te herkennen, is wel geluwd. Wij zullen niet spreken over moeilijkheden en tekortkomingen van de theorie. Men kan niet verwachten dat een dergelijke theorie in zijn geheel juist is, en kritiek is gemakkelijk en goedkoop. Laten wij liever trachten de goede ideeën te plukken en te benutten. Hiertoe behoort stellig de beschouwing over de thermonucleaire instabiliteit van gedegenereerde materie: een idee dat op zichzelf niet nieuw is, maar dat hier toch wel in een zeer wijd perspectief wordt gesteld.

Toch willen wij nog kort een andere mogelijkheid noemen. In gedegenereerde materie van zeer hoge dichtheid – binnen een factor 10 van

5×10^{10} g/cm^3 – wordt de omgekeerde β^--activiteit van belang (deel 3, III.2.5). Dit leidt tot een daling van γ tot beneden 4/3 en tot mechanische instabiliteit (deel 3, II.3.5).

Dit verschijnsel schijnt een aantrekkelijke verklaring voor het supernovaverschijnsel op te leveren, mede omdat het tevens uitzicht biedt op de vorming van zware elementen, reeds in de ster zelf (VII.22.3).

Ook op deze tweede hypothese zullen wij niet verder ingaan. Wij willen er alleen op wijzen, dat een goede theorie rekenschap zal moeten geven niet alleen van de grote energie die bij een supernova-explosie vrijkomt, maar ook van de tijdschaal van de verschillende processen, omdat er veel van afhangt of het tempo van de nucleaire processen en dat van de mechanische evenwichtsverstoringen elkaar al dan niet kunnen bijhouden. Ook moet men kunnen verklaren hoe het mogelijk is, dat een instabiliteit zich tot zo grote potentiële hevigheid kan opbouwen, voordat hij manifest wordt. Hierover volgen nog enkele opmerkingen in deel 3, III.6.10.

III.6.9 *Supernovae type II*

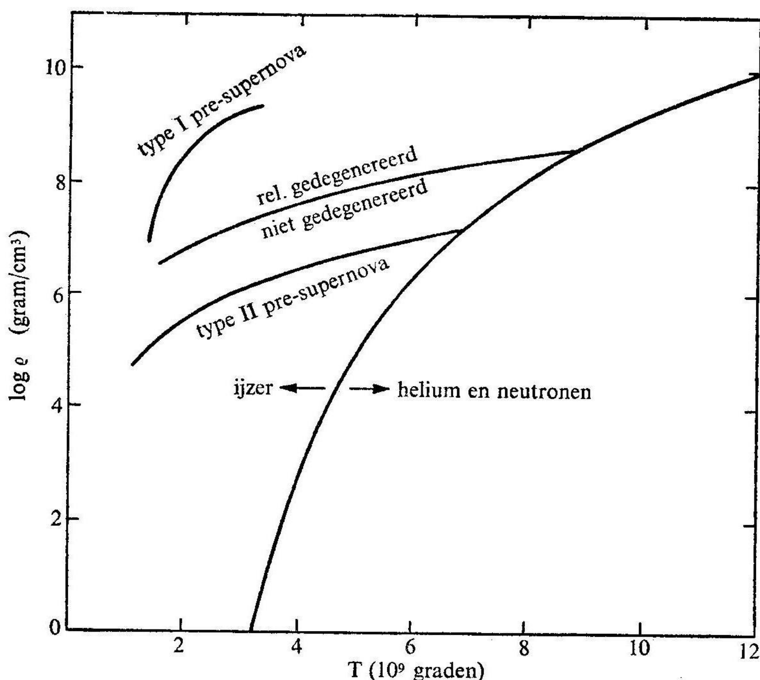
Ook over dit type supernovae bestaan vele verschillende theorieën. Wij beperken ons hier tot de bespreking van een interessante suggestie, afkomstig van Hoyle en Fowler.

Deze auteurs gaan ervan uit, dat wij hier te maken hebben met sterren van grote massa (ongeveer 30 × zon), die het grootste deel van hun nucleaire evolutie reeds achter de rug hebben, en dus het einde van hun korte leven naderen.

De pre-supernova bestaat nu uit verschillende zones: een 'ijzer'-kern, omgeven door een C-O-Ne-schil (het ons reeds bekende mengsel, nu niet explosief, omdat de materie niet gedegenereerd is) vervolgens een heliummantel, daaromheen waterstof. Wij zullen de analyse door Hoyle en Fowler niet in detail volgen, maar bespreken voornamelijk de 'ontsteking'.

Deze ontsteking bestaat volgens Hoyle en Fowler in het optreden van endotherme reacties in de kern. Een dergelijke mogelijkheid hebben wij reeds aangeduid in deel 3, II.6.3. Wanneer endotherme reacties optreden, leidt dit tot een snelle daling van de vrije energie in de kern van de ster en dan, via contractie, tot toename van de temperatuur en versnelling van alle processen. Dit leidt tot een catastrofale *im*plosie van de kern van de ster. De C-O-Ne-schil, die ten dele wordt meegezogen, stijgt in temperatuur: exotherme reacties beginnen en verhitten deze schil. Dan worden helium- en waterstofschillen naar buiten geslingerd.

Wat zijn nu de oorspronkelijke endotherme reacties in de kern? In een toestand van zeer hoge temperatuur en hoge, maar niet al te hoge dichtheid, is de evenwichts-samenstelling van het stergas niet langer ijzer,



Afb. 72 Thermisch evenwicht van ijzer ten opzichte van helium + neutronen.

maar gaat over in een mengsel van helium en neutronen; zie ook afb. 72. Wij schrijven de transformatieformule:

$$^{56}_{26}\mathrm{Fe} \rightleftarrows 13 + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \times 4 \times {}^{1}_{0}n - 120\ \mathrm{MeV} \qquad (24,3)$$

Volgens de beknopte vorm van de vergelijking van Saha – zie vergelijking (3,6) – wordt dan:

$$\frac{A_a^{13} \times A_n^{4}}{A_{Fe}} = e^{-E/kT} = 10^{-120\ \Theta},\ \Theta = \frac{5040}{T} \qquad (24,4)$$

Gezien de verhouding waarin alfadeeltjes en neutronen worden voortgebracht, zetten wij $N_a/N_n = 13/4$. Met behulp van vergelijking (3,7) volgt dan:

$$A_a/A_n = (13/4) \times 2 \times 4^{-3/2} = 13/16 \qquad (24,5)$$

Tenslotte volgt:

$$\Lambda_\alpha^{17}/\Lambda_{Fe} = (13/16)^4 \times 10^{-120}\,\Theta \qquad (24,6)$$

Ter verduidelijking van wat er gebeurt, kiezen wij extreme waarden van de temperatuur. Voor zeer lage T nadert het rechterlid van vergelijking (24,6) naar nul. Dan wordt ook $\Lambda_\alpha = 0$, de materie bestaat uit de elementen uit de ijzergroep alleen. Voor $\Theta \to 0$ wordt $\Lambda_\alpha/\Lambda_{Fe}^{1/17}$ nagenoeg gelijk aan de eenheid, en daar alle Λ's kleiner dan 1 blijven, leidt dit tot $\Lambda_\alpha \gg \Lambda_{Fe}$, geheel in overeenstemming met het oorspronkelijke vermoeden. In werkelijkheid wordt de splitsing vermoedelijk niet geheel voltooid. De energie die daartoe nodig is, is niet beschikbaar.

III.6.10 *Pulsars*

In het voorjaar van 1968 hebben wij een nieuwe groep 'veranderlijke sterren' leren kennen: de pulsars. A. Hewish en medewerkers vonden onder de radio-'puntbronnen' een object dat radiostoten uitzond met de merkwaardig korte en constante periode van 1,33730113 seconde. De duur van een stoot bedraagt 0,037 seconde. Hieruit heeft men (niet geheel terecht) geconcludeerd dat de afmetingen van de pulsar niet groter kunnen zijn dan 0,037 × 300 000 km = 11 000 km.

Van bijzonder belang is ook, dat het tijdstip waarop de stoot wordt waargenomen, verschilt al naar de radiofrequentie die men registreert. Bij de 'lage' frequenties (40 Mhz) komt de stoot veel later dan bij 400 Mhz: de 'verlating' bedraagt meer dan 30 seconden, dus meer dan twintig perioden; dit kan worden vastgesteld door ook bij intermediaire frequenties te meten. Ook deze verlating volgt een exacte wet.

Men moet de vrije elektronen langs de weg pulsar-waarnemer verantwoordelijk stellen voor dit verschijnsel, daar het onaannemelijk is, dat reeds bij de emissie van het sein zulke verschillen zouden zijn opgetreden. Men kan nu uit het 'verlatingseffect' het aantal elektronen langs de gezichtslijn nauwkeurig berekenen. Het zijn er $3{,}84 \times 10^{19}$. Vermoedelijk bevindt zich slechts een klein deel van deze elektronen in de bron zelf, of in de omgeving van de aarde. Aannemende, dat in het interstellaire medium gemiddeld 0,1 elektronen per cm^3 zijn, volgt nu een afstand van 100 psc voor de pulsar.

Andere pulsars zijn gevonden, met perioden tussen 1/4 en 2 seconden.

Over de verklaring van het verschijnsel is veel gedacht, en gepraat. Men heeft gedacht aan signalen van een verre civilisatie. Maar waarom zendt men dan in hoofdzaak uit in de kleine frequenties, waar men veel last heeft van de storende 'ruis' van het melkwegstelsel zelf? Het best staan de papieren misschien voor een model, gebaseerd op een pulserende witte dwerg. Wij kunnen hier nu niet verder op ingaan.

III.6.11 *Waarom zijn stabiliteitsproblemen moeilijk?*

Wij hebben een aantal stabiliteitsproblemen besproken, onder andere in deel 3, II.6.1. Daar was sprake van een ster met energie E. Het stabiliteitsprobleem werd toen behandeld door E te bepalen als functie van R. Evenwichtsconditie en stabiliteit volgden toen door te verlangen dat $dE/dR = 0$, $d^2E/dR^2 > 0$. De behandeling van het stabiliteitsprobleem scheen even eenvoudig als de analyse van het evenwicht zelf.

Inderdaad: *scheen* eenvoudig – dank zij ongeoorloofde simplificaties. Wij trachten de situatie te verduidelijken door een simpel geometrisch voorbeeld. Neem een volkomen gladde bol, prik ergens een speld (in de bol), knoop daaraan een onbegrensd rekbaar koord. Rek dit koord uit, door van uit een punt ergens op de bol aan het vrije einde te trekken. Het koord zal zich dan 'strekken' naar de grote cirkelboog die beide einden verbindt. Alles gaat goed, zolang het koord korter is dan de halve omtrek van de bol. Wordt deze kritische afstand overschreden, dan snapt het koord over naar de diametraal tegenovergelegen grote cirkel. De algemene theorie van dit soort instabiliteiten is gegeven door Jacobi.

Dit probleem bezit enkele voor ons belangrijke aspecten: 1. de instabiliteit kan niet als lokaal probleem worden behandeld; 2. de instabiliteit wordt voorbereid door een rustig verlopende, geleidelijke verandering van het systeem en veroorzaakt een plotselinge, zeer aanzienlijke verandering.

Het gekozen voorbeeld is nog niet zo bijster ingewikkeld. Maar herhaal de opdracht met een drieassige ellipsoïde! Prik de speld achtereenvolgens in een uiteinde van elk der drie assen, tenslotte in een willekeurig punt. Men ziet, hoe moeilijk dit probleem wordt, moeilijker ook dan het lokale stabiliteitsprobleem, dat alleen handelt over de stabiliteit van het koord, gespannen tussen twee vlak bij elkaar gelegen punten!

Lokale instabiliteiten zijn voor de astronomie van ondergeschikt belang. Moeten wij hier niet een uitzondering maken voor het onderzoek naar de stabiliteit van het stralingsevenwicht in een bepaalde laag van de ster (deel 3, II.4.2)? Ja, zo hebben wij dit probleem inderdaad opgevat, maar ten onrechte. Want de convectie die wij verwachten, heeft een regelmatige structuur en moet voldoen aan bepaalde randvoorwaarden. Daar het volledige probleem te moeilijk is, laten wij deze aspecten buiten beschouwing en veroorloven wij ons het tot een lokaal probleem te reduceren.

En het astronomische probleem waarmee wij deze paragraaf openden? Onze behandeling was gebaseerd op het toepassen van homologietransformaties: een enorme simplificatie die weer doet denken aan het speldenprobleem, dat zo simpel werd op de bol. Wij kunnen uit deze beschou-

wingen de lering putten, dat bij de beoordeling van resultaten van stabiliteitsonderzoekingen de grootste voorzichtigheid moet worden betracht.

NABESCHOUWING

In de astronomische wetenschapsbeoefening kan men drie fasen onderscheiden: ten eerste de beschrijvende fase; ten tweede de analytische of fysische fase, waarin men de waargenomen verschijnselen analyseert met behulp van de wetten van de fysica; ten derde de synthetische of kosmische fase, wanneer men zoekt naar een verband tussen al hetgeen men heeft gevonden, een verband dat pas kan worden gelegd als men de hemellichamen gaat beschouwen als delen van een groot geheel waarvan de samenhang moet worden begrepen vanuit de wordingsgeschiedenis. Met goede reden zou men aan de drie fasen verschillende dimensies kunnen toekennen. In de eerste fase worden de verschijnselen genomen zoals zij zich aan ons voordoen, direct aan de hemel. Het beeld heeft nog geen diepte. De tweede fase vereist een ruimtelijk beeld. In de derde fase wordt de vierde dimensie, de tijd, toegevoegd, want het gaat nu om de wordingsgeschiedenis.

Men moet het niet zo opvatten, dat de astronomie tot tweemaal toe een soort wedergeboorte heeft ondergaan, want de overgang naar een nieuwe fase betekent geen devaluatie van vroeger vergaarde kennis. De studie van een nieuw object begint ook nu nog met waarneming en beschrijving, gevolgd door fysische analyse en tenslotte inpassing in het wereldbeeld. Ten aanzien van de astronomie in zijn geheel willen wij opmerken dat de grote doorbraak van de tweede naar de derde fase heeft plaatsgehad bij de studie van het inwendige van de sterren. De gevolgen van deze doorbraak strekken zich uit over bijna de gehele astronomische wetenschap.

Wij willen, de voorafgaande opmerkingen in het oog houdende, een beknopte samenvatting geven van alles wat in dit deel is besproken.

De eerste paragrafen handelen over het beeld dat de ster ons biedt en de beschrijving van dit beeld in termen van: schijnbare magnitude, kleur, spectraal type, schijnbare diameter enzovoort. Sommige van deze beschrijvingswijzen zijn niet direct vertaalbaar in fysische termen. Zo stuiten wij op grote moeilijkheden, wanneer wij spreken over de *temperatuur* van de ster. Wij kunnen allerlei benaderingswijzen aangeven, maar de resultaten zijn telkens weer anders. Het liefst gebruiken wij nog de effectieve temperatuur, de meest directe en minst dubbelzinnige van alle

temperatuur-kandidaten. Er is overigens een ontzaglijke hoeveelheid informatie gevat in de details van het spectrum, en deze informatie zullen wij zeker niet prijs geven.

De fysische interpretatie van het spectrum is besproken in hoofdstuk I.2 tot en met 4. Een bijzonder aspect is de hypothese van Lokaal Thermisch Evenwicht (LTE). Stellig bestaat er geen LTE, maar het gaat hier om de vraag of de fout die men maakt door LTE (voor de fotosferische lagen) aan te nemen, belangrijk is of niet. Het antwoord op deze vraag hangt natuurlijk af van het doel waarvoor men de hypothese wil gebruiken. Neemt men LTE ten onrechte aan, dan bederft men zijn onderzoek. Verwerpt men de hypothese ten onrechte, dan belast men zijn onderzoek met formidabele, maar overbodige complicaties. Vandaar dat deze kwestie van groot belang moet worden geacht.

Hoofdstuk I.5 handelt over de astronomische interpretaties van het spectrum. Hier moet nog eens de nadruk worden gelegd op de moeilijkheid, scherp bepaalde resultaten uit het spectrum af te leiden. Veel van de resultaten zijn kwalitatief. De fotometrische studie, waarvan melding werd gemaakt in I.5.6, levert scherp bepaalde hulp-parameters op. Deze parameters zijn niet zonder meer bruikbaar: zij moeten worden gekalibreerd met behulp van sterren waarvoor men langs andere weg voldoende betrouwbare en wel-omschreven gegevens heeft verkregen. IJkingsmethoden worden besproken in I.6; het is enigszins teleurstellend te zien hoe weinig werkelijk goede gegevens ons ter beschikking staan. Het is van het grootste belang, de fundamentele bepalingen uit te breiden. Dit komt dan altijd neer op directe bepaling van de schijnbare diameter van een ster. Een van de meest belovende ontwikkelingen op dit gebied is de interferometer van Hanbury Brown en Twiss.

I.7 tot en met 9 hebben in hoofdzaak betrekking op spectrale analyse. Wij noemen alleen de abondantiebepalingen voor verschillende chemische elementen en zelfs voor isotopen, en de studie van de bedekkingsveranderlijken.

Over de massa's van de sterren vindt men het een en ander in II.1. Onze kennis op dit gebied is uiterst beperkt. De waarnemingsmethoden moeten worden verbeterd met het oog op grotere nauwkeurigheid en liefst ook grotere efficiëntie; daarnaast moeten ook statistische methoden verder worden uitgewerkt.

Kennis van de massa's van de sterren is van het grootste belang, omdat de massa (met de chemische samenstelling) de basis is, waaruit de verdere eigenschappen van de ster, zoals de emissie van straling, kunnen worden afgeleid (II.2). De massa is de belangrijkste medebepaler van de temperatuur in het centrum en daardoor enerzijds van de stralingslekkage,

anderzijds van de 'primaire emissie' die de vrijgemaakte thermonucleaire energie en gravitatie-energie vertegenwoordigt. De eis van evenwicht tussen deze beide bepaalt de structuur van de ster.

Het mechanisch evenwicht (druk versus gravitatie) en het thermisch evenwicht (uitstraling versus primaire emissie) krijgen gestalte in de overige paragrafen van hoofdstuk II (3 tot en met 9). Het voortbestaan van de ster blijkt afhankelijk van schijnbaar paradoxale, maar zelden falende stabiliteitsmechanismen die als een soort 'terugkoppeling' kunnen worden opgevat.

Dan, in hoofdstuk III.1, komt de evolutie van de sterren ter sprake. Voorop staat het probleem van de geboorte van de sterren, waarvan wij nog weinig weten, maar waar de directe waarneming ons toch interessante aanknopingspunten verschaft. De thermonucleaire omzettingen vormen de drijvende kracht van de ster-evolutie. Het blijkt, dat wij de huidige structuur van 'onze' zon nooit zouden kunnen begrijpen als wij de ontwikkelingsgeschiedenis niet kenden. Want het verschil in chemische samenstelling tussen kern en mantel, dat van groot belang is voor de structuur, is een gevolg van de nucleaire transformaties enerzijds, het ontbreken van mengstromen anderzijds. Veel sterker nog geldt dit argument bij de reuzensterren.

Een belangrijk probleem dat onze aandacht vraagt, is het lot van een ster die zijn nucleaire energievoorraad volledig heeft verbruikt. Wanneer de massa werkelijk de lichtsterkte bepaalt, zal de ster niet kunnen uitdoven, maar, integendeel, steeds sterker gaan stralen, terende op zijn gravitatie-energie. Komt hieraan werkelijk geen einde? Slechts een onderzoek naar de gedragingen van materie van zeer hoge dichtheid kan op deze vraag een antwoord geven. Dit brengt ons tot III.2.

De studie van de late evolutiefasen komt dan in III.3 ter sprake. Hier, en in III.4, wordt de relatie tussen ster en interstellair medium weer actueel. Vele sterren stoten materie uit, materie die tijdens het leven van de ster armer aan waterstof, rijker aan andere elementen is geworden. Zo brengt de evolutie van de sterren zelf een evolutie van de interstellaire materie teweeg, met als verder gevolg een statistische evolutie van de sterbevolking; de keten eindigt hier niet. De chemische evolutie van het heelal wordt vermoedelijk beheerst door de opbouw van de elementen in de sterren. De mogelijkheden hiertoe vindt men aangeduid in III.4.

Ouderdomsbepaling van de sterren, en daarmede van allerlei stergroeperingen (galactische en bolvormige sterhopen), wordt nu mogelijk, III.5. Maar het onderzoek is delicaat, en een kleine slordigheid kan soms leiden tot kolossale fouten.

In III.6, tenslotte, vindt men een bespreking van de veranderlijke sterren,

althans van enkele typen. Wij ontmoeten een nieuwe rijkdom van vormen en verschijnselen die duidelijk gelieerd zijn aan het tevoren besprokene. De veranderlijke sterren moeten niet worden beschouwd als curiositeiten: het zijn normale sterren die in een kritische fase van hun ontwikkeling zijn beland. Wij weten van deze sterren nog weinig, maar er valt nauwelijks aan te twijfelen, dat een studie van deze objecten onze kennis van de andere sterren ten zeerste zal uitbreiden en verdiepen.

LITERATUUR:

De zichtbare buitenkant van de sterren:

L. H. ALLER, *The atmosphere of the Sun and Stars*, Ronald Press, New York.
L. MOTZ en A. DUVEEN, *Essentials of Astronomy*, Wadsworth Pub. Cy., Belmont, Cal.
A. UNSÖLD, *Physik der Sternatmosphären*, Springer, 1955.
A. UNSÖLD, *Der neue Kosmos*, Springer, 1967.
S. P. WYATT, *Principles of Astronomy*, Allyn/Bacon, Boston, 1964.

Het onzichtbare binnenste en De 'levensloop' van de sterren:

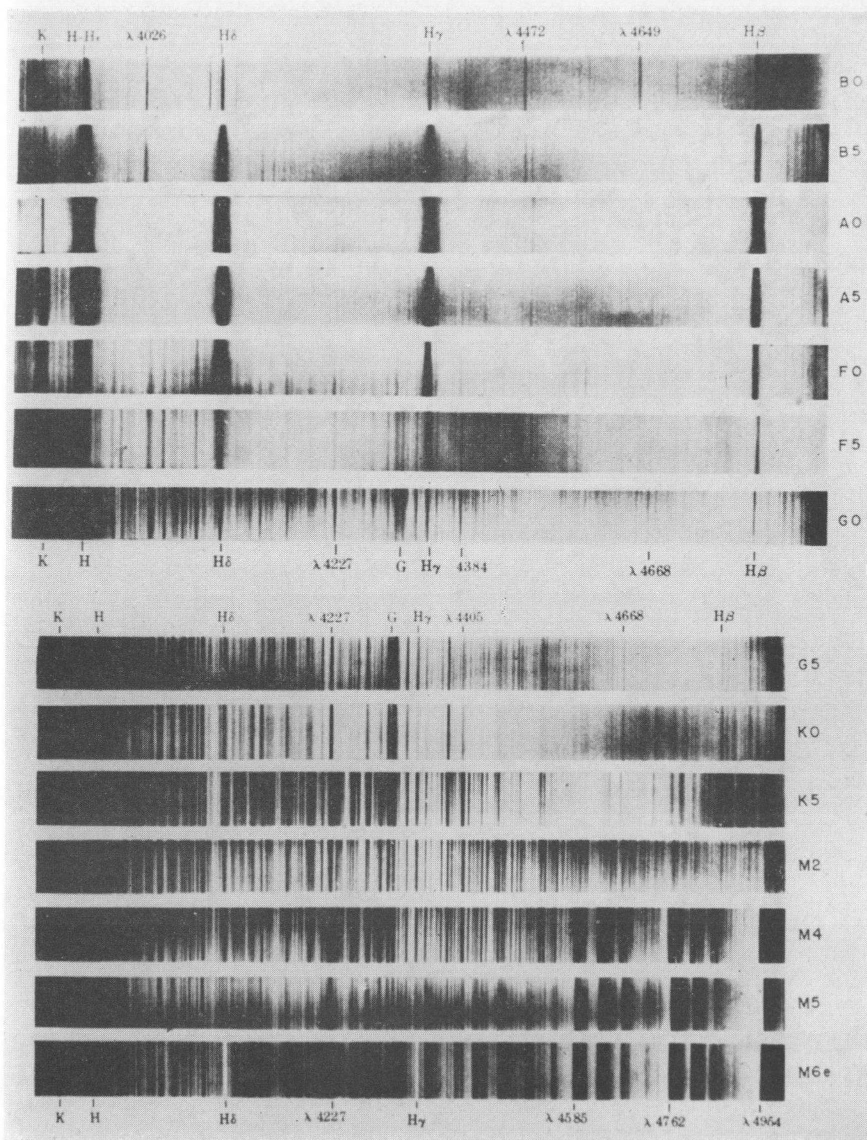
J. C. BRANDT, *The Sun and Stars*, McGraw-Hill, New York, 1966.
D. D. CLAYTON, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, McGraw-Hill, 1968.
A. S. EDDINGTON, *Internal Constitution of the Stars*, Dover.
W. A. FOWLER, *Nuclear Astrophysics*, Am. Phil. Soc., Philadelphia, 1967.
L. MOTZ en A. DUVEEN, *Essentials of Astronomy*, Wadsworth Pub. Cy., Belmont, Cal.
S. ROSSELAND, *The Pulsation Theory of Variable Stars*, Dover.
M. SCHWARZSCHILD, *Structure and Evolution of the Stars*, Dover.
F. G. SMITH en A. HEWISH, *Pulsating Stars*, MacMillan, 1968. (De eerste 51 publikaties over pulsars verschenen in 'Nature'.)
S. P. WYATT, *Principles of Astronomy*, Allyn/Bacon, Boston, 1964.

Lijst van platen

Plaat 13, t.o. pagina 97:	Ringnevel in de Lier. Opname Mt. Wilson-Palomar, 5-meter-telescoop.
Plaat 14, t.o. pagina 112:	Drie opnamen van de dubbelster Kruger 60 tonen de relatieve beweging.
Plaat 15, t.o. pagina 112:	Lijnverdubbeling bij de spectroscopische dubbelster Mizar = ζ Ursae Majoris. Twee sterspectra (licht, donkere lijnen) opgenomen in verschillende fasen.
Plaat 16, t.o. pagina 113:	De kosmische nevel Messier 16.
Plaat 17, t.o. pagina 128:	Herbig-Haro-object. Opnamen beschikbaar gesteld door Dr. Herbig.
Plaat 18, t.o. pagina 129:	Spectra van twee sterren van het T-Tauri-type. Opnamen beschikbaar gesteld door Dr. Herbig.
Plaat 19, t.o. pagina 113:	Spectra van witte dwergen, beschikbaar gesteld door Dr. Greenstein. Spectrale typen: DB, DB, DA, DA, DF, DF.
Plaat 20, t.o. pagina 144:	Groep 1: koolstofisotopen in sterspectra; groep 2: twee koolstofsterren; spectra ter beschikking gesteld door Greenstein en Burbidge en Burbidge.
Plaat 21, t.o. pagina 144:	Het spectrum van *ν* Sagittarii (b) naast dat van de 'normale' A-ster *η* Leonis. Opnamen ter beschikking gesteld door Dr. Greenstein.
Plaat 22, t.o. pagina 81:	Twee paren spectra tonen verschillen in abondantie. Spectra ter beschikking gesteld door Burbidge en Burbidge.
Plaat 23, t.o. pagina 129:	Ster van het T-Tauri-type met variabele nevel (Hubble, Mt. Wilson).
Plaat 24, t.o. pagina 145:	Nova Lacertae 1910; vóór, tijdens en na de eruptie.
Plaat 25, t.o. pagina 145:	Spectrum van Nova Aquilae 1918. Het aanvankelijke spectrum met de Balmerserie in absorptie wordt verdrongen door een spectrum met een veel ingewikkelder structuur (opnamen Yerkes).

Vooral voor de juiste interpretatie van formules zij de lezer gewezen op het verschil tussen de cursieve v (*v*) en het teken voor de Griekse n (*ν*)

Register



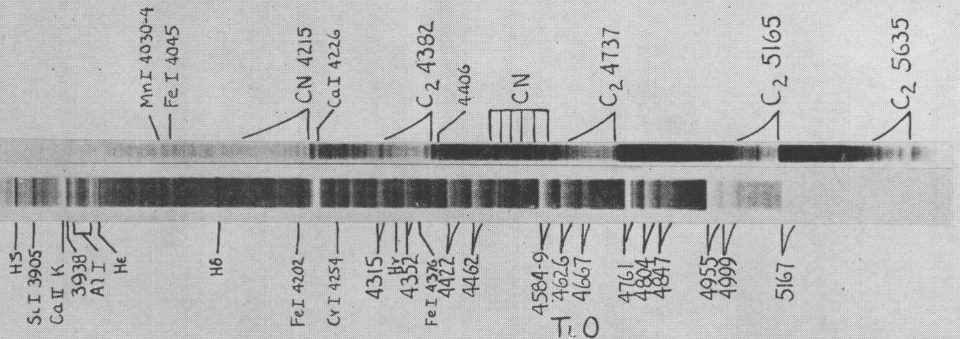
K
H-Hε
λ 4026
Hδ
Hγ
λ 4472
λ 4649
Hβ
B0
B5
A0
A5
F0
F5
G0
K
H
Hδ
λ 4227
G
Hγ
4384
λ 4668
Hβ
K
H
Hδ
λ 4227
G
Hγ
λ 4405
λ 4668
Hβ
G5
K0
K5
M2
M4
M5
M6e
K
H
Hδ
λ 4227
Hγ
λ 4585
λ 4762
λ 4954

2

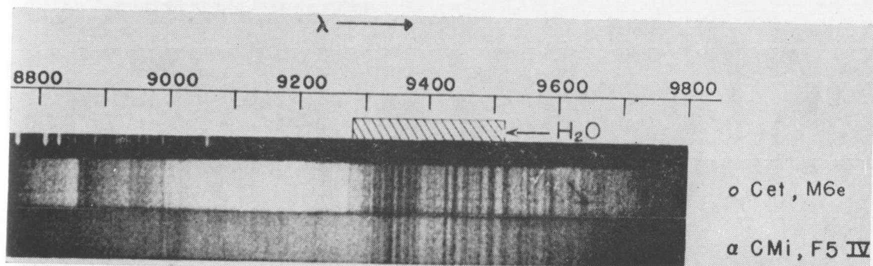
1

A Carbon Star And A Long Period Variable

The spectrum of HD 52432 (upper) contains strong bands of C_2 and CN. Its spectral type on the R-N system is R5; this corresponds to an equivalent spectral type of around K4. The spectrogram was taken on Agfa Super Plenachrome Press Film.



The spectrum of o Ceti (lower) has strong bands of TiO, and the ultimate lines of CaI, CrI and Al I are very strong in absorption. There are also a number of strong emission lines present, including the Balmer lines, SiI 3905, and Fe I 4202 and 4376. The spectrum was taken on Nov 8, 1940, when Mira was near the eighth magnitude, approaching light minimum. Cramer Hi-Speed Special



4

λ4737 SEQUENCE, C_2 BANDS

1

2

3

4

5

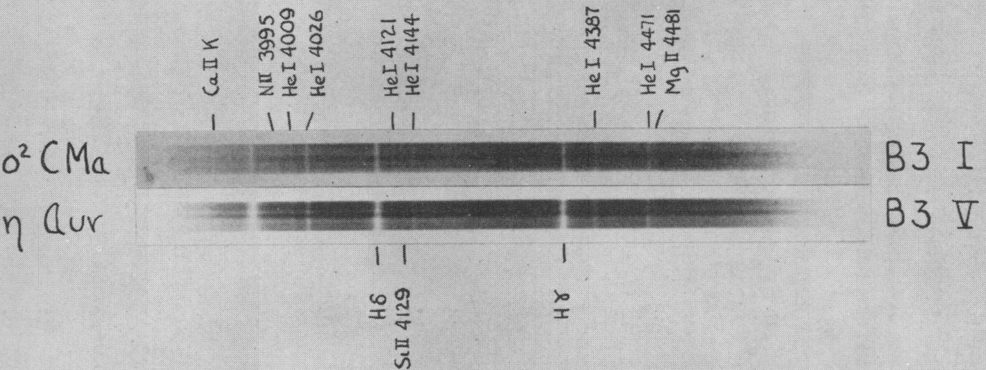
6

4737

9

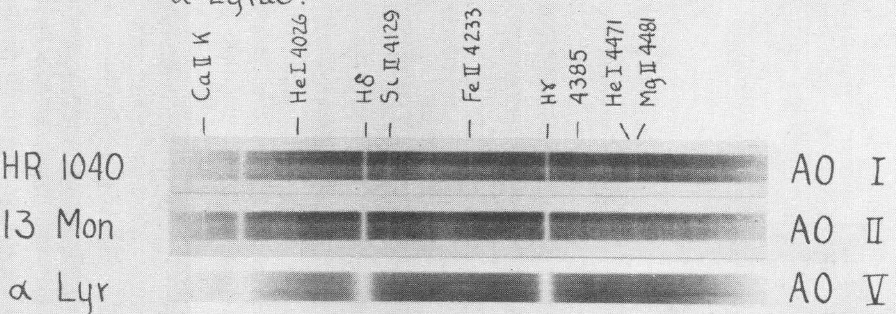
Luminosity Effects at B3

The H lines show a marked negative absolute magnitude effect. Luminosity line ratios are: N II 3995 : He I 4009 and He I 4121 : He I 4144.



The Si II blend at λ4129 is slightly weaker than or equal to He I 4121 at spectral type B3, on plates similar to the ones illustrated.

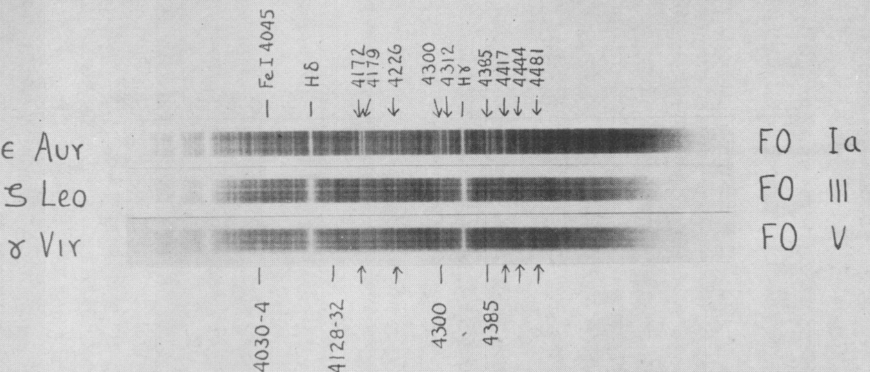
Eastman Process



Luminosity Effects At A0
The H lines become progressively stronger on passing from the supergiant HR 1040 to the main sequence star α Lyrae.
Ca II K
He I 4026
Hδ
Sc II 4129
Fe II 4233
Hγ
4385
He I 4471
Mg II 4481
HR 1040
13 Mon
α Lyr
A0 I
A0 II
A0 V
At A0 He I 4026 is faint or absent, and is weaker than Sc II 4129. The lines of Fe II are strengthened in the supergiants.
Eastman Process

Luminosity Effects At F0

Luminosity differences are shown by the ratios 4417 : 4481 , 4444 : 4481 and 4172 : 4226 . A number of enhanced lines are strengthened in the spectrum of ε Aurigae.

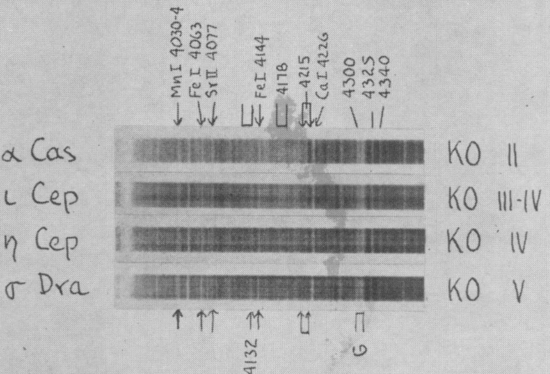


Giants (ζ Leo) and main sequence stars (γ Vir) are classified by the ratios 4030-4 : 4128-32 and 4300 : 4385. The classification of the supergiants is a special problem. ε Aurigae is considered to be of class F0 from the intensity of the strong neutral metallic lines.

Eastman Process

Luminosity Effects At KO

The spectra are classified from the ratios λλ 4325:4340 and 4030-4:4300 (violet side of G-band). Luminosity differences are shown by the ratios Fe I 4063 : Sr II 4077, Fe I 4144 : 4077 and by the intensity difference of the continuous spectrum on each side of λ 4215.



Luminosity differences are also shown by the ratio of the surface intensities of the blends λλ 4030-4 : 4178. In addition, the broad absorption feature to the violet of Fe I 4144 changes in appearance on passing toward the dwarfs and finally degenerates into a fairly well defined line near λ 4132. The ratio of this line to λ 4077 shows luminosity differences. Approximate absolute magnitudes are: α Cas, −1; ι Cep, +1.5; η Cep, +2.8; σ Dra, +6.1. Cramer Hc Speed Special

22

a
b

Pr II, Ce II 4429
Sm II 4467
Pr II 4510
Sm II 4538
Ba II 4554
Unid. 4563

c
d

ZrO 4534
Ba II 4554
Zr I 4576
TiO 4584
Sr I 4607
ZrO 4620
TiO 4626
ZrO 4641

10

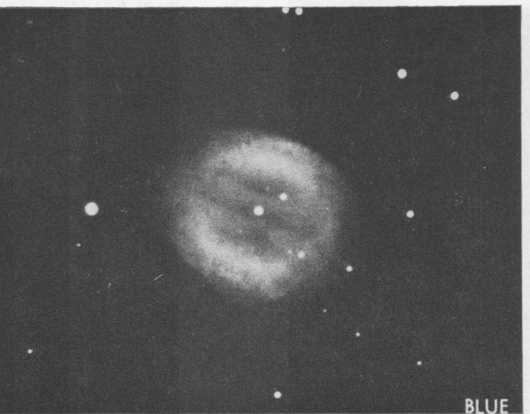
c
d

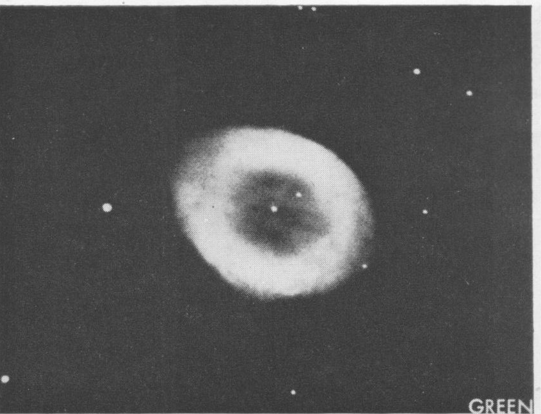
Ca I 4227
Tc I 4238
Tc I 4262
Tc I 4297
Hγ 4340



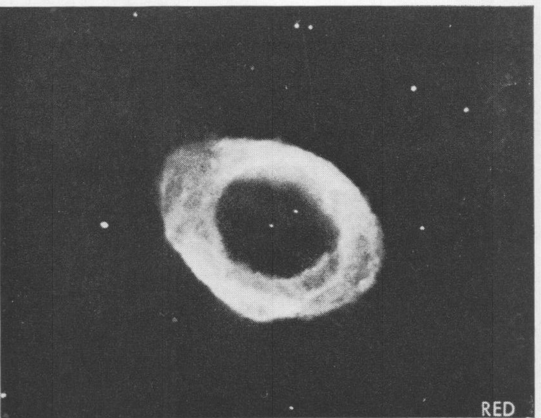
12

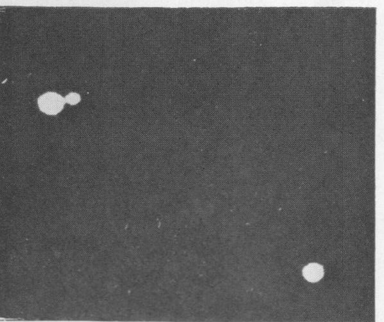
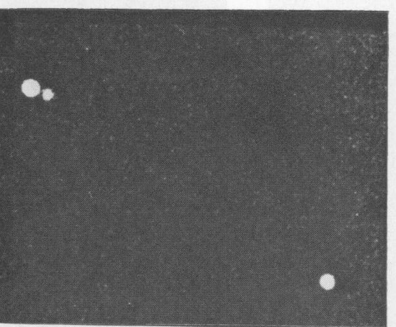
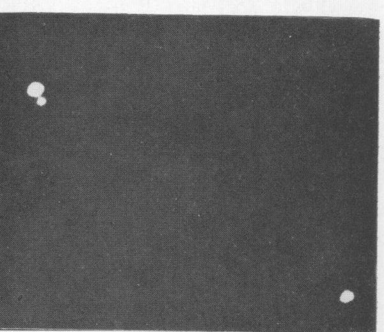
11


BLUE

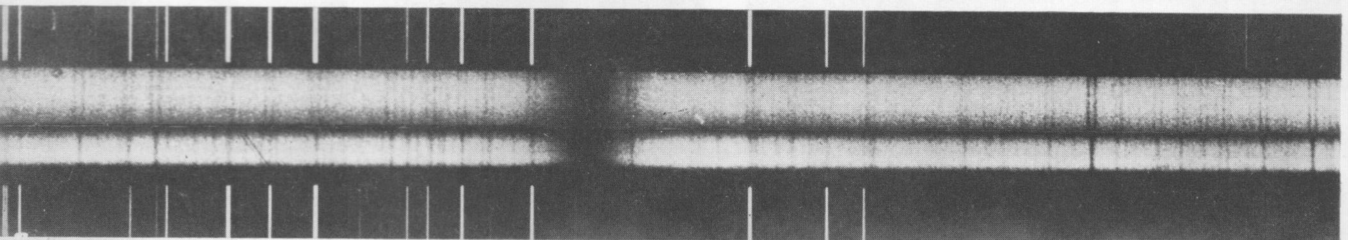

GREEN


YELLOW


RED

14

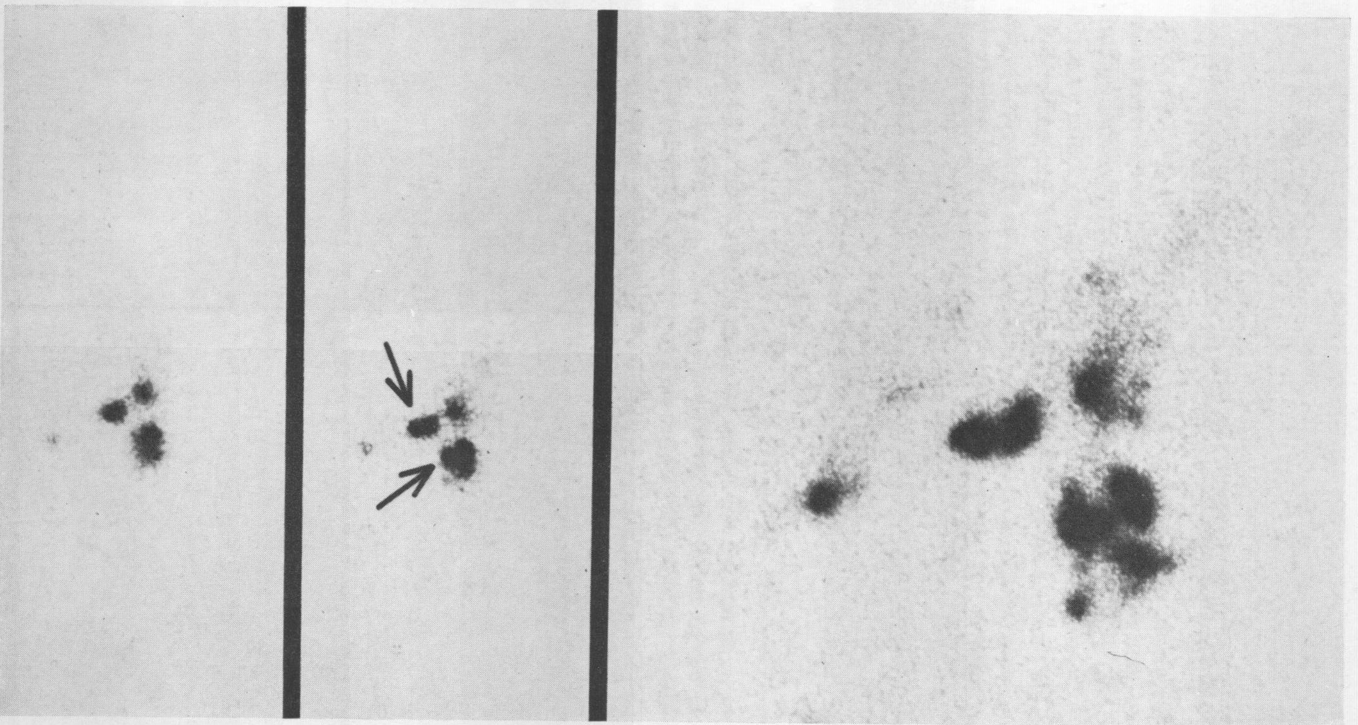


15

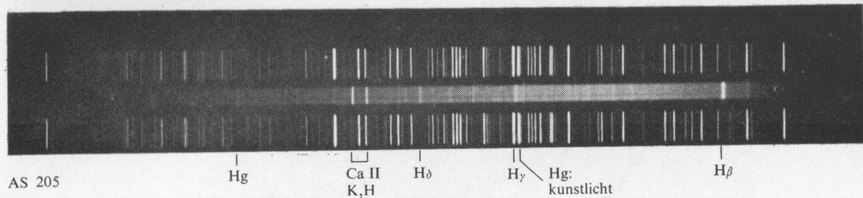


16

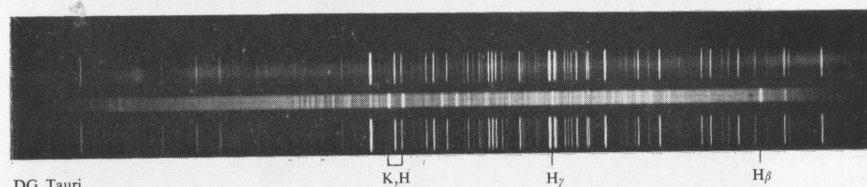
19



17



AS 205



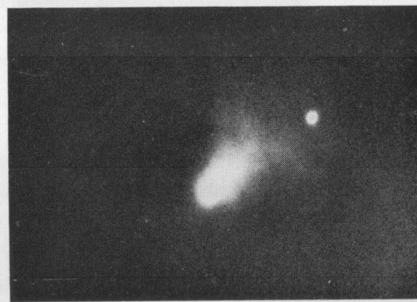
DG Tauri

18



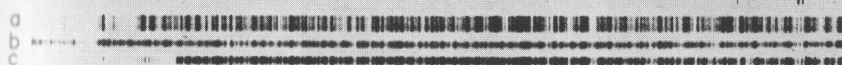






23

STARS SHOWING RESULTS OF:



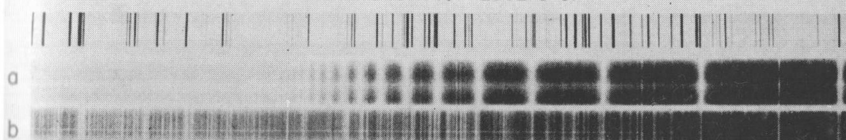
1. HYDROGEN-BURNING, HELIUM-BURNING, AND s-PROCESS



2. HYDROGEN-BURNING AND HELIUM-BURNING

20

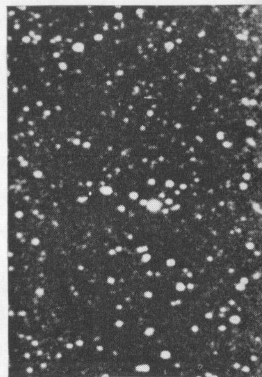
STARS SHOWING RESULTS OF:



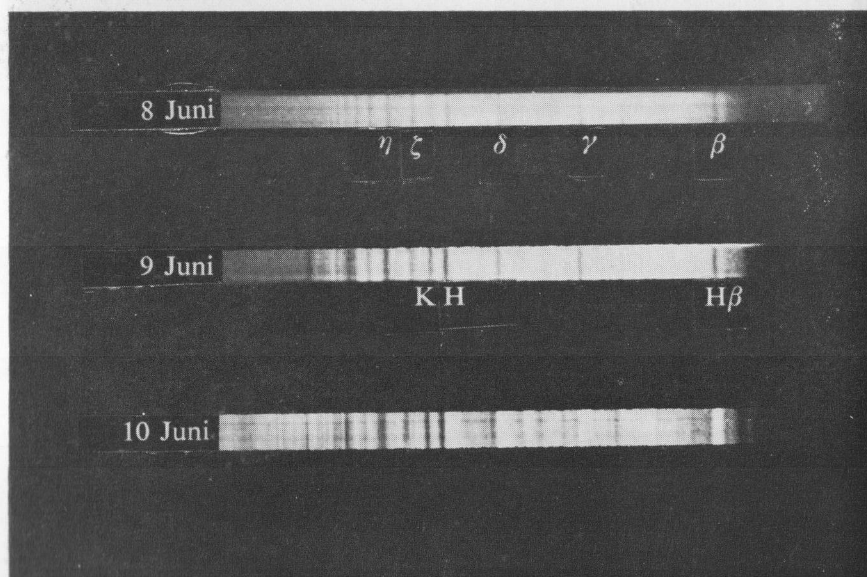
1. HYDROGEN - BURNING

21





24



25

